

**UNIVERSIDADE DE TRÁS-OS-MONTES E ALTO DOURO**

**CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO  
AO CORTE DA MADEIRA  
USANDO O ENSAIO DE IOSIPESCU**

Dissertação de Mestrado em  
Tecnologias das Engenharias

**JOSÉ MANUEL CARDOSO XAVIER**

**Vila Real, 2003**



*Dissertação de Mestrado apresentada à Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro,  
para obtenção do grau de Mestre.*

*Esta Dissertação enquadra-se no âmbito do projecto de Investigação: "Comportamento  
mecânico não linear da madeira", financiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia  
do Ministério da Ciência e Tecnologia de Portugal (POCTI/36270/EME/2000).*



*A Deus e a todos os que me  
ajudam a crescer...*



*A ciência, a ciência, a ciência...*

*Ah, como tudo é nulo e vão!*

*A pobreza da inteligência*

*Ante a riqueza da emoção!*

*Aquela mulher que trabalha*

*Como uma santa em sacrifício,*

*Com quanto esforço dado ralha!*

*Contra o pensar, que é o meu vício!*

*A ciência! Como é pobre e nada!*

*Rico é o que alma dá e tem.*

*[...]*

*de Fernando Pessoa, 4-10-1934*





# Agradecimentos

*Em primeiro lugar gostaria de agradecer aos Professores José Morais e Pedro Camanho pela sugestão do tema e orientação desta dissertação de Mestrado.*

*Je profite l' occasion pour remercier au professeur Fabrice Pierron, de m' avoir proportionné le stage au LMPF de ENSAM, de Châlons-en-Champagne (France), et je n' oublie pas l' appui et tous les conseils reçus pendant le travail.*

*A todos os que directa e indirectamente estiveram envolvidos no projecto de investigação: "Comportamento mecânico não linear da madeira", o meu bem haja pelo apoio concedido. Concretamente o meu especial agradecimento ao Marcelo Oliveira, Patrick Ghidossi, Nuno Garrido, João Luís Pereira, Nuno Dourado, José Luís Lousada, Abílio de Jesus e Cristóvão Santos.*

*Por fim quero agradecer à UTAD, entre outras coisas, a impressão deste trabalho.*



# Resumo

Neste trabalho foi investigada a aplicabilidade do ensaio de Iosipescu para a caracterização do comportamento mecânico ao corte (módulos de corte e tensões de rotura por corte) da madeira de *Pinus Pinaster Ait.* (pinho marítimo), em todos os seus planos de simetria material ( $LR$ ,  $LT$  e  $RT$ ).

Foram desenvolvidas análises por elementos finitos dos ensaios de flexão em três pontos (método de vão variável) e dos ensaios de Iosipescu, considerando a madeira como um material contínuo, homogéneo, ortotrópico e com comportamento linear elástico. A simulação numérica do método de vão variável teve por objectivo o estudo da viabilidade da utilização deste método para validar o ensaio de Iosipescu, na identificação dos módulos de corte paralelos às fibras ( $G_{LR}$  e  $G_{LT}$ ). Dos resultados obtidos concluiu-se que o método de vão variável não é adequado para a directa identificação destas propriedades. Por seu lado, das análises por elementos finitos dos ensaios de Iosipescu constatou-se que o campo das tensões na zona útil dos provetes, embora razoavelmente homogéneo, não é de corte puro, existindo uma componente de tensão transversal de compressão, cuja importância é proporcional à razão de ortotropia de cada provete. Este facto não tem qualquer influência directa na identificação dos módulos de corte, desde que haja coincidência entre os eixos naturais de simetria material e o referencial do próprio provete; contudo, é determinante na rotura final dos provetes e consequentemente na correcta identificação das tensões de rotura por corte. Por outro lado, a distribuição das deformações de corte é praticamente homogénea, na área abrangida pela roseta extensométrica seleccionada, em todos os planos de simetria material. Nas análises por elementos finitos foi ainda considerado o cálculo dos factores de correcção  $C$  e  $S$ , que levam em consideração a heterogeneidade da distribuição da tensão de corte ao longo da linha vertical entre entalhes e não homogeneidade do campo da deformação de corte sobre a área circunscrita pela grelha da roseta extensométrica, respectivamente, na correcta identificação dos módulos de corte. O factor global  $CS$  varia com a razão de ortotropia dos provetes e o seu valor não é significativamente influenciado pela estimativa inicial do módulo de corte usado na simulação, em todos os planos de simetria material. Os valores do factor  $CS$  mostram que os módulos de corte aparentes medidos directamente a partir dos resultados experimentais dos ensaios de Iosipescu,

representam para os provetes  $LR$  e  $LT$  valores sobrestimados em 4,8% e 8,6%, respectivamente, e para o provete  $RT$  um valor subestimado em 0,6%. Este resultado evidencia a necessidade dos factores de correcção para os provetes com maior razão de ortotropia.

Os provetes de Iosipescu, orientados nos três planos de simetria material, foram retirados duma árvore de *Pinus Pinaster Ait.*, atendendo à variabilidade natural da madeira. A preparação e condicionamento dos provetes foi conduzida por forma a minimizar, tanto quanto possível, a influência de factores como o teor em água e a massa volúmica, nas suas propriedades ao corte. Por forma a eliminar a dispersão de resultados devido às condições intrínsecas do ensaio de Iosipescu, *i.e.*, imperfeições geométricas das faces de carregamento dos provetes, estes foram instrumentados com rosetas biaxiais coladas no centro do provete a  $\pm 45^\circ$  em ambas as faces, frontal e posterior, sendo a deformação de corte de engenharia determinada pela média das medições em ambas as faces.

Da informação experimental recolhida nos ensaios de Iosipescu foram determinadas as curvas aparentes tensão de corte média – deformação de corte de engenharia média, para todos os planos de simetria material; em todos estes planos, essas curvas são claramente não lineares. A partir dessas curvas foram identificados os módulos de corte e as tensões de corte médias, para todos os planos de simetria da madeira. Por forma a validar o ensaio de Iosipescu, os resultados produzidos por este foram comparados nos planos  $LR$  e  $LT$  com os ensaios de tracção fora dos eixos de simetria material (ensaio *off-axis*), e no plano  $RT$  com o ensaio de Arcan. Globalmente, conclui-se que: (i) os módulos de corte  $G_{LR}$ ,  $G_{LT}$  e  $G_{RT}$  identificados nos ensaios de Iosipescu são superiores em relação aos obtidos nos ensaios *off-axis* e Arcan em 26%, 17% e 20%, respectivamente, conduzindo a propriedades diferentes a um nível de significância de 95%; (ii) os motivos para estas diferenças não são contudo conhecidos, uma vez que seria de esperar que os ensaios fornecessem as mesmas propriedades; (iii) embora não seja possível identificar directamente a verdadeira tensão de rotura por corte em todos os planos de simetria material ( $S_{LR}$ ,  $S_{LT}$  e  $S_{RT}$ ) usando o ensaio de Iosipescu, foi demonstrado que este ensaio fornece uma boa estimativa dessas propriedades, pelo menos nos planos  $LR$  e  $LT$ .

# Abstract

In this work the applicability of the Iosipescu test method on the shear characterization of wood *Pinus Pinaster Ait.* (maritime pine), in all principal material planes ( $LR$ ,  $LT$  and  $RT$ ), was investigated.

Finite element analyses of the three point bending tests (variable span method) and of the Iosipescu tests were developed considering wood as a continuum, homogeneous and orthotropic material with linear elastic behaviour. The numerical simulation of the variable span method was performed in order to assess the viability of using the Iosipescu test for the identification of the shear moduli parallel to the grain ( $G_{LR}$  and  $G_{LT}$ ). From the numerical results it was concluded that this method is not a fundamental test for the identification of such moduli.

From the finite element analyses of the Iosipescu test it was concluded that the stress field on the test section of the specimen, although homogeneous, it is not of pure shear, existing a compressive transverse stress component, which importance is proporcional to the orthotropic ratio of each specimen. This fact does not have any direct influence in the identification of the shear moduli, if the coincidence between the natural axes of wood and the axes of the specimen is guaranteed; however, it is determinante in the ultimate failure of the specimens and consequently in the correct identification of the shear strengths. On the other hand, the distribution of the shear strains is almost homogeneous, under the region circumscribed by the strain gauge, in all principal material planes. From the results of the finite element analyses the correction factors  $C$  and  $S$  were determined, which, respectively, takes into account the non-uniformity of stress and strain fields in the identification of true shear moduli. The global factor  $CS$  varies with the orthotropic ratio of the specimens and its value is not significantly affected by the initial choice of the shear modulus used in the simulation, in all principal material planes. The calculated  $CS$  values suggest that the apparent shear moduli determined directly from experimental data, overestimates by 4,8% and 8,6% the true shear moduli in the  $LR$  and  $LT$  planes, respectively, but for the  $RT$  planes, there is a good agreement between the apparent and true shear modulus.

Matched Iosipescu specimens, in all principal material planes, were cut from a tree of *Pinus Pinaster Ait.*. The preparation and conditioning of the specimens were conducted in order to

minimize, as much as possible, the influence of factors such as the moisture content and density, on the shear properties. In order to eliminate the dispersion of results due to the geometric imperfections of the loading surfaces of the specimens, these were instrumented with biaxial strain gauges fixed back-to-back at  $\pm 45^\circ$  at the centre of the specimens, and the engineering shear strain determined as the average of the measurements on both faces.

From the experimental data collected using the Iosipescu tests, the apparent stress-strain curves were obtained for all principal material planes; in all these planes, the curves are clearly non-linear. From these curves the shear moduli and average shear stresses, at the moment of the first crack and at failure, were identified in all principal material planes. In order to validate the Iosipescu test, the results were compared in the  $LR$  and  $LT$  planes with the off-axis tensile test, and in the  $RT$  plane with the Arcan test. Globally, the following conclusions were reached: (i) the shear moduli  $G_{LR}$ ,  $G_{LT}$  and  $G_{RT}$  identified by the Iosipescu tests are higher with respect to those obtained by the off-axis and Arcan tests by 26%, 17% and 20%, respectively; (ii) the reasons for these differences are not known since was expected that all tests should give the same properties; (iii) although the direct identification of the true shear strength in all principal material planes ( $S_{LR}$ ,  $S_{LT}$  e  $S_{RT}$ ) was not possibly using the Iosipescu test, it was found that this test gives a good estimation of these properties, at least for the  $LR$  and  $LT$  planes.

# Índice

Agradecimentos	ix
Resumo	xi
Abstract	xiii
Índice	xviii
Lista de Figuras	xxv
Lista de Tabelas	xxviii
Nomenclatura	xxix
Introdução	1
<b>1 Estrutura e composição da madeira</b>	<b>5</b>
1.1 Espécies resinosas e folhosas . . . . .	5
1.2 Madeira das espécies resinosas . . . . .	8
1.2.1 Estrutura ao nível macroscópico . . . . .	8
1.2.2 Estrutura ao nível microscópico . . . . .	10
1.2.3 Ultra-estrutura da parede celular . . . . .	10
1.2.4 Variabilidade . . . . .	13
<b>2 Comportamento mecânico da madeira</b>	<b>15</b>
2.1 Hipóteses na modelação da madeira . . . . .	15

2.2	Lei de Hooke generalizada . . . . .	17
2.3	Materiais ortotrópicos e constantes de engenharia no referencial de simetria material . . . . .	19
2.4	Transformação da lei de Hooke . . . . .	21
2.5	Lei de Hooke para um material ortotrópico em estado plano de tensão . . . . .	23
2.5.1	Lei de Hooke no referencial de simetria material . . . . .	23
2.5.2	Transformação da lei de Hooke . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Ensaaios de caracterização do comportamento mecânico ao corte</b>	<b>29</b>
3.1	Introdução . . . . .	29
3.2	Ensaaios de corte normalizados para a madeira . . . . .	31
3.2.1	Caracterização do módulo de corte . . . . .	32
3.2.2	Caracterização da tensão de rotura por corte . . . . .	38
3.3	Ensaio de Iosipescu . . . . .	43
3.3.1	Apresentação do ensaio de Iosipescu . . . . .	43
3.3.2	Estado da arte . . . . .	49
3.3.3	Aplicação do ensaio de Iosipescu à madeira . . . . .	77
3.4	Ensaio de tracção fora dos eixos de simetria material . . . . .	86
3.5	Ensaio de Arcan . . . . .	91
<b>4</b>	<b>Simulação numérica do método de vão variável</b>	<b>93</b>
4.1	Objectivos . . . . .	93
4.2	Modelos de elementos finitos . . . . .	93
4.3	Teoria das vigas de Euler-Bernoulli . . . . .	98
4.4	Teoria das vigas de Timoshenko . . . . .	100
4.5	Distribuição das tensões . . . . .	103
4.6	Influência do diâmetro do cabeçote móvel no cálculo de $E_L$ e $G_{LR}$ . . . . .	111
4.7	Conclusões . . . . .	111
<b>5</b>	<b>Simulação numérica do ensaio de Iosipescu</b>	<b>115</b>
5.1	Objectivos . . . . .	115



5.2	Modelos de elementos finitos . . . . .	116
5.3	Comparação e validação das condições de fronteira . . . . .	119
5.4	Campos de tensão e de deformação . . . . .	123
5.4.1	Provete $LR$ . . . . .	123
5.4.2	Provete $LT$ . . . . .	124
5.4.3	Provete $RT$ . . . . .	129
5.5	Factores de correcção $C$ e $S$ . . . . .	134
5.5.1	Cálculo dos factores de correcção $C$ e $S$ . . . . .	134
5.5.2	Influência da estimativa inicial do módulo de corte no factor $CS$ . . . . .	136
5.5.3	Influência das condições de fronteira no factor $CS$ . . . . .	138
5.5.4	Influência de imperfeições na simetria material dos provetes no factor $CS$ . . . . .	140
5.5.5	Influência da geometria do entalhe no factor $CS$ . . . . .	141
5.6	Aplicação nas orientações $LR$ e $LT$ do provete de entalhes planos . . . . .	146
5.7	Conclusões . . . . .	149
<b>6</b>	<b>Trabalho experimental</b>	<b>153</b>
6.1	Preparação dos provetes . . . . .	153
6.2	Procedimento experimental . . . . .	159
<b>7</b>	<b>Apresentação e discussão dos resultados experimentais</b>	<b>163</b>
7.1	Provetes $LR$ . . . . .	163
7.2	Provetes $LT$ . . . . .	179
7.3	Provetes $RT$ . . . . .	190
7.4	Comparação entre os provetes $LR$ e $LT$ . . . . .	201
7.5	Conclusões . . . . .	202
	<b>Conclusões e trabalho futuro</b>	<b>207</b>
<b>A</b>	<b>Análise estatística na mecânica experimental</b>	<b>213</b>
A.1	Introdução . . . . .	213
A.2	Estimadores estatísticos de uma amostra . . . . .	214
A.3	Funções de distribuição estatística . . . . .	215

A.3.1	Distribuição Normal . . . . .	215
A.3.2	Testes de normalidade . . . . .	217
A.4	Intervalos de confiança para a média . . . . .	218
A.5	Comparação das médias . . . . .	219
A.5.1	Entre dois grupos . . . . .	220
A.5.2	Entre três ou mais grupos . . . . .	222

<b>Referências</b>	<b>235</b>
--------------------	------------

# Lista de Figuras

1.1	Esquema tridimensional da madeira das espécies resinosas. . . . .	6
1.2	Esquema tridimensional da madeira das espécies folhosas. . . . .	6
1.3	Esquema da madeira das espécies folhosas: (a) com porosidade em anel ( <i>Castanea sativa Mill.</i> ); (b) com porosidade difusa ( <i>Liquidamber styraciflua L.</i> ). . . . .	7
1.4	Características gerais do tronco duma resinosa. . . . .	9
1.5	Disposição do lenho inicial, lenho final e canais de resina num anel de crescimento, para a madeira de <i>Pinus Pinaster Ait.</i> . . . .	9
1.6	Esquema dos traqueídeos longitudinal pertencentes ao lenho: (a) inicial; (b) final. . . .	11
1.7	Representação da estrutura da parede celular. . . . .	13
2.1	Tronco ideal de uma árvore. . . . .	16
2.2	Elemento de volume representativo do lenho, com simetria ortotrópica rômica. . . .	16
2.3	Orientação relativa dos referenciais $S$ e $S'$ , obtida numa transformação arbitrária por rotação. . . . .	21
2.4	Orientação relativa do referencial de simetria material em relação a um referencial qualquer, no plano 1-2. . . . .	26
3.1	Problema inverso de identificação das propriedades dum material. . . . .	30
3.2	Esquema do ensaio de flexão em três pontos. . . . .	33
3.3	Curva característica força – flecha, para uma razão $L/h$ constante. . . . .	33
3.4	Aplicação do método de vão variável: (a) determinação do módulo de elasticidade longitudinal aparente para vários valores de $L/h$ ; (b) identificação dos módulos de elasticidade longitudinal e de corte. . . . .	34
3.5	Forma e dimensões do provete associado ao ensaio do bloco de corte. . . . .	39

3.6	Esquema do ensaio do bloco de corte. . . . .	40
3.7	Comparação entre a tensão de corte nominal e real, no ensaio do bloco de corte. . . . .	41
3.8	Ensaio de corte plano solicitado por placas, proposto no prEN 408 (2000): (a) provete; (b) esquema do ensaio. . . . .	42
3.9	Configuração do provete do ensaio de Iosipescu. . . . .	44
3.10	Esquema da amarra associada ao ensaio de Iosipescu. . . . .	44
3.11	Idealização do carregamento associado ao ensaio de Iosipescu: (a) diagrama de corpo livre; (b) diagrama do esforço transversal; (c) diagrama do momento flector. . . . .	45
3.12	Representação das grandezas experimentais medidas no ensaio de Iosipescu. . . . .	46
3.13	Amarra de Wyoming “original”. . . . .	51
3.14	Amarra de Wyoming “modificada”. . . . .	51
3.15	Provete de Iosipescu com bolachas de reforço laterais. . . . .	53
3.16	Orientações dos planos de simetria material no provete de Iosipescu. . . . .	55
3.17	Resposta linear elástica medida nas faces frontal (A) e posterior (B) de provetes epóxico/carbono orientados: (a) a $0^\circ$ ; (b) a $90^\circ$ . . . . .	57
3.18	Intervalos de confiança para o módulo de corte dum provetes epóxico/carbono, identificado pelo ensaio de Iosipescu (para as orientações a $0^\circ$ , $0^\circ/90^\circ$ e $90^\circ$ ) e no ensaio de tracção fora dos eixos de simetria material a $45^\circ$ . . . . .	58
3.19	Representação da excentricidade da resultante das forças aplicada ao provete de Iosipescu, devido ao contacto irregular entre o provete e a amarra. . . . .	59
3.20	Respostas linear elásticas de provetes epóxico/carbono orientados a $0^\circ/90^\circ$ : (a) frontal (A) e posterior (B); (b) médias. . . . .	61
3.21	Ilustração dum tipo de imperfeições geométricas das faces de carregamento do provete de Iosipescu. . . . .	62
3.22	Medições do módulo de corte quando o campo das deformações de corte ao longo da espessura do provete de Iosipescu é heterogéneo. . . . .	63
3.23	Rotura típica do provete de Iosipescu orientados a $0^\circ$ e a $90^\circ$ . . . . .	65
3.24	Curva tensão de corte – tempo e rotura típicas do provete de Iosipescu feito dum material compósito orientado a $0^\circ$ . . . . .	65
3.25	Roturas do provete de Iosipescu: (a) adequadas e (b) não adequadas. . . . .	69

3.26	Nova geometria do provete de Iosipescu, com entalhes planos proposta por Adams e Lewis. . . . .	70
3.27	Movimentos parasitas a que o provete de Iosipescu pode estar sujeito: (a) flexão no plano; (b) flexão fora do plano; (c) torção. . . . .	71
3.28	Condições de fronteira em termos de deslocamentos uniformes prescritos: (a) usadas por Walrath e Adams para simular a AWO; (b) usadas por Adams e Walrath para simular a AWM; (b) propostas por Ho <i>et al.</i> . . . . .	75
3.29	Condições de fronteira iteradas propostas por Ho <i>et al.</i> . . . . .	76
3.30	Condições de fronteira baseadas na prescrição de pares de forças concentradas (ou uniformemente distribuídas). . . . .	77
3.31	Condições de fronteira considerando o contacto entre o provete e a amarra. . . .	77
3.32	Algoritmo para a identificação do coeficiente de atrito a considerar na modelação do contacto provete/amarra, no ensaio de Iosipescu. . . . .	78
3.33	Curva típica tensão de corte – deformação de corte de engenharia para os provetes <i>LR</i> , da espécie <i>Fraxinus Spaethiana Lingelsh.</i> . . . . .	79
3.34	Rotura típica dos provetes de Iosipescu: (a) provete <i>RL</i> ; (b) iniciação das fendas nos entalhes no provete <i>LR</i> ; (c) deformação final do provete <i>LR</i> . . . . .	82
3.35	Nova geometria do provete de Iosipescu, proposta por Kubojima <i>et al.</i> . . . . .	83
3.36	Rotura típicas para os provetes <i>RT</i> da espécie de <i>Picea Sitchensis Carr.</i> . . . . .	85
3.37	Configuração do provete <i>off-axis</i> . . . . .	87
3.38	Grandezas físicas medidas no ensaio <i>off-axis</i> . . . . .	87
3.39	Bolachas de reforço nas zonas de amarração do provete <i>off-axis</i> : (a) rectangulares; (b) oblíquas. . . . .	88
3.40	Deformação: (a) teórica e (b) experimental, do provete <i>off-axis</i> com extremidades rectas e verticais. . . . .	89
3.41	Esquema do ensaio de Arcan. . . . .	92
4.1	Dimensões dos provetes usadas nos ensaios de flexão. . . . .	94
4.2	Montagem do ensaio de flexão em três pontos, associado ao método de vão variável. .	94
4.3	Configuração dos provetes usados nos modelos de elementos finitos do ensaio de flexão em três pontos. . . . .	96

4.4	Estudo da convergência da malha do modelo de elementos finitos do ensaio de flexão. . .	97
4.5	Malha e condições de fronteira do modelo de elementos finitos do ensaio de flexão. . .	97
4.6	Variação do módulo de elasticidade aparente com o coeficiente de atrito. . . . .	98
4.7	Variação $E_L^a - L$ , para diferentes definições de flecha. . . . .	100
4.8	Relações $E_L^a - (h/L)^2$ , para diferentes definições de flecha. . . . .	101
4.9	Relações $E_L - (h/L)^2$ , para diferentes definições de flecha. . . . .	103
4.10	Relações $G_{LR} - (h/L)^2$ , para diferentes definições de flecha. . . . .	104
4.11	Relações $k - (h/L)^2$ , para diferentes definições de flecha. . . . .	104
4.12	Deslocamentos verticais normalizados ( $u_y/\delta$ ) ao longo da linha $\overline{AC}$ . . . . .	105
4.13	Distribuição, ao longo da linha $\overline{AC}$ das tensões normalizadas: (a) $\sigma_L/\sigma_L^{max}$ ; (b) $\sigma_R/\sigma_L^{max}$ ; (c) $\sigma_{LR}/\sigma_L^{max}$ . . . . .	107
4.14	Distribuição, ao longo da linha $\overline{EF}$ das tensões normalizadas: (a) $\sigma_L/\sigma_L^{max}$ ; (b) $\sigma_R/\sigma_L^{max}$ ; (c) $\sigma_{LR}/\sigma_L^{max}$ . . . . .	108
4.15	Distribuição das tensões normalizadas ao longo das linhas $\overline{AC}$ e $\overline{GH}$ (a.1, b.1 e c.1) e das linhas $\overline{EF}$ e $\overline{IJ}$ (a.2, b.2 e c.2), para $L = 120$ mm: (a) $\sigma_L/\sigma_L^{max}$ ; (b) $\sigma_R/\sigma_L^{max}$ ; (c) $\sigma_{LR}/\sigma_L^{max}$ . . . . .	109
4.16	Distribuição das tensões normalizadas ao longo das linhas $\overline{AC}$ e $\overline{GH}$ (a.1, b.1 e c.1) e das linhas $\overline{EF}$ e $\overline{IJ}$ (a.2, b.2 e c.2), para $L = 400$ mm: (a) $\sigma_L/\sigma_L^{max}$ ; (b) $\sigma_R/\sigma_L^{max}$ ; (c) $\sigma_{LR}/\sigma_L^{max}$ . . . . .	110
4.17	Relações $E_L^a - (h/L)^2$ em função do diâmetro do cabeço móvel para a flecha: (a) $f_1$ ; (b) $f_2$ ; (c) $f_3$ ; (d) $f_4$ ; . . . . .	112
4.18	Relações $E_L - d$ , para diferentes definições de flecha. . . . .	113
4.19	Relações $G_{LR} - d$ , para diferentes definições de flecha e para $k = 1,2$ . . . . .	113
5.1	Dimensões nominais do provete de Iosipescu. . . . .	117
5.2	Estudo da convergência da malha do modelo de elementos finitos do provete de Iosipescu. . . . .	118
5.3	Malha do provete de Iosipescu obtida após convergência numérica. . . . .	118
5.4	Condições de fronteira de base. . . . .	120
5.5	Condições de fronteira iterativas do provete $LR$ . . . . .	120
5.6	Condições de fronteira de contacto. . . . .	120

5.7	Resposta linear do provete de Iosipescu, em função das condições de fronteira: (a) numéricas e de referência; (b) numéricas corrigidas (pelos factor global $CS$ ) e de referência. . . . .	122
5.8	Componentes normalizadas do campo das tensões sobre a região central do provete $LR$ : (a) $\sigma_{LR}/ P/A $ ; (b) $\sigma_{RR}/ P/A $ . . . . .	125
5.9	Perfil da distribuição das componentes normalizadas de tensão de corte e tensão normal transversa, ao longo da linha vertical entre entalhes do provete $LR$ . . . . .	126
5.10	Componentes normalizadas do campo das deformações sobre a área abrangida pela roseta extensométrica do provete $LR$ : (a) $\epsilon_{LR}/ \epsilon_{LR}^O $ ; (b) $\epsilon_{RR}/ \epsilon_{LR}^O $ . . . . .	127
5.11	Componentes normalizadas do campo das tensões sobre a região central do provete $LT$ : (a) $\sigma_{LR}/ P/A $ ; (b) $\sigma_{TT}/ P/A $ . . . . .	128
5.12	Perfil da distribuição das componentes normalizadas de tensão de corte e tensão normal transversa, ao longo da linha vertical entre entalhes do provete $LT$ . . . . .	129
5.13	Componentes normalizadas do campo das deformações sobre a área abrangida pela roseta extensométrica do provete $LT$ : (a) $\epsilon_{LT}/ \epsilon_{LT}^O $ ; (b) $\epsilon_{TT}/ \epsilon_{LT}^O $ . . . . .	130
5.14	Componentes normalizadas do campo das tensões sobre a região central do provete $RT$ : (a) $\sigma_{RT}/ P/A $ ; (b) $\sigma_{TT}/ P/A $ . . . . .	131
5.15	Campo da tensão normal longitudinal ( $\sigma_{RR}$ ), normalizada pela tensão de corte nominal ( $P/A$ ) ao longo de todo o provete $RT$ . . . . .	132
5.16	Perfil da distribuição das componentes normalizadas de tensão de corte e tensão normal transversa, ao longo da linha vertical entre entalhes do provete $RT$ . . . . .	132
5.17	Componentes normalizadas do campo das deformações sobre a área abrangida pela roseta extensométrica do provete $RT$ : (a) $\epsilon_{RT}/ \epsilon_{RT}^O $ ; (b) $\epsilon_{TT}/ \epsilon_{RT}^O $ . . . . .	133
5.18	Variação do factor de correcção global $CS$ com a estimativa inicial do módulo de corte no plano de simetria: (a) $LR$ ; (b) $LT$ ; (c) $RT$ . . . . .	137
5.19	Definição da distância das condições de fronteira de base, próximas do centro, à linha vertical entre entalhes. . . . .	139
5.20	Variação do perfil da tensão de corte, normalizada por $P/A$ , ao longo da linha vertical entre entalhes, com o aumento da distância $d$ . . . . .	139

5.21	Variação do factor de correcção global $CS$ com a distância das condições de fronteira, próximas do centro, à linha vertical entre entalhes. . . . .	140
5.22	Representação da rotação do referencial de simetria material em relação ao referencial do provete. . . . .	142
5.23	Variação do erro na medição do módulo de corte ( $S_{66}$ ) com o ângulo $\theta$ . . . . .	142
5.24	Parâmetros geométricos do entalhe em V do provete de Iosipescu ( $\theta$ , $r$ e $p$ ). . . . .	143
5.25	Variação do factor $CS$ com o ângulo do entalhe em V, para $p=20\%$ e $r=2$ . . . . .	145
5.26	Variação do factor $CS$ com a profundidade do entalhe em V, para $\theta=90\%$ e $r=2$ . . . .	145
5.27	Variação do factor $CS$ com a profundidade do entalhe em V, para $\theta=90\%$ e $r=2$ . . . .	146
5.28	Geometria e dimensões do provete de Iosipescu com entalhes planos. . . . .	147
5.29	Malha e condições de fronteira usadas para o provete de Iosipescu com entalhes planos.	147
5.30	Distribuição da tensão de corte normalizada ao longo da linha entre entalhes, para os provetes de Iosipescu clássico e com entalhes planos, orientados nos planos de simetria: (a) $LR$ e (b) $LT$ . . . . .	148
6.1	Árvore da espécie de <i>Pinus Pinaster Ait.</i> de onde foram retirados os provetes para o trabalho experimental. . . . .	154
6.2	Preparação dos provetes de Iosipescu orientados nos três planos principais de simetria: provetes $LR$ , provetes $LT$ e provetes $RT$ . . . . .	156
6.3	Máquina de ensaios e sistema de aquisição, usado nos ensaios de Iosipescu. . . . .	160
6.4	Amarra EMSE usada nos ensaios de Iosipescu. . . . .	161
7.1	Dados experimentais tipicamente obtidos nos provetes $LR$ . . . . .	164
7.2	Curvas aparentes tensão de corte média – deformação de corte de engenharia média, identificadas para o conjunto de provetes $LR$ . . . . .	165
7.3	Dispersão de valores dos módulos de corte aparentes frontal, posterior e médio, para os provetes $LR$ . . . . .	166
7.4	Relação módulo de corte – densidade para os provetes $LR$ . . . . .	170
7.5	Relação módulo de corte – teor em água para os provetes $LR$ . . . . .	171
7.6	Curvas tensão de corte – tempo obtidas para os provetes $LR$ . . . . .	173
7.7	Rotura típica dos provetes $LR$ . . . . .	173



7.8	Relação tensão de corte máxima – densidade para os provetes <i>LR</i> . . . . .	176
7.9	Relação tensão de corte máxima – teor em água para os provetes <i>LR</i> . . . . .	177
7.10	Dados experimentais tipicamente obtidos nos provetes <i>LT</i> . . . . .	180
7.11	Curvas aparentes tensão de corte média – deformação de corte de engenharia média, identificadas para o conjunto de provetes <i>LT</i> . . . . .	180
7.12	Dispersão de valores dos módulos de corte aparentes frontal, posterior e médio, para os provetes <i>LT</i> . . . . .	181
7.13	Relação módulo de corte – densidade para os provetes <i>LT</i> . . . . .	184
7.14	Relação módulo de corte – teor em água para os provetes <i>LT</i> . . . . .	184
7.15	Curvas tensão de corte – tempo obtidas para os provetes <i>LT</i> . . . . .	186
7.16	Rotura típica dos provetes <i>LT</i> . . . . .	187
7.17	Relação tensão de corte média máxima – densidade para os provetes <i>LT</i> . . . . .	188
7.18	Relação tensão de corte média máxima – teor em água para os provetes <i>LT</i> . . . . .	188
7.19	Dados experimentais tipicamente obtidos nos provetes <i>RT</i> . . . . .	191
7.20	Curvas aparentes tensão de corte média – deformação de corte de engenharia média, identificadas para o conjunto de provetes <i>RT</i> . . . . .	192
7.21	Dispersão de valores dos módulos de corte aparentes frontal, posterior e médio, para os provetes <i>RT</i> . . . . .	192
7.22	Relação módulo de corte – densidade para os provetes <i>RT</i> . . . . .	195
7.23	Relação módulo de corte – teor em água para os provetes <i>RT</i> . . . . .	195
7.24	Curvas tensão de corte – tempo obtidas para os provetes <i>RT</i> . . . . .	197
7.25	Típicas roturas dos provetes <i>RT</i> . . . . .	198
7.26	Relação tensão de corte média máxima – densidade para os provetes <i>RT</i> . . . . .	199
7.27	Relação tensão de corte média máxima – teor em água para os provetes <i>RT</i> . . . . .	199
A.1	Função densidade de probabilidade de uma variável $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . . . . .	216



# Lista de Tabelas

1.1	Composição química da madeira. . . . .	12
4.1	Constantes de engenharia usadas nos modelos numéricos. . . . .	96
4.2	Módulos de elasticidade e de corte identificados no método de vão variável. . . . .	102
5.1	Factores de correcção para os módulos de corte aparente nos três planos principais da madeira de <i>Pinus Pinaster Ait.</i> . . . .	136
5.2	Factor de correcção global $CS$ dos provetes $LR$ e $LT$ , na configuração clássica e com entalhes planos . . . . .	149
7.1	Módulos de corte aparentes frontal, posterior e médio para os provetes $LR$ . . . . .	168
7.2	Teor em água ( $u$ ), densidade ( $d$ ) e módulo de corte corrigido ( $G_{LR}^c$ ) obtidos para os provetes $LR$ . . . . .	169
7.3	Módulo de corte do <i>Pinus Pinaster Ait.</i> identificado nos ensaios de Iosipescu e <i>off-axis</i> no plano de simetria $LR$ . . . . .	172
7.4	Tensões de corte identificadas nos provetes de Iosipescu orientados no plano $LR$ . . . . .	174
7.5	Tensões de corte identificadas nos ensaios de Iosipescu e <i>off-axis</i> , para o <i>Pinus Pinaster Ait.</i> no plano de simetria $LR$ . . . . .	178
7.6	Módulos de corte aparentes frontal, posterior e médio para os provetes $LT$ . . . . .	182
7.7	Teor em água ( $u$ ), densidade ( $d$ ) e módulo de corte corrigido ( $G_{LT}^c$ ) obtidos para os provetes $LT$ . . . . .	183
7.8	Módulo de corte do <i>Pinus Pinaster Ait.</i> identificado nos ensaios de Iosipescu e <i>off-axis</i> no plano de simetria $LT$ . . . . .	185
7.9	Tensões de corte identificadas nos provetes de Iosipescu orientados no plano $LT$ . . . . .	187

7.10	Tensões de corte identificadas nos ensaios de Iosipescu e <i>off-axis</i> , para o <i>Pinus Pinaster Ait.</i> no plano de simetria <i>LT</i> . . . . .	189
7.11	Módulos de corte aparentes frontal, posterior e médio para os provetes <i>RT</i> . . . . .	193
7.12	Teor em água ( $u$ ), densidade ( $d$ ) e módulo de corte corrigido ( $G_{RT}^c$ ) obtidos para os provetes <i>RT</i> . . . . .	194
7.13	Módulo de corte do <i>Pinus Pinaster Ait.</i> identificado nos ensaios de Iosipescu e de Arcan, no plano de simetria <i>RT</i> . . . . .	196
7.14	Tensões de corte identificadas nos provetes de Iosipescu, orientados no plano <i>RT</i> . . . .	200
7.15	Tensões de corte máximas identificadas nos ensaios de Iosipescu e de Arcan, no plano de simetria <i>RT</i> . . . . .	201

# Nomenclatura

$A$	área de secção transversal entre entalhes dos provetes de Iosipescu
$C$	factor de correcção da tensão de corte média
$C.V.$	coeficiente de variação
$c$	comprimento total de um provete
$d$	densidade de uma peça em madeira
$E_i$	módulo de elasticidade na direcção $i$
$e$	espessura de um provete
$G_{ij}$	módulo de corte no plano de simetria $ij$
$G_{ij}^a$	módulo de corte aparente no plano de simetria $ij$
$G_{ij}^{a,k}$	módulo de corte aparente no plano de simetria $ij$ medido na face $k$ do provete
$G_{ij}^c$	módulo de corte corrigido no plano de simetria $ij$
$h$	largura do provete do ensaio de flexão em três pontos
$LR$	plano de simetria da madeira definido pelas direcções ortotrópicas $L$ e $R$
$LT$	plano de simetria da madeira definido pelas direcções ortotrópicas $L$ e $T$
$L$	direcção de simetria material da madeira ao longo das fibras ou comprimento entre apoios (vão) do provete do ensaio de flexão em três pontos
$l$	largura do provete de Iosipescu
$M$	letra usada para representar a lamela média que une as células entre si
$P$	força global aplicada ao provete num ensaio mecânico ou letra atribuída à parede primária da parede celular da madeira
$P_o$	peso seco de uma peça em madeira

$P_u$	peso húmido de uma peça em madeira
$P^{ult}$	força máxima aplicada ao provete de Iosipescu
$R$	direcção de simetria material da madeira ao longo dos raios
$RT$	plano de simetria da madeira definido pelas direcções ortotrópicas $R$ e $T$
$S$	factor de correcção da deformação de corte de engenharia ou letra atribuída à parede secundária da parede celular da madeira
$S_i$	letra atribuída a cada camada da parede secundária (com $i = 1, 2, 3$ )
$S_{ij}$	tensão de rotura por corte no plano de simetria $ij$
$T$	direcção de simetria material da madeira ao longo dos anéis de crescimento
$V_u$	volume húmido de uma peça em madeira
$u$	teor de humidade de uma peça em madeira
$u_i$	componente de vector deslocamento segundo a direcção $i$
$W$	variável do teste de Shapiro-Wilk
$\delta$	deslocamento prescrito nas condições de fronteira dos modelos de elementos finitos
$\epsilon_{ij}$	componente do tensor das deformações
$\epsilon_i$	componente do tensor das deformações em notação de Voigt
$\epsilon_6^O$	deformação de corte de engenharia no cento do provete de Iosipescu
$\epsilon_6^a$	deformação de corte de engenharia aparente
$\epsilon_6^{ros}$	deformação de corte de engenharia média na área abrangida pela roseta
$\epsilon_{\pm 45^\circ}^O$	deformações lineares no centro do provete a $\pm 45^\circ$
$\epsilon_{\pm 45^\circ}^i$	deformações lineares no nó $i$ a $\pm 45^\circ$
$\mu$	coeficiente de atrito
$\nu_{ij}$	coeficiente de Poisson $ij$
$\rho_o$	massa volúmica seca de uma peça em madeira
$\sigma_{ij}$	componente do tensor das tensões
$\sigma_i$	componente do tensor das tensões em notação de Voigt
$\sigma_{ij}^{1f}$	tensão de corte média no momento da 1ª fenda do provete de Iosipescu $ij$
$\sigma_{ij}^{ult}$	tensão de corte média máxima no momento da rotura final do provete $ij$
$\sigma_6^a$	tensão de corte média aparente

$\sigma_6^O$	tensão de corte média no centro do provete de Iosipescu
$\sigma_6^{1f}$	tensão de corte média no momento da 1 <sup>a</sup> fenda do provete de Iosipescu
$\sigma_6^{ult}$	tensão de corte média máxima





# Introdução

O homem tem utilizado a madeira como um material de construção, desde os tempos mais remotos na história [1–5]. A própria palavra “material” deriva do latim “*materies*”, que significa “o tronco de uma árvore”. Nos dias de hoje a madeira continua a ser um material usado em larga escala nas mais diversas aplicações de engenharia, ao lado de outros materiais como os metais, aços, plásticos e plásticos reforçados com fibras. Sendo a madeira um material biológico, apresenta características diferentes de todos os outros materiais estruturais de origem não biológica, destacando-se, entre outras, a sua forte anisotropia, heterogeneidade e variabilidade.

Ao nível macroscópico a madeira pode ser considerada com um material contínuo e homogêneo [1, 2, 4, 6]. A partir da sua estrutura anatômica é possível definir, em cada ponto, três direcções de simetria material designadas por: Longitudinal ( $L$ ), ao longo das fibras; Radial ( $R$ ), perpendicular às fibras e paralela aos raios; Tangencial ( $T$ ), aos anéis de crescimento e mutuamente perpendicular às direcções  $L$  e  $R$ . O comportamento mecânico da madeira é completamente caracterizado pelas relações tensão – deformação no referencial de simetria material  $LRT$ . O conhecimento destas relações é imprescindível para a eficiente utilização da madeira como um material estrutural competitivo. De facto, estas são necessárias para o dimensionamento de componentes ou juntas estruturais em madeira, onde as distribuições das tensões e das deformações podem ser bastante complexas [7–9]. Mesmo em elementos estruturais com uma forma e carregamento simples, os campos das tensões e das deformações podem ser complexos devido ao desvio do fio da madeira ou à presença de nós [10, 11]. A única forma de identificar essas relações é executando ensaios mecânicos apropriados. Contudo, a execução desses ensaios não é trivial, devido sobretudo à anisotropia e variabilidade próprias do material.

Em particular, a caracterização experimental do comportamento mecânico ao corte da madeira, em todos os seus planos de simetria material ( $LR$ ,  $LT$  e  $RT$ ), é um assunto em vários

aspectos ainda em aberto. Efectivamente, os actuais ensaios de caracterização propostos nas normas para a identificação das propriedades ao corte da madeira maciça (NP-623 [12], prEN 408 [13], ASTM D198-94 [14], ASTM D143-94 [15]), têm várias limitações e inconvenientes:

- (i) não prevêem a identificação completa de todos os elementos da matriz de elasticidade e tensões de rotura, fornecendo apenas as propriedades ao corte paralelas às fibras (módulos de corte:  $G_{LR}$ ,  $G_{LT}$  e tensões de rotura por corte:  $S_{LR}$  e  $S_{LT}$ );
- (ii) são propostos ensaios de caracterização distintos para a identificação dos módulos de corte (método de vão variável [13,14]) e das tensões de rotura por corte (ensaios de corte paralelo às fibras [12,13,15]);
- (iii) o método de vão variável proposto nas normas para a simultânea identificação do módulo de elasticidade longitudinal ( $E_L$ ) e do módulo de corte ( $G_{LR}$  e  $G_{LT}$ ) de espécies de madeira, baseado no ensaio de flexão em três pontos e na Teoria das Vigas de Timoshenko, não é um ensaio fundamental que permita a correcta identificação destas propriedades [16,17];
- (iv) a rotura do provete associado ao ensaio de corte paralelo às fibras proposto nas normas [12,15] para a determinação das tensões de rotura por corte  $S_{LR}$  e  $S_{LT}$ , não ocorre sob um estado de tensão homogéneo nem de corte puro, mas sim sob concentração de tensões, obtendo-se, por essa razão, valores subestimados para estas propriedades [18–20].

Nesse sentido, é genericamente consensual [21] a necessidade de se propor um ensaio mecânico capaz de identificar correctamente as propriedades ao corte da madeira maciça (módulos de corte e tensões de rotura por corte), nos seus três planos de simetria material.

Durante as últimas décadas vários ensaios mecânicos de caracterização do comportamento ao corte de materiais ortotrópicos têm sido estudados, especialmente pela comunidade de investigadores dos materiais compósitos sintéticos. Entre estes ensaios encontra-se o ensaio de Iosipescu, que foi inicialmente proposto por Nicolae Iosipescu para a determinação da tensão de rotura por corte de metais [22]. Mais tarde, o ensaio foi recuperado por Walrath and Adams [23–28] e extensivamente estudado para os compósitos sintéticos por vários investigadores [29–73]. O ensaio de Iosipescu encontra-se inclusivé normalizado para estes materiais:

norma ASTM D5379-93 [74]. Existem todavia poucos trabalhos de investigação endereçando a aptidão do ensaio de Iosipescu para a madeira [21, 75–80], e os que existem não são completos e exaustivos.

O ensaio de Iosipescu tem sido usado para a identificação quer do módulo de corte quer da tensão de rotura por corte de vários materiais ortotrópicos, em diferentes planos de simetria material. Em relação à primeira propriedade, vários investigadores [42, 44, 45, 49, 56, 59, 64, 81] mostraram que embora o ensaio de Iosipescu não seja um método directo para a sua identificação, seguindo um procedimento adequado é possível obter o verdadeiro módulo de corte do material. Em relação à segunda propriedade de corte, alguns trabalhos [53, 61, 61, 65, 67, 70] mostraram que embora a rotura dos provetes ocorra sob um estado homogéneo, este não é de corte puro, pelo que a identificação da verdadeira tensão de rotura por corte deverá ser feita com a ajuda de um critério de rotura apropriado. Pese embora este último aspecto, cremos que a aplicação do ensaio de Iosipescu para a madeira é relevante pelos seguintes motivos: (i) poderá possibilitar a simultânea identificação do módulo de corte e da tensão de rotura por corte, num plano de simetria em particular; (ii) devido às reduzidas dimensões dos provetes usados no ensaio de Iosipescu é possível aplicar este método a todos os planos de simetria material da madeira.

Neste contexto, o objectivo deste trabalho é o estudo da aplicabilidade do ensaio de Iosipescu na caracterização do comportamento ao corte da madeira. Como material foi escolhido a madeira da espécie de *Pinus Pinaster Ait.* (pinho marítimo).

O presente trabalho encontra-se dividido em vários capítulos, que a seguir se descrevem. No Capítulo 1 é apresentada uma revisão da estrutura e composição da madeira do grupo das resinosas, a que pertence a espécie de *Pinus Pinaster Ait.* No Capítulo 2 são introduzidas as hipóteses de base do comportamento mecânico da madeira, bem como uma revisão sucinta da teoria da elasticidade anisotrópica. Continuando, no Capítulo 3 são revistos os ensaios mecânicos de caracterização do comportamento ao corte: os ensaios normalizados para a madeira maciça e alguns dos ensaios usados na identificação do comportamento dos materiais ortotrópicos, onde se inclui o ensaio de Iosipescu. No Capítulo 4 é apresentada a simulação numérica do método de vão variável, cujo objectivo principal é a verificação da sua aplicabilidade à madeira de *Pinus Pinaster Ait.*, e consequentemente a viabilidade de usar os resultados

produzidos por este para validar o ensaio de Iosipescu. No Capítulo 5 é apresentada a análise por elementos finitos dos ensaios de Iosipescu, nomeadamente a determinação dos campos das tensões e das deformações na zona útil dos provetes de Iosipescu e o cálculo dos factores de correcção a afectar os módulos de corte aparentes determinados experimentalmente. O trabalho experimental, onde é descrita a preparação dos provetes e o procedimento experimental, perfaz o Capítulo 6. No Capítulo 7 são apresentados e discutidos os resultados experimentais obtidos nos provetes de Iosipescu orientados nos três planos de simetria material. Seguem-se as conclusões globais e as linhas de trabalho futuro sugeridas por este trabalho. Por fim, no Apêndice A é apresentada a análise estatística que serviu de base para o tratamento dos dados experimentais.

# Capítulo 1

## Estrutura e composição da madeira

### 1.1 Espécies resinosas e folhosas

As espécies florestais são classificadas em dois grandes grupos: resinosas (ou gimnospérmicas) e folhosas (ou angiospérmicas) [1–4]. Esta divisão baseia-se nas diferenças da estrutura anatómica existentes entre as espécies pertencentes aos dois grupos. A madeira das espécies resinosas é constituída por apenas dois tipos de células: os traqueídos e os parênquimas (Figura 1.1, [82]). Os traqueídos são células bastante compridas, dispostas num sistema vertical e com funções de condução e de suporte, representando normalmente mais de 95% do volume total do tronco. Por seu lado, as parênquimas são células com funções de armazenamento e transporte, que se dispõem num sistema horizontal. A madeira das espécies folhosas exhibe uma maior variabilidade estrutural e uma maior complexidade anatómica, sendo constituída por fibras, vasos (ou poros) e parênquimas axiais, dispostos verticalmente, e por parênquimas, dispostos horizontalmente (Figura 1.2, [82]). As fibras têm uma função específica de suporte com um comprimento muito inferior aos traqueídos e representam entre 15% a 60% do volume da madeira. Os vasos que têm a função de transporte, têm um comprimento reduzido mas um diâmetro superior a qualquer outro tipo de células, ocupando entre 20% a 60% do volume da madeira. O parênquima axial têm a função de armazenamento e constitui até 15% do volume da madeira. Por último, os raios têm a função de transporte e armazenamento, representando entre 5% a 30% do volume da madeira. De acordo com a forma como os vasos estão dispostos nos anéis de crescimento, as espécies folhosas são classificadas como sendo de porosidade em anel (Figura 1.3.a, [82]) ou de

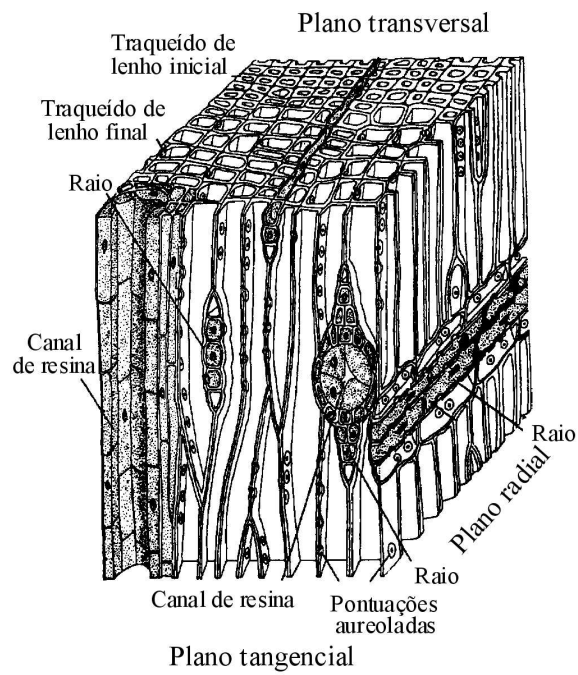


Figura 1.1: Esquema tridimensional da madeira das espécies resinosas.

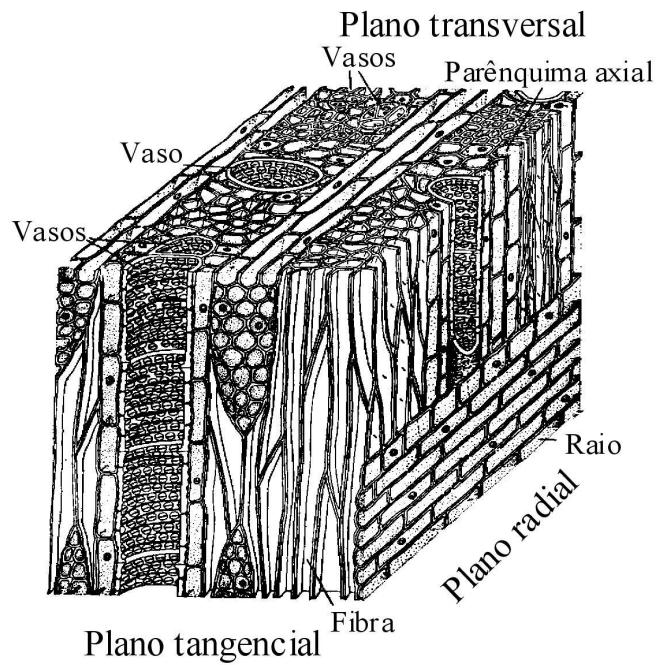


Figura 1.2: Esquema tridimensional da madeira das espécies folhosas.

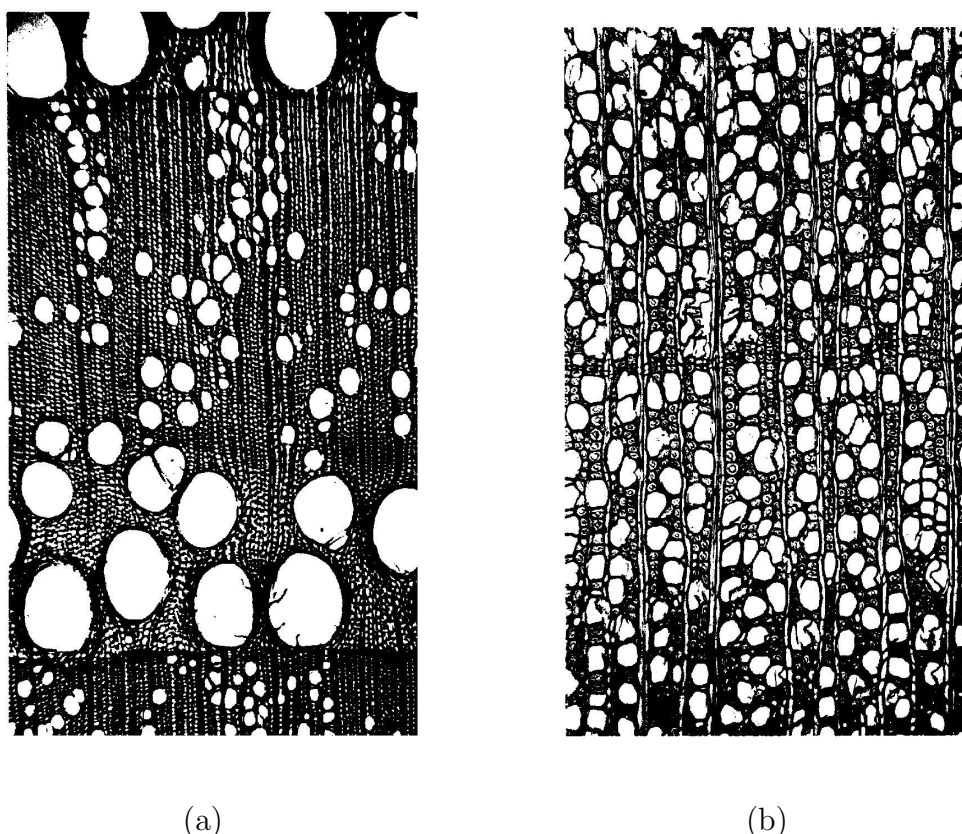


Figura 1.3: Esquema da madeira das espécies folhosas: (a) com porosidade em anel (*Castanea sativa* Mill.); (b) com porosidade difusa (*Liquidamber styraciflua* L.).

porosidade difusa (Figura 1.3.b, [82]). Numa madeira folhosa de porosidade em anel, os vasos que se formam no lenho inicial ou de primavera são maiores do que os que se formam no lenho final ou de outono (Figura 1.3.a). Numa madeira folhosa de porosidade difusa, os diâmetros dos vasos são praticamente iguais entre si dispondo-se uniformemente ao longo de todo o anel de crescimento (Figura 1.3.b).

A espécie de madeira escolhida como material para este trabalho foi o *Pinus Pinaster* Ait., pertencente ao grupo das resinosas. Por esta razão, no que resta deste capítulo iremos apenas focar as características da estrutura anatómica e a composição da madeira das espécies resinosas.

## 1.2 Madeira das espécies resinosas

É possível observar e estudar a madeira a diferentes níveis ou escalas. Nesse sentido, esta secção foi dividida em: nível macroscópico, nível microscópico e ultra-estrutura da parede celular. Foi ainda considerada uma sub-secção relativa à variabilidade, na medida em que a compreensão desta característica intrínseca à madeira é fundamental para o seu estudo do ponto de vista da caracterização mecânica. A revisão apresentada nesta secção teve por base as referências [1–5, 82, 83].

### 1.2.1 Estrutura ao nível macroscópico

Expondo as superfícies do tronco duma árvore resinosa é possível distinguir três planos: a secção transversal, resultante do corte transversal do tronco; a secção radial, obtida num corte longitudinal ao longo do plano dos raios, desde o centro da árvore (medula) até à casca exterior; a secção tangencial, perpendicular às duas primeiras (Figura 1.4). O tronco duma árvore viva desempenha três tipos de funções: condução; suporte; armazenamento. Genericamente, as células que executam as funções de condução e suporte estão mortas, enquanto que as células vivas desempenham o papel de armazenamento, estando estas dispostas ao longo da secção transversal do tronco em duas zonas possivelmente de coloração diferenciada, uma central e outra periférica, conhecidas por cerne e borne, respectivamente (Figura 1.4).

Observando a secção transversal do tronco duma árvore resinosa, nomeadamente daquelas que crescem em regiões com acentuadas alterações climáticas anuais, são facilmente visíveis zonas alternadamente de cor escura e clara, aproximadamente concêntricas, correspondendo a acréscimos sucessivos de lenho ao longo do diâmetro (Figura 1.4). Cada par de zonas escura e clara corresponde ao crescimento anual da árvore, designando-se por anel de crescimento. As zonas mais claras correspondem ao lenho formado durante a primeira fase do período vegetativo (lenho inicial ou de Primavera), em que as células são caracterizadas por apresentarem paredes finas e lúmenes grandes (Figura 1.5, [82]). As zonas mais escuras correspondem ao lenho produzido na segunda fase do período vegetativo (lenho final ou de Verão/Outono), com células de paredes espessas e lúmenes reduzidos (Figura 1.5).

Ao longo da secção radial dispõem-se os raios que são células dispostas perpendicularmente



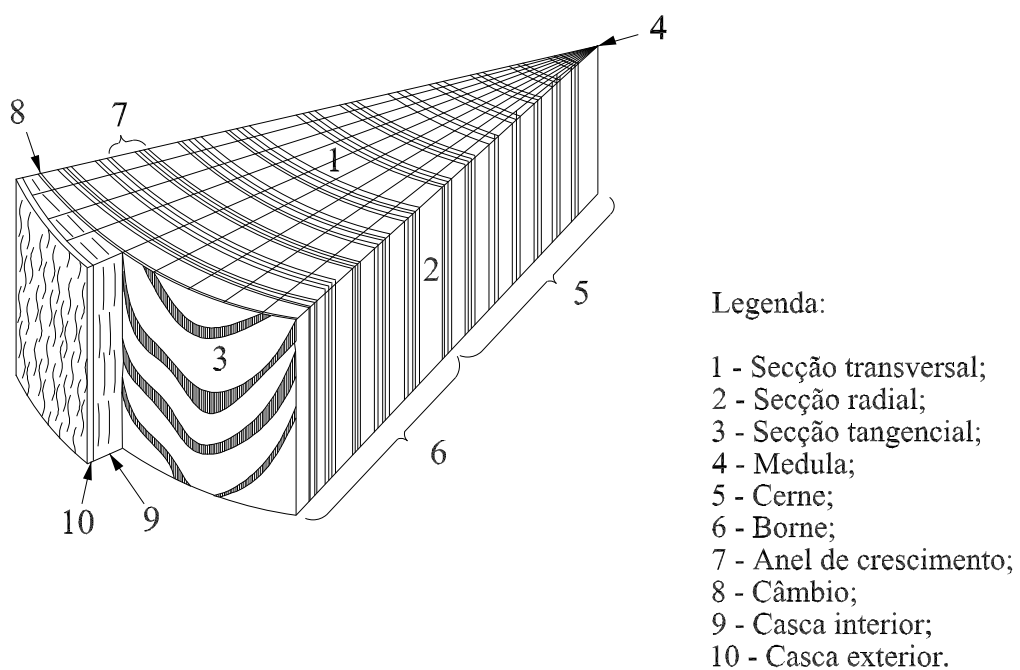


Figura 1.4: Características gerais do tronco duma resinosa.

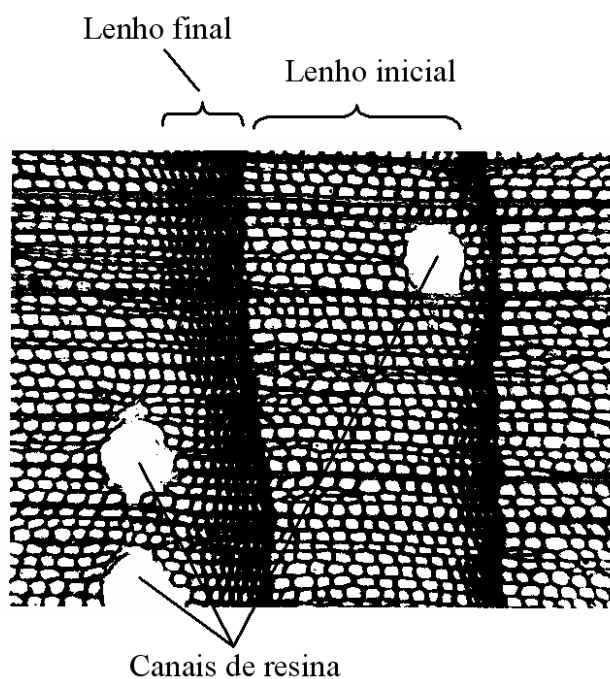


Figura 1.5: Disposição do lenho inicial, lenho final e canais de resina num anel de crescimento, para a madeira de *Pinus Pinaster Ait.*

aos elementos longitudinais (traqueídeos), estando organizados em bandas de tecido e tendo como principal função o armazenamento de substâncias de reserva. Os raios estendem-se radialmente a partir da medula até ao câmbio, na periferia exterior do lenho, continuando até à casca da árvore (Figura 1.4).

### 1.2.2 Estrutura ao nível microscópico

Ao nível do agregado de células (Figura 1.1), a madeira é um material heterogéneo formado pela acumulação sucessiva de células, que se dispõem no interior do tronco num sistema vertical (traqueídeos) e num sistema horizontal (raios). De um modo geral, estas células são muito finas e ocas (lúmen), com uma relação comprimento/largura muito elevada e com perfurações (pontuações) para poderem comunicar entre si. Nas Figuras 1.6.a e b [3] ilustra-se a forma dos traqueídeos longitudinais pertencentes ao lenho inicial e final, respectivamente. Os traqueídeos longitudinais do lenho inicial, comparativamente aos do lenho final, são maiores em diâmetro, com paredes mais finas e lumens de maior dimensão. A parede de ambos é caracterizada pela presença de pontuações que permitem o fluxo de líquidos entre as células (Figuras 1.6). Os raios são consideravelmente mais pequenos do que os traqueídeos longitudinais, constituídos por paredes finas que contêm perturbações simples com membranas não perfuradas.

Uma característica das resinosas é possuírem células epiteliais que se agregam formando os chamados canais de resina. Estes canais são tubulares com diâmetros geralmente superiores aos dos raios, dispostos num sistema longitudinal e transversal (Figura 1.1). No sistema longitudinal estes dispõem-se preferencialmente nas regiões de transição entre o lenho final e o lenho inicial (Figura 1.5)

### 1.2.3 Ultra-estrutura da parede celular

Os elementos químicos de que são formadas as células de madeira são o  $C$ ,  $O$  e  $H$ . Pelo processo de fotossíntese estes elementos combinam-se entre si formando os compostos orgânicos (Tabela 1.1, [4]): celulose, hemiceluloses e lenhina. A forma como estes compostos estão interligados entre si dão à madeira as características dum compósito natural, em que o papel da fibra é atribuído às microfibrilas de celulose, enquanto que a lenhina e a hemicelulose são

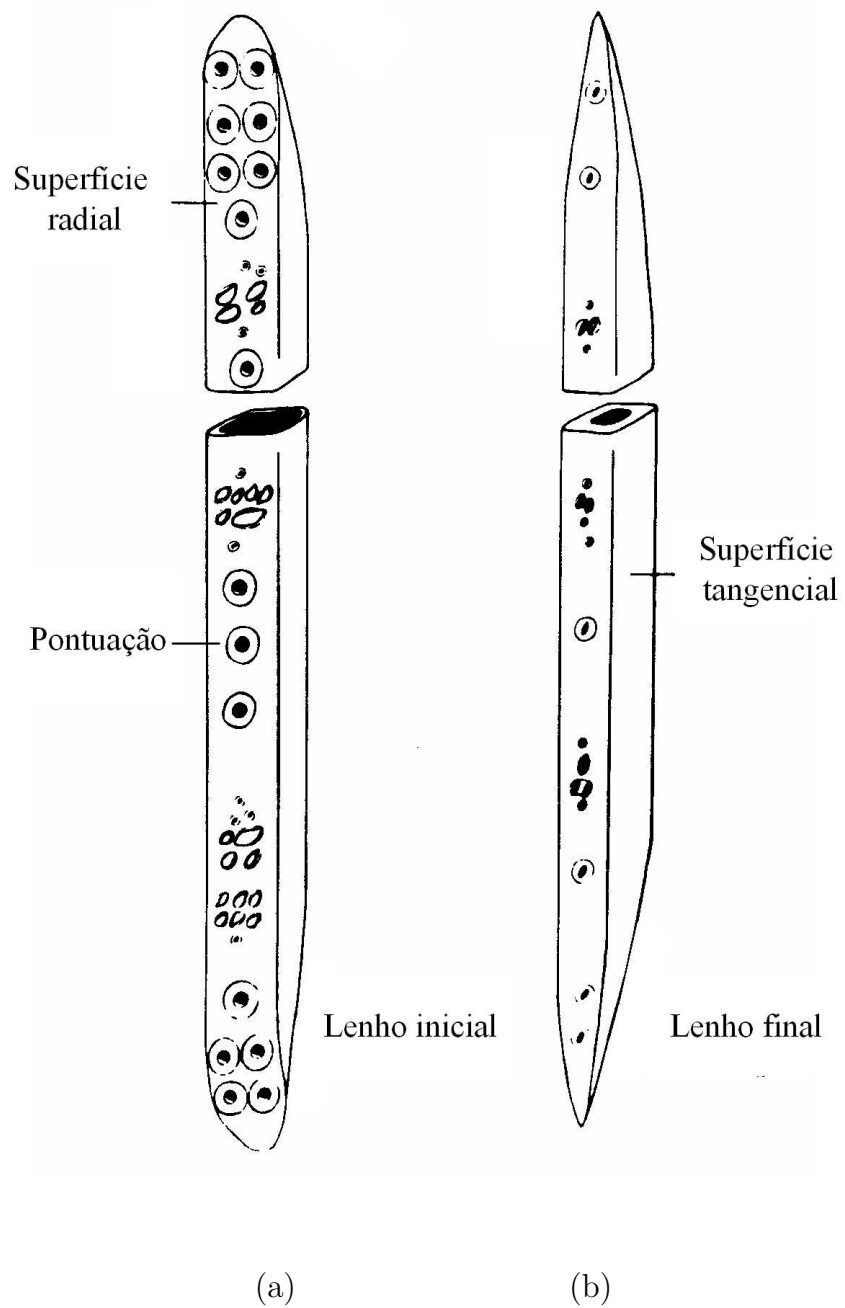


Figura 1.6: Esquema dos traqueídeos longitudinal pertencentes ao lenho: (a) inicial; (b) final.

Tabela 1.1: Composição química da madeira.

Componente	Massa (%)	Estado polimérico
celulose	$42 \pm 2$	cristalino/amorfo
hemicelulose	$27 \pm 2$	semi-cristalino
lenhina	$28 \pm 2$	amorfo
extractáveis	$3 \pm 2$	

consideradas como componentes separados da matriz (Tabela 1.1). Na Figura 1.7 [82] está representada de forma esquemática a estrutura da parede de uma célula de madeira. Esta é constituída por duas paredes: a parede primária ( $P$ ) e a parede secundária ( $S$ ). A célula é envolvida por uma lamela média ( $M$ ) que une as diferentes células em agregados de células. A primeira parede da célula que se forma, quando ocorre a divisão da célula mãe no câmbio durante o processo de crescimento, é a parede primária ( $P$ ). Nesta parede as microfibrilas estão espaçadas e aleatoriamente orientadas. Durante o crescimento da nova célula a parede primária cresce no sentido do interior da célula. Após esta parede atingir o seu tamanho final, forma-se a parede secundária constituída por três camadas concêntricas, identificadas por  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ , que crescem para o centro da célula. Nestas três camadas as microfibrilas dispõem-se de forma ordenada e em espiral segundo um determinado ângulo em relação ao eixo longitudinal da célula, designado por ângulo das microfibrilas. As camadas  $S_1$  e  $S_3$  são finas e com um elevado ângulo de deposição das microfibrilas (entre  $50^\circ - 90^\circ$ ). Por seu lado, a camada  $S_2$  é caracterizada pela deposição de microfibrilas com ângulos pequenos (entre  $10^\circ - 30^\circ$ ), sendo a camada mais espessa, e por essa razão a mais determinante no comportamento da madeira, nomeadamente em termos mecânicos e de estabilidade dimensional higroscópica. Cada uma das camadas que constitui uma célula de lenho ( $P$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ ), são elas mesmo compósitos lamelados constituídos por finas lamelas de microfibrilas e matriz. A disposição das microfibrilas no interior das células, dão à madeira características fortemente anisotrópicas, que se traduz numa elevada resistência longitudinal e baixa resistência radial ou transversal. Esta anisotropia reflecte-se em todas as propriedades da madeira, nomeadamente nas suas propriedades mecânicas.

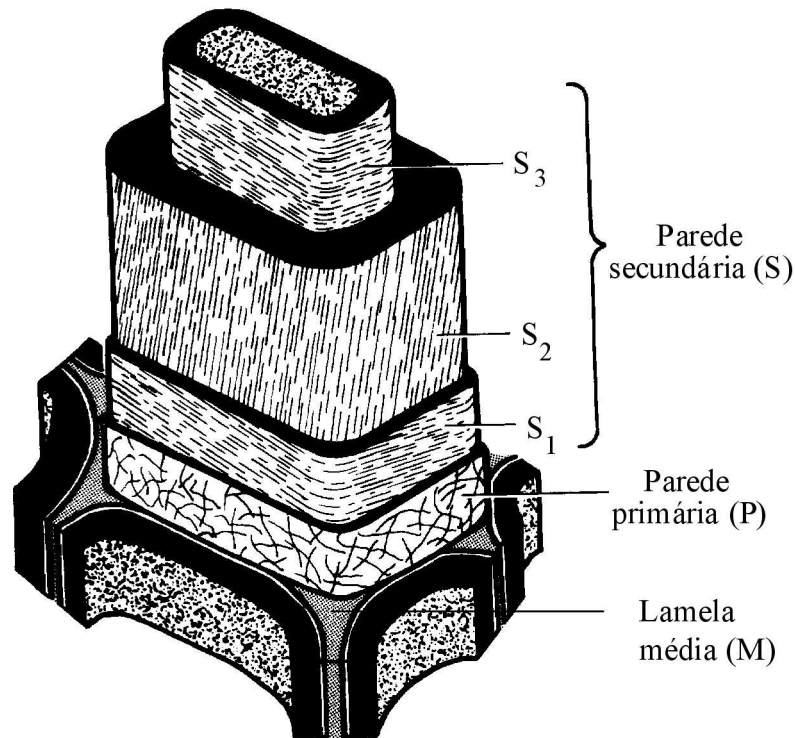


Figura 1.7: Representação da estrutura da parede celular.

#### 1.2.4 Variabilidade

Genericamente pode distinguir-se três fontes de variabilidade: a que ocorre entre espécies; a que existe para uma espécie, entre árvores; a que se verifica no interior de cada árvore. A variabilidade natural entre espécies distintas é atribuída às diferenças genéticas entre estas; enquanto que, para uma espécie a variabilidade entre árvores pode ser quer genética quer devida a factores do meio ambiente, tais como o clima (temperatura e humidade relativa), solo, fornecimento de água, disponibilidade de nutrientes, etc. Por sua vez, a variabilidade que se verifica no interior dum árvore é apenas devida aos factores do meio ambiente que condicionam o seu crescimento específico.

Ao longo do tronco duma árvore, o comprimento das células, a espessura das paredes celulares (e consequentemente a massa volúmica), o ângulo que as células formam com o eixo vertical do tronco (fio espiral) e o ângulo das microfibrilas da camada  $S_2$  das paredes celulares, variam radialmente, desde a medula até à casca, e em altura, do plano basal até à copa da árvore. Esta variabilidade na estrutura interna duma árvore, traduz-se também na distinção entre o lenho ju-

venil, formado nos primeiros anos de vida da árvore, e o lenho adulto, formado no estado adulto do seu crescimento (parte exterior do tronco). Genericamente pode-se afirmar que o lenho juvenil das resinosas é caracterizado por apresentar traqueídeos curtos, com diâmetros reduzidos e paredes finas, densidades médias relativamente baixas, uma reduzida percentagem de lenho final e uma pequena diferenciação dos lenhos formados no início e fim da estação. Além disso, apresenta frequentemente fio inclinado, elevadas retracções longitudinais e reduzida resistência mecânica. Contudo, apesar do lenho adulto ser dotado de características diversas das do lenho juvenil, não existe uma linha de separação bem definida entre estes dois tipos de lenho, mas sim um *continuum*, já que as alterações dum para outro são normalmente feitas gradualmente e durante vários anos, havendo uma zona de transição possuidora de características intermédias.

Assim, como resultado da origem natural da madeira as suas propriedades físicas e mecânicas têm um grau de variabilidade elevado, tipicamente superior a outros materiais estruturais, existindo entre estas uma forte relação. No estudo do comportamento mecânico da madeira é fundamental levar em consideração essas relações.

## Capítulo 2

# Comportamento mecânico da madeira

### 2.1 Hipóteses na modelação da madeira

Atendendo à disposição mais ou menos concêntrica da maior parte das células de lenho, em relação ao eixo vertical do tronco da árvore, este pode ser idealmente considerado como um volume de matéria lenho-celulósica, com simetria material cilíndrica, como se ilustra na Figura 2.1 [6]. Este volume de matéria, sendo suficientemente grande em comparação com a micro-estrutura celular da madeira, é admitido como um meio contínuo. A cada ponto material do tronco ( $P$ ) está associado um referencial local de simetria material definido pelas direcções: Longitudinal ( $L$ ), paralela ao eixo principal das células orientadas longitudinalmente; Radial ( $R$ ), perpendicular às células longitudinais e paralela aos raios; Tangencial ( $T$ ), aos anéis de crescimento e mutuamente perpendicular às células longitudinais e raios (Figura 2.1).

Se uma amostra de lenho for retirada a uma certa distância do centro da árvore, por forma a se poder desprezar a curvatura dos anéis de crescimento, e ao longo do fio da madeira, é possível obter um Elemento de Volume Representativo (EVR) do material com três planos aproximadamente mutuamente ortogonais entre si (Figura 2.2) [1,2]. Nesta aproximação admite-se que as direcções radiais ( $R$ ), definidas em cada ponto material do EVR, são paralelas entre si em vez de divergentes, e que a face  $LT$  do EVR é suposta plana em vez de cilíndrica. Assim, as faces do EVR definidas pelas três direcções de simetria material ( $L$ ,  $R$  e  $T$ ), admitidas constantes em cada ponto desse elemento de volume, representam planos principais da madeira, identificados pela nomenclatura  $LR$ ,  $LT$  e  $RT$  (Figura 2.2).

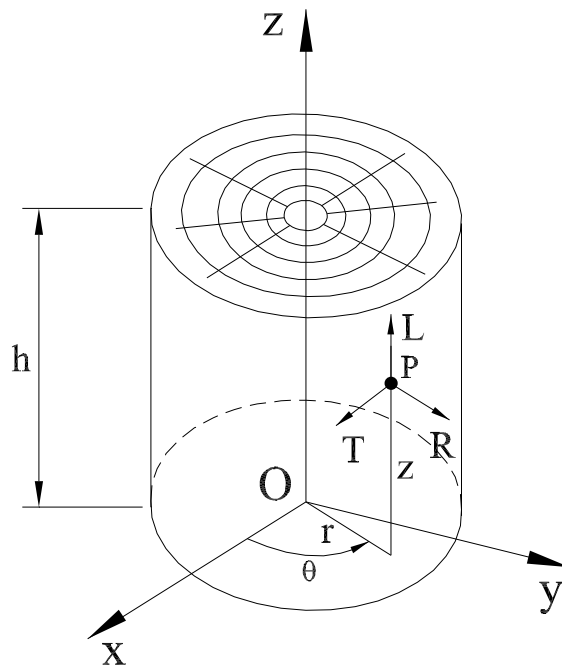


Figura 2.1: Tronco ideal de uma árvore.

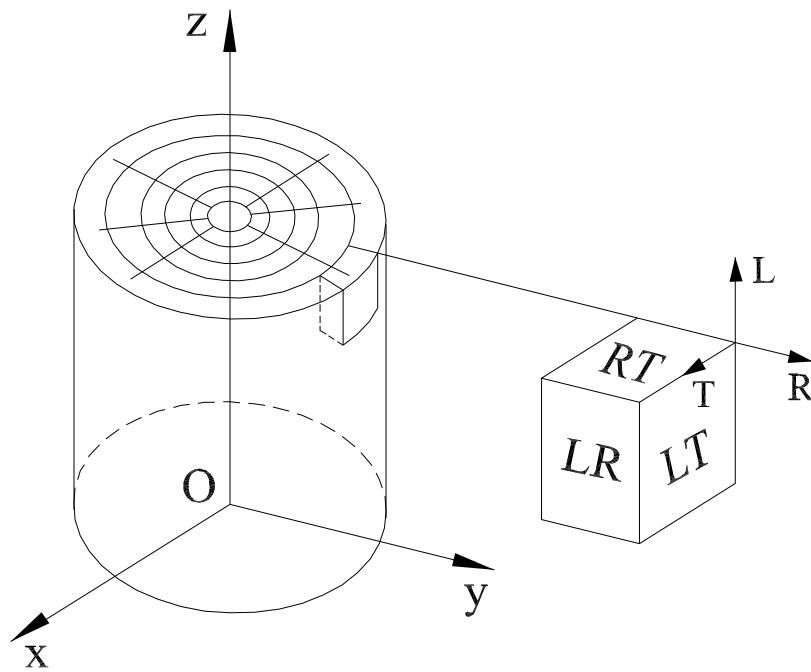


Figura 2.2: Elemento de volume representativo do lenho, com simetria ortotrópica rômica.



O ritmo de crescimento da árvore introduz duas fontes de heterogeneidade na sua estrutura anatómica. A primeira ocorre em cada anel de crescimento, devido à formação diferenciada do lenho inicial e lenho final, enquanto que a segunda é provocada pela variabilidade da taxa de crescimento anual, que se reflecte numa espessura diferenciada dos anéis de crescimento. À escala de observação macroscópica se o EVR (Figura 2.2) integrar estas heterogeneidades estruturais, a madeira pode ser considerada como um material macroscopicamente homogéneo.

Na realidade o tronco da árvore é uma estrutura bem mais complexa do que o modelo de tronco ideal ilustrado na Figura 2.1, por existirem nós, fissuras, excentricidades do crescimento, raios lenhosos, etc. Tipicamente, os ensaios de caracterização experimental são executados em provetes isentos de defeitos e bem orientados. No dimensionamento estrutural, as propriedades nestes identificadas (propriedades elásticas e tensões admissíveis), são depois corrigidas tomados coeficientes de segurança que levam em consideração as características estruturais da madeira [2, 84].

## 2.2 Lei de Hooke generalizada

O estado de tensão num ponto material dum meio contínuo é completamente definido pelas nove componentes cartesianas da tensão ( $\sigma_{ij}$  com  $i, j = 1, 2, 3$ ), enquanto que o estado de deformação fica completamente definido pelas nove componentes cartesianas da deformação ( $\epsilon_{ij}$  com  $i, j = 1, 2, 3$ ).

De acordo com a lei de Hooke generalizada, o comportamento linear elástico dum material é caracterizado por um tensor que associa, em cada ponto material, o estado de tensão com o estado de deformação, ou vice-versa. Em notação tensorial essa relação pode escrever-se por [85–87]

$$\epsilon_{ij} = S_{ijkl}\sigma_{kl} \quad \text{com } i, j, k, l = 1, 2, 3, \quad (2.1)$$

em que  $S_{ijkl}$  são as componentes do tensor de flexibilidade, ou por

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl} \quad \text{com } i, j, k, l = 1, 2, 3, \quad (2.2)$$

em que  $C_{ijkl}$  são os elementos do tensor de rigidez. As 81 constantes de flexibilidade ( $S_{ijkl}$ ) e de

rigidez ( $C_{ijkl}$ ) não são linearmente independentes entre si. Efectivamente, é possível mostrar que o número de constantes independentes se reduz para 21 no caso dum material anisotrópico, para 9 no caso dum material ortotrópico, para 5 no caso dum material transversalmente isotrópico e para 2 no caso dum material isotrópico [85–87].

A lei de Hooke generalizada expressa pela Equação (2.1) ou (2.2), pode ser escrita na notação de Voigt, que, embora não mostre o carácter tensorial das grandezas envolvidas, se torna útil do ponto de vista das aplicações computacionais. Nesta notação, a lei constitutiva expressa na Equação (2.1) escreve-se explicitamente na forma [87]

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix}, \quad (2.3)$$

ou na forma compacta

$$\{\epsilon\} = [S]\{\sigma\}, \quad (2.4)$$

em que  $\{\epsilon\}$  é a lista ou matriz coluna das deformações,  $\{\sigma\}$  é a lista das tensões e  $[S]$  é a matriz de flexibilidade. De forma semelhante, a lei constitutiva expressa na Equação (2.2) escreve-se em notação de Voigt do seguinte modo [87]

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix}, \quad (2.5)$$

ou na forma compacta

$$\{\sigma\} = [C]\{\epsilon\}. \quad (2.6)$$

em que  $[C]$  é a matriz de elasticidade. Das Equações (2.4) e (2.6) verifica-se que

$$[C] = [S]^{-1}. \quad (2.7)$$

## 2.3 Materiais ortotrópicos e constantes de engenharia no referencial de simetria material

Os materiais com simetria ortotrópica são caracterizados por possuírem três planos de simetria mutuamente perpendiculares entre si. Exemplos deste tipo de materiais são a madeira e os plásticos reforçados com fibras unidireccionais. Com base nesses planos de simetria pode-se definir em cada ponto material um sistema de coordenadas cartesiano e ortonormado, designado por referencial de simetria material ou referencial de ortotropia. Neste referencial a matriz de flexibilidade  $[S]$  tem a forma [87]

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

A matriz de elasticidade  $[C]$  para materiais ortotrópicos no referencial de simetria material tem uma forma semelhante à Equação (2.8).

Os elementos da matriz de flexibilidade  $[S]$  (ou  $[C]$ ) dum material ortotrópico expressos no referencial de simetria material (Equação 2.8), são identificados experimentalmente através de ensaios mecânicos adequados. É prática corrente exprimir os resultados desses ensaios à custa de constantes ditas de engenharia. Iremos a seguir definir essas constantes e apresentar as relações existentes entre estas e as constantes de flexibilidade ( $S_{ij}$ ) apresentadas até aqui como os parâmetros que governam o comportamento linear dos materiais (Equações 2.3).

Com a finalidade de obter as relações entre as constantes de engenharia e as constantes de flexibilidade, devem considerar-se ensaios mecânicos elementares de tracção uniaxial e de

corde puro, aplicados a provetes com simetria ortotrópica. Do desenvolvimento destas relações obtém-se a seguinte matriz de flexibilidade [87]

$$[S] = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

onde  $E_i$  é o módulo de elasticidade na direcção ortotrópica  $i$ ,  $\nu_{ij}$  é o coeficiente de Poisson  $ij$  (onde  $i$  representa direcção da carga aplicada e  $j$  a direcção da deformação medida) e  $G_{ij}$  é o módulo de corte no plano de simetria  $ij$  (com  $ij = 1, 2, 3$ ). Por outro lado, a matriz de flexibilidade (Equação 2.9) é simétrica atendendo às seguintes relações de reciprocidade

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad \text{com} \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (2.10)$$

Considerando a notação de índices geralmente usados para indicar as direcções de ortotropia da madeira ( $L$ ,  $R$  e  $T$ ) a lei de Hooke generalizada (Equação 2.3) pode agora exprimir-se, atendendo à Equação (2.9), por

$$\begin{pmatrix} \epsilon_L \\ \epsilon_R \\ \epsilon_T \\ \epsilon_{RT} \\ \epsilon_{LT} \\ \epsilon_{LR} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_L & -\nu_{RL}/E_R & -\nu_{TL}/E_T & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{LR}/E_L & 1/E_R & -\nu_{TR}/E_T & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{LT}/E_L & -\nu_{RT}/E_R & 1/E_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{RT} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{LT} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{LR} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_T \\ \sigma_R \\ \sigma_T \\ \sigma_{RT} \\ \sigma_{LT} \\ \sigma_{LR} \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Das Equações (2.11) e (2.10) conclui-se que são necessárias identificar 9 constantes de engenharia ( $E_L$ ,  $E_R$ ,  $E_T$ ,  $\nu_{RT}$ ,  $\nu_{LT}$ ,  $\nu_{LR}$ ,  $G_{RT}$ ,  $G_{LT}$ ,  $G_{LR}$ ), para caracterizar completamente o comportamento linear elástico da madeira.

As relações entre as constantes de engenharia e as constantes de rigidez ( $C_{ij}$ ) podem determinar-se a partir das Equações (2.7) e (2.9).

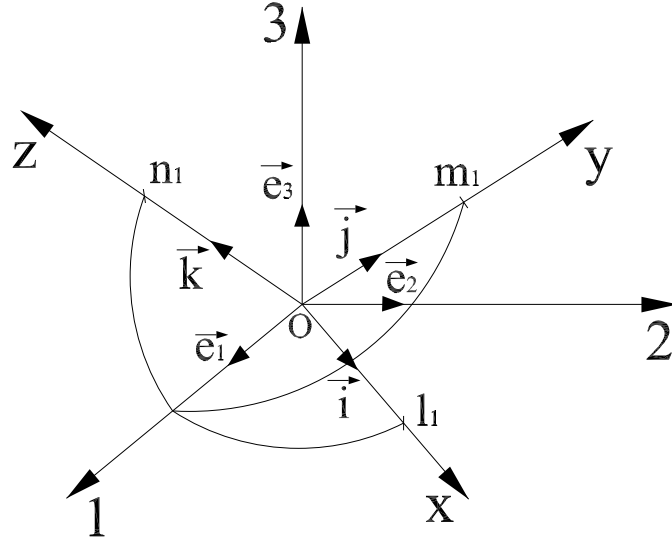


Figura 2.3: Orientação relativa dos referenciais  $S$  e  $S'$ , obtida numa transformação arbitrária por rotação.

## 2.4 Transformação da lei de Hooke

Os elementos da lista das tensões  $\{\sigma\}$  e da lista das deformações  $\{\epsilon\}$  dependem do sistema de coordenadas escolhido. Em consequência os elementos da matriz de flexibilidade  $[S]$  (ou de elasticidade  $[C]$ ) dependem também do sistema de coordenadas. Contudo, os elementos de  $\{\sigma\}$  e de  $\{\epsilon\}$ , bem como os elementos de  $[S]$  (ou  $[C]$ ), escritas em dois referenciais distintos estão relacionados através de leis de transformação, cuja apresentação é o objectivo desta secção.

Seja  $S(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  o referencial de simetria material e  $S'(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  um referencial qualquer, com a mesma origem de  $S$  e obtido a partir deste por uma rotação arbitrária (Figura 2.3). A matriz de transformação de  $S$  em  $S'$  é dada por

$$[\Omega] = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \\ n_1 & n_2 & n_3 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

em que  $(l_i, m_i, n_i)$  são as componentes em  $S'$  do vetor  $\vec{e}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), como se representa na Figura 2.3.

O tensor das tensões  $[\sigma]$  é um tensor de segunda ordem, pelo que as suas componentes numa mudança de referencial por rotação verificam a seguinte lei de transformação

$$[\sigma'] = [\Omega][\sigma][\Omega]^T, \quad (2.13)$$

onde  $[\sigma]$  e  $[\sigma']$  são as matrizes das tensões no referencial  $S$  e  $S'$ , respectivamente. Desenvolvendo o segundo membro da Equação (2.13) e atendendo a que duas matrizes são iguais quando forem iguais os elementos correspondentes, obtém-se o seguinte sistema de equações

$$\{\sigma'\} = [T_\sigma]\{\sigma\}, \quad (2.14)$$

em que  $\{\sigma\}$  e  $\{\sigma'\}$  são as listas das tensões em  $S$  e  $S'$ , respectivamente, e  $[T_\sigma]$  é a matriz de transformação correspondente. Explicitamente a Equação (2.14) toma a forma

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} l_1^2 & l_2^2 & l_3^2 & 2l_1l_2 & 2l_2l_3 & 2l_1l_3 \\ m_1^2 & m_2^2 & m_3^2 & 2m_1m_2 & 2m_2m_3 & 2m_1m_3 \\ n_1^2 & n_2^2 & n_3^2 & 2n_1n_2 & 2n_2n_3 & 2n_1n_3 \\ l_1m_1 & l_2m_2 & l_3m_3 & l_1m_2 + l_2m_1 & l_2m_3 + l_3m_2 & l_1m_3 + l_3m_1 \\ m_1n_1 & m_2n_2 & m_3n_3 & m_1n_2 + m_2n_1 & m_2n_3 + m_3n_2 & m_1n_3 + m_3n_1 \\ l_1n_1 & l_2n_2 & l_3n_3 & l_1n_2 + l_2n_1 & l_2n_3 + l_3n_2 & l_1n_3 + l_3n_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

A transformação do tensor das deformações  $[\epsilon]$  numa mudança de referencial por rotação é dada por

$$[\epsilon'] = [\Omega][\epsilon][\Omega]^T. \quad (2.16)$$

De forma semelhante ao descrito para o estado de tensão, é possível obter a lei de transformação da lista das deformações

$$\{\epsilon'\} = [T_\epsilon]\{\epsilon\}, \quad (2.17)$$

sendo  $[T_\epsilon]$  a correspondente matriz de transformação. De forma explícita a Equação (2.17) vem

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} l_1^2 & l_2^2 & l_3^2 & l_1 l_2 & l_2 l_3 & l_1 l_3 \\ m_1^2 & m_2^2 & m_3^2 & m_1 m_2 & m_2 m_3 & m_1 m_3 \\ n_1^2 & n_2^2 & n_3^2 & n_1 n_2 & n_2 n_3 & n_1 n_3 \\ 2l_1 m_1 & 2l_2 m_2 & 2l_3 m_3 & l_1 m_2 + l_2 m_1 & l_2 m_3 + l_3 m_2 & l_1 m_3 + l_3 m_1 \\ 2m_1 n_1 & 2m_2 n_2 & 2m_3 n_3 & m_1 n_2 + m_2 n_1 & m_2 n_3 + m_3 n_2 & m_1 n_3 + m_3 n_1 \\ 2l_1 n_1 & 2l_2 n_2 & 2l_3 n_3 & l_1 n_2 + l_2 n_1 & l_2 n_3 + l_3 n_2 & l_1 n_3 + l_3 n_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

As matrizes de transformação das listas das tensões e das deformações relacionam-se entre si através das seguintes propriedades

$$[T_\sigma]^{-1} = [T_\epsilon]^T \quad \text{e} \quad [T_\epsilon]^{-1} = [T_\sigma]^T. \quad (2.19)$$

A partir da lei de Hooke generalizada relativa ao sistema de coordenadas  $S$  (Equação 2.4), e fazendo uso das leis de transformação da lista das tensões (Equação 2.14) e da lista das deformações (Equação 2.17), bem como das propriedades das matrizes de transformação expressas nas Equações (2.19), mostra-se que

$$[S'] = [T_\epsilon][S][T_\epsilon]^T. \quad (2.20)$$

De forma semelhante é possível concluir que a lei de transformação da matriz de elasticidade, numa mudança de referencial por rotação é

$$[C'] = [T_\sigma][C][T_\sigma]^T. \quad (2.21)$$

## 2.5 Lei de Hooke para um material ortotrópico em estado plano de tensão

### 2.5.1 Lei de Hooke no referencial de simetria material

Um aspecto importante no estudo do comportamento mecânico de materiais é a consideração dum estado plano de tensão. Frequentemente os provetes empregues nos ensaios mecânicos

de caracterização dos materiais têm uma configuração em que pelo menos uma dimensão geométrica característica é, em ordem de grandeza, bastante inferior às restantes dimensões. Nestas circunstâncias três das seis componentes independentes do estado de tensão são significativamente menores do que as restantes, e, por esta razão, são consideradas nulas. Escolhendo arbitrariamente o plano ortotrópico 1-2 como o plano de tensões não nulas, a lei de Hooke (Equação 2.3) pode reduzir-se a [85–87],

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix}, \quad (2.22)$$

juntamente com

$$\epsilon_6 = S_{31}\sigma_1 + S_{32}\sigma_2. \quad (2.23)$$

A Equação (2.22) é a lei de Hooke dum material ortotrópico em estado plano de tensão e relativamente ao referencial de simetria material. Esta equação pode ser representada usando uma notação compacta do seguinte modo

$$\{\bar{\epsilon}\} = [\bar{S}]\{\bar{\sigma}\}, \quad (2.24)$$

em que  $\{\bar{\epsilon}\}$  é a lista reduzida das deformações,  $\{\bar{\sigma}\}$  é a lista reduzida das tensões e  $[\bar{S}]$  é a matriz de flexibilidade reduzida. A matriz  $[\bar{S}]$  quando expressa em termos das constantes de engenharia (Equações 2.9 e 2.22), toma a seguinte forma

$$[\bar{S}] = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

Resolvendo a Equação (2.24) em ordem a  $\{\sigma\}$ , obtém-se a seguinte forma da lei de Hooke em estado plano de tensão

$$\{\bar{\sigma}\} = [\bar{Q}]\{\bar{\epsilon}\}. \quad (2.26)$$



Na Equação (2.26)  $[\bar{Q}]$  é a matriz de elasticidade reduzida relativamente ao referencial de simetria material, dada por [85–87]

$$[\bar{Q}] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1/(1 - \nu_{12}\nu_{21}) & -\nu_{21}E_1/(1 - \nu_{12}\nu_{21}) & 0 \\ -\nu_{12}E_2/(1 - \nu_{12}\nu_{21}) & E_2/(1 - \nu_{12}\nu_{21}) & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

### 2.5.2 Transformação da lei de Hooke

Considere-se uma mudança de referencial por rotação am torno do eixo de simetria material  $O3$ , caracterizado pelo ângulo  $\theta$  (Figura 2.4). A matriz de transformação do referencial de simetria material ( $S$ ) para um referencial qualquer ( $S'$ ) é (Equação 2.12)

$$[\Omega] = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \\ n_1 & n_2 & n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & s & 0 \\ -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.28)$$

em que  $c = \cos \theta$  e  $s = \sin \theta$ .

Da mudança de referencial por rotação descrita na Equação (2.28) e atendendo que em estado plano de tensão as componentes de deformação  $\epsilon_4$  e  $\epsilon_5$  são nulas, a lei de transformação da lista das deformações (Equação 2.18) vem

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix}, \quad (2.29)$$

juntamente com  $\epsilon_{zz} = \epsilon_3$ . Usando uma notação simbólica mais compacta a Equação (2.29) é representada por

$$\{\bar{\epsilon}'\} = [\bar{T}_\epsilon]\{\bar{\epsilon}\}, \quad (2.30)$$

em que  $\{\bar{\epsilon}'\}$  é a lista reduzida das deformações num referencial qualquer e  $[\bar{T}_\epsilon]$  é a matriz de transformação reduzida para as deformações.

De igual forma é possível mostrar que numa mudança de referencial a lei de transformação da lista reduzida das tensões é

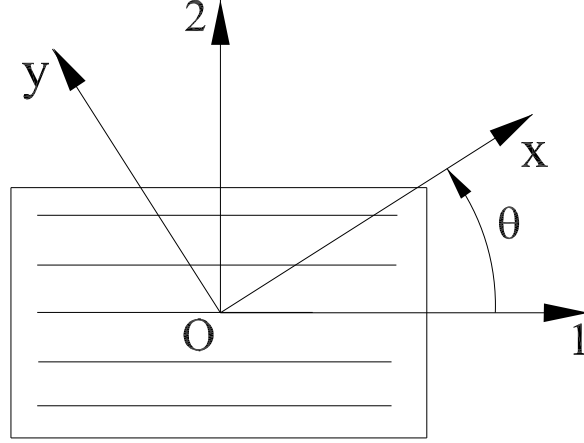


Figura 2.4: Orientação relativa do referencial de simetria material em relação a um referencial qualquer, no plano 1-2.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix}, \quad (2.31)$$

ou, de forma mais compacta

$$\{\bar{\sigma}'\} = [\bar{T}_\sigma]\{\bar{\sigma}\}, \quad (2.32)$$

onde  $\{\bar{\sigma}'\}$  é a lista reduzida das tensões num referencial qualquer e  $[\bar{T}_\sigma]$  é a matriz de transformação reduzida para as tensões.

As matrizes de transformação reduzidas,  $[\bar{T}_\epsilon]$  e  $[\bar{T}_\sigma]$ , gozam das mesmas propriedades das matrizes de transformação  $[T_\epsilon]$  e  $[T_\sigma]$  (Equação 2.19), verificando-se além disso que

$$[\bar{T}_\sigma]^{-1} = [\bar{T}_\sigma(\theta)] \quad \text{ou} \quad [\bar{T}_\epsilon]^{-1} = [\bar{T}_\epsilon(\theta)]. \quad (2.33)$$

Atendendo ao desenvolvimento apresentado na Secção (2.4), é possível concluir que a lei de transformação da matriz de flexibilidade reduzida, numa mudança de referencial por rotação é

$$[\bar{S}'] = [\bar{T}_\epsilon][\bar{S}][\bar{T}_\epsilon]^T. \quad (2.34)$$

Partindo da Equação (2.34), após algum trabalho de cálculo, obtém-se as seguintes equações que relacionam os elementos da matriz  $\bar{S}'_{ij}$  com os elementos da matriz  $\bar{S}_{ij}$  através dos cosenos

directores  $c$  e  $s$  [85–87],

$$\begin{aligned}
S'_{11} &= S_{11}c^4 + S_{22}s^4 + (2S_{12} + S_{66})c^2s^2 \\
S'_{22} &= S_{11}s^4 + S_{22}c^4 + (2S_{12} + S_{66})c^2s^2 \\
S'_{66} &= 2(2S_{11} + 2S_{22} - 4S_{12})c^2s^2 + S_{66}(c^2 - s^2)^2 \\
S'_{12} &= (S_{11} + S_{22} - S_{66})c^2s^2 + S_{12}(c^4 + s^4) \\
S'_{16} &= (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66})c^3s - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{66})cs^3 \\
S'_{26} &= (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66})cs^3 - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{66})c^3s.
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Assim, a lei de Hooke para um material ortotrópico em estado plano de tensão e num referencial qualquer é expressa através da equação

$$\{\bar{\epsilon}'\} = [\bar{S}']\{\bar{\sigma}'\}. \tag{2.36}$$

De forma análoga conclui-se que a lei de transformação da matriz de elasticidade reduzida, numa mudança de referencial por rotação é dada por

$$[\bar{Q}'] = [\bar{T}_\sigma][\bar{Q}][\bar{T}_\sigma]^T. \tag{2.37}$$

A partir da Equação (2.37) é possível obter um sistema de equações relacionando os elementos da matriz  $\bar{Q}'_{ij}$  com os elementos da matriz  $\bar{Q}_{ij}$  através dos cosenos directores  $c$  e  $s$  [85–87],

$$\begin{aligned}
Q'_{11} &= Q_{11}c^4 + Q_{22}s^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})c^2s^2 \\
Q'_{22} &= Q_{11}s^4 + Q_{22}c^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})c^2s^2 \\
Q'_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12})c^2s^2 + Q_{66}(c^2 - s^2)^2 \\
Q'_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})c^2s^2 + Q_{12}(c^4 + s^4) \\
Q'_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})c^3s + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})cs^3 \\
Q'_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})cs^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})c^3s.
\end{aligned} \tag{2.38}$$

A lei de Hooke de um material ortotrópico é agora expressa num referencial qualquer pela equação

$$\{\overline{\sigma'}\} = [\overline{Q'}]\{\overline{\epsilon'}\}. \quad (2.39)$$

## Capítulo 3

# Ensaaios de caracterização do comportamento mecânico ao corte

### 3.1 Introdução

Para a correcta utilização dum material numa aplicação estrutural, é imprescindível conhecer completamente o seu comportamento mecânico até à rotura. A única forma de identificar essas leis, passa pela execução de ensaios mecânicos adequados. Os métodos de ensaio podem fundamentalmente agrupar-se em duas classes: os métodos clássicos e os métodos de campo. Os métodos clássicos compreendem os ensaios de tracção, compressão e de corte, e os métodos de campo compreendem os métodos directos (por exemplo, o Método dos Campos Virtuais [88–90]) e iterativos (baseados no método dos elementos finitos e técnicas de optimização [91–93]). A distinção fundamental entre estas duas classes de métodos, reside na natureza dos campos das deformações e das tensões que são gerados numa zona útil do provete: os métodos clássicos baseiam-se em campos homogéneos e puros, enquanto que os métodos de campo tiram partido da existência de campos heterogéneos.

A caracterização experimental de materiais é tipicamente um problema inverso para o qual, conhecendo-se a configuração do provete, as condições de fronteira do ensaio e os estados de deformação e tensão num ou mais pontos materiais numa zona útil do provete, se pretende determinar as suas propriedades mecânicas (Figura 3.1) [89].

Contudo, do ponto de vista experimental, a caracterização do comportamento mecânico de

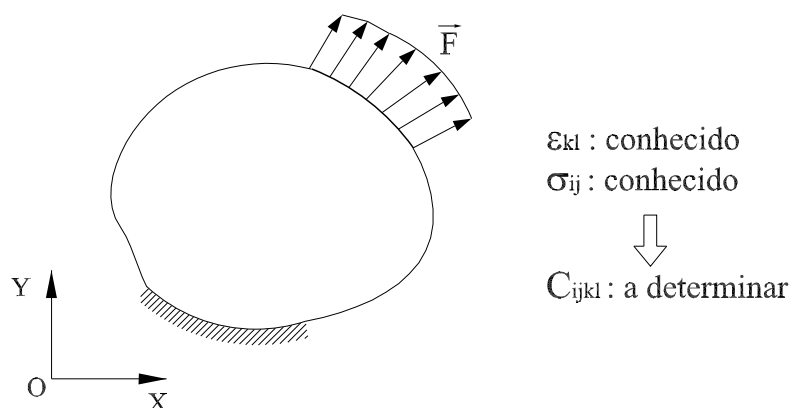


Figura 3.1: Problema inverso de identificação das propriedades dum material.

materiais anisotrópicos e heterogêneos, é particularmente difícil devido aos seguintes aspectos:

- (i) é necessário identificar um grande número de parâmetros independentes que governam as suas leis de comportamento. Por exemplo, no caso dos parâmetros elásticos, para um material ortotrópico é necessário identificar 9 propriedades independentes, enquanto que para os materiais isotrópicos é apenas necessário identificar 2 propriedades [85–87];
- (ii) os ensaios mecânicos clássicos baseiam-se no pressuposto de que a geometria do provete e a configuração do carregamento são tais que é possível criar, numa zona útil do provete, estados de tensão e de deformação praticamente homogêneos e puros, ou que é possível aceder a esses campos por modelação dos ensaios pelo Método dos Elementos Finitos. Desta forma, serão necessários vários ensaios distintos para a identificação de todos os parâmetros envolvidos no comportamento destes materiais, que no case dum material ortotrópico são: (1) ensaios de tracção e compressão nas direcções de simetria material para a identificação dos módulos de elasticidade, coeficiente de Poisson, e tensões de rotura por tracção e compressão; (2) ensaios independentes de corte para a identificação dos módulos de corte e das tensões de rotura por corte [89, 90];
- (iii) devido à grande variabilidade na estrutura interna destes materiais, nomeadamente para um material como a madeira, é necessário executar um grande número de ensaios para a identificação de propriedades médias;

- (iv) o comportamento não linear e a rotura são tipicamente provocados pela heterogeneidade da estrutura local do material, difícil de observar à escala macroscópica e de quantificar pela mecânica clássica dos meios contínuos [94];
- (v) a hipótese de Saint-Venant de que os estados de deformação e de tensão a uma certa distância das condições de fronteira não são afectados por estas, nem sempre é válida para estes materiais [95].

Ao longo deste capítulo iremos focar a nossa atenção nos ensaios clássicos de caracterização do comportamento macroscópico ao corte de materiais ortotrópicos. Um ensaio ao corte ideal deve ser um ensaio fácil de executar, necessitando de pequenos provetes, com geometria fácil de fabricar e capaz de medir a verdadeira relação entre a deformação de corte de engenharia ( $\epsilon_6$ ) e a tensão de corte ( $\sigma_6$ )

$$\epsilon_6 = f_{12} \sigma_6, \quad (3.1)$$

incluindo o módulo de corte ( $G_{12}$ ) e a tensão de rotura por corte ( $S_{12}$ ).

Nas secções que se seguem serão revistos os ensaios normalizados de caracterização das propriedades ao corte da madeira maciça, salientando-se as suas vantagens e limitações (Secção 3.2). Serão também revistos alguns dos ensaios clássicos mais usados na caracterização do comportamento ao corte de materiais ortotrópicos, nomeadamente dos materiais compósitos sintéticos: o ensaio de corte de Iosipescu (Secção 3.3); o ensaio de tracção fora dos eixos de simetria material (Secção 3.4); o ensaio de corte de Arcan (Secção 3.5). A revisão de outros métodos de ensaio ao corte pode ser obtida nas referências [81, 96, 97].

## 3.2 Ensaios de corte normalizados para a madeira

As normas dos ensaios de caracterização para a madeira maciça não contemplam a identificação completa do seu comportamento mecânico, *i.e.*, todos os elementos da matriz de elasticidade e tensões de rotura. Nesta Secção apresenta-se uma revisão dos ensaios normalizados para a caracterização de algumas propriedades mecânicas ao corte da madeira:

- (i) *módulos de corte* paralelos às fibras ( $G_{LR}$  e  $G_{LT}$ ) – prEN 408 (2000) [13] e ASTM D198-94 (1994) [14];
- (ii) *tensões de rotura por corte* paralelas às fibras ( $S_{LR}$  e  $S_{LT}$ ) – NP-623 (1973) [12] e ASTM D143-94 (1994) [15].

### 3.2.1 Caracterização do módulo de corte

O módulo de elasticidade ao longo das fibras ( $E_L$ ) pode ser determinado a partir da medição da rigidez à flexão dum provete prismático, submetido a um ensaio de flexão em três ou quatro pontos [6]. Usando o ensaio de flexão em três pontos (Figura 3.2), a Teoria das Vigas de Euler-Bernoulli fornece uma solução para o cálculo do  $E_L$  de acordo com a seguinte expressão

$$E_L^a = \frac{1}{4b} \left( \frac{L}{h} \right)^3 \frac{F}{f}, \quad (3.2)$$

em que  $L$ ,  $h$  e  $b$  são parâmetros geométricos, respectivamente, a distância entre apoios (ou vão), a altura e a espessura da viga e  $F/f$  representa o declive da curva força – flecha ( $F - f$ ), identificado experimentalmente no domínio linear elástico para um determinado valor  $L/h$  (Figura 3.3). Contudo, o módulo de elasticidade determinado de acordo com a Equação (3.2) representa um valor aparente ( $E_L^a$ ), dependente da razão geométrica  $L/h$  (Figura 3.4.a). Para razões  $L/h$  elevadas o valor de  $E_L^a$  converge para o verdadeiro valor de  $E_L$  do material. A dependência de  $E_L^a$  com a distância entre apoios ( $L$ ) para as razões  $L/h$  mais baixas deve-se à existência de efeitos de corte não contemplados na Teoria das Vigas de Euler-Bernoulli. A Teoria das Vigas de Timoshenko procura contemplar esses efeitos, sendo a teoria adoptada no projecto de norma prEN 408 [13] e na norma ASTM D198-94 [14], para a determinação simultânea do módulo de elasticidade longitudinal e do módulo de corte ( $G_{LR}$  e  $G_{LT}$ ) da madeira maciça através do chamado método de vão variável. Este método baseia-se na seguinte equação, fornecida pela Teoria das Vigas de Timoshenko

$$\frac{1}{E_L^a} = \frac{1}{E_L} + \frac{k}{G_{L\beta}} \left( \frac{h}{L} \right)^2, \quad (3.3)$$

onde  $G_{L\beta}$  representa  $G_{LR}$  ou  $G_{LT}$  ( $\alpha = R$  ou  $\alpha = T$ ) e  $k$  é uma constante. Para uma viga de secção rectangular  $k$  toma o valor 1,2 (quando calculado pela energia de deformação) ou o



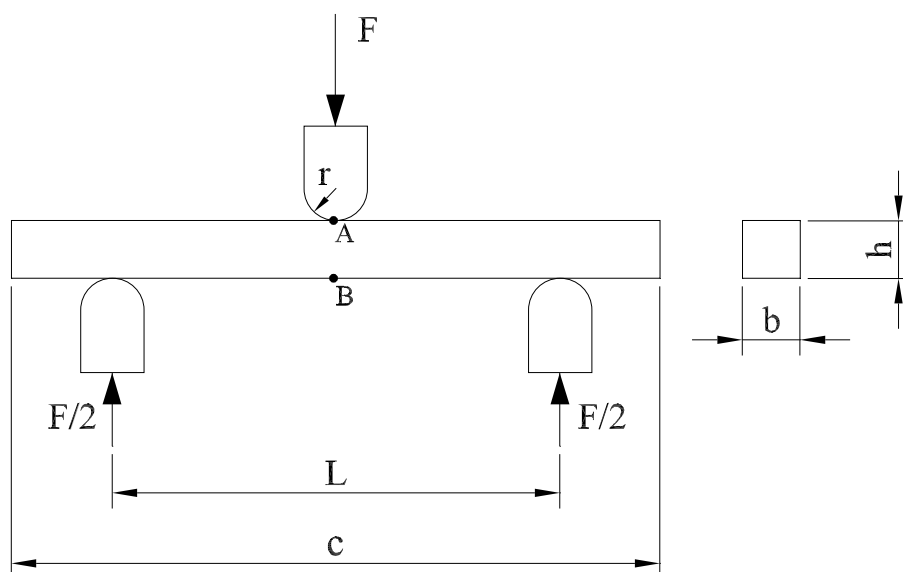


Figura 3.2: Esquema do ensaio de flexão em três pontos.

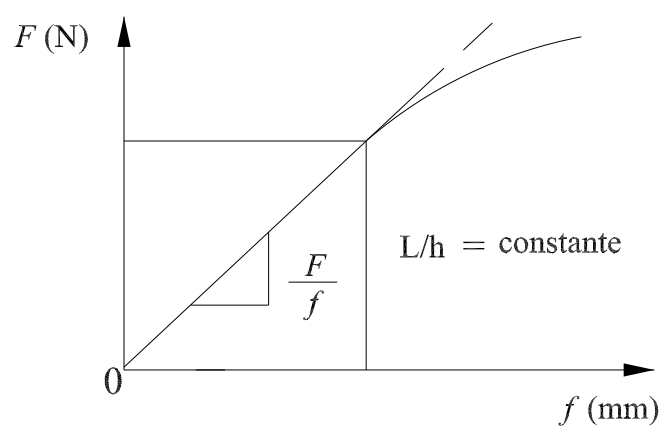


Figura 3.3: Curva característica força – flecha, para uma razão  $L/h$  constante.

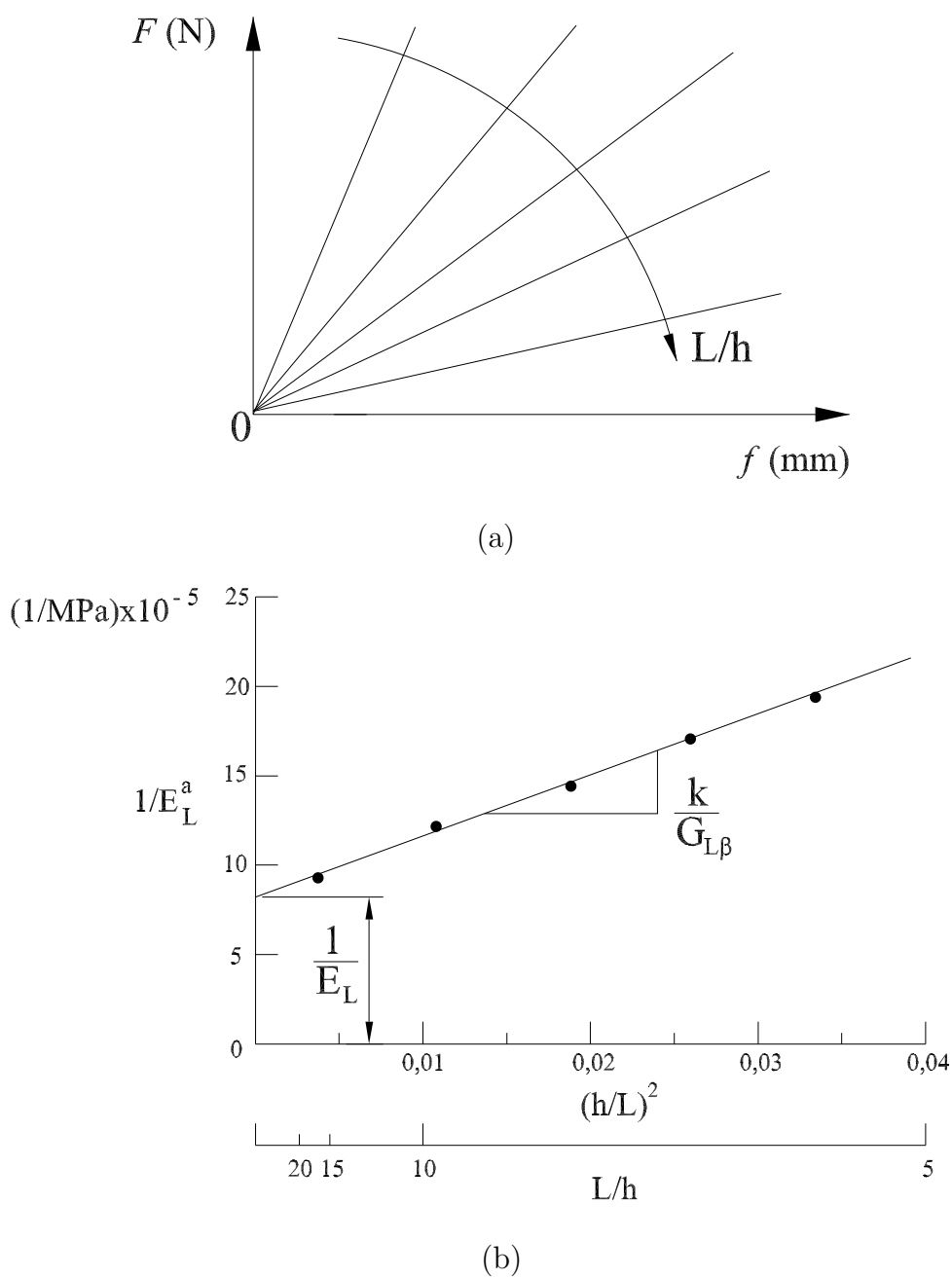


Figura 3.4: Aplicação do método de vão variável: (a) determinação do módulo de elasticidade longitudinal aparente para vários valores de  $L/h$ ; (b) identificação dos módulos de elasticidade longitudinal e de corte.

valor 1,5 (quando calculado pelo quociente entre a tensão de corte máxima e a tensão de corte média).

Aplicando o método de vão variável [13,14], um provete prismático (Figura 3.2), de comprimento total 21 vezes superior à sua altura (para  $h = 20$  mm,  $c \geq 420$  mm) e de secção transversal rectangular constante ( $h = b$ ), é submetido a um ensaio quasi-estático de flexão em três pontos, até uma força (ou deslocamento) para a qual é válida a hipótese de comportamento linear elástico e não seja causado dano do material. O ensaio deve ser executado a uma velocidade não superior a  $5 \times 10^{-5} L^2/6h$  mm/s e repetido para, pelo menos, quatro comprimentos de vão ( $L$ ). Os valores de vão devem ser escolhidos por forma a se obter incrementos de  $(h/L)^2$  igualmente espaçados, dentro dos limites de 0,0025 a 0,035, para os quais é válida a aplicação do método. Para cada uma das razões geométricas  $h/L$ ,  $E_L^a$  é determinado de acordo com a Equação (3.2), pelo ajuste dum segmento de recta aos pontos experimentais por regressão linear com um coeficiente de correlação superior a 0,99 (Figura 3.4.a). Posteriormente o gráfico  $1/E_L^a - (h/L)^2$  é construído ajustando aos pontos um segmento de recta, por regressão linear (Figura 3.4.b). A intersecção desta recta com o eixo das ordenadas representa o inverso do valor do  $E_L$ , e o declive da recta toma o valor de  $k/G_{L\beta}$  (Equação 3.3).

O prEN 408 [13] sugere o uso de placas de aço colocadas entre o provete e o cabeçote móvel e suportes, com comprimento não superior a metade da largura do provete, por forma a minimizar os efeitos de indentação, sobretudo visíveis para pequenos valores de  $h/L$ . Este fenómeno é motivado quer pela facto da madeira ter uma baixa resistência à compressão nas direcções de simetria perpendiculares ao grão, quer pelo facto da carga aplicada ocorrer numa área pequena, teoricamente pontual.

Yoshihara *et al.* [16] estudaram a aplicabilidade do método de vão variável na identificação do módulo de corte no plano  $LT$  ( $G_{LT}$ ) de três espécies de resinosas e folhosas. Os autores ensaiaram provetes com dimensões (Figura 3.2):  $c = 500$  mm;  $L \in [130, 480]$  com intervalos de 50 mm;  $h = 30$  mm;  $b = 10, 20$  e 30 mm;  $r = 15$  mm. Com a finalidade de validar os resultados obtidos usando o método de vão variável,  $E_L$  e  $G_{LT}$  (ver Tabelas 3 em [16]), os autores recorreram a ensaios de vibrações livres numa viga (ver Tabela 2 em [16]). Os resultados obtidos mostram que o  $G_{LT}$  identificado pelo método de vão variável é bastante inferior aquele que é obtido nos ensaios de vibrações, para todas as espécies ensaiadas, estando

essa diferença compreendida entre 57% e 83%. No que diz respeito ao módulo de elasticidade  $E_L$ , os autores identificaram nos dois ensaios valores semelhantes, embora ligeiramente inferiores no método de vão variável. Segundo os autores a concentração de tensões na vizinhança da área de aplicação da carga invalida o princípio de Saint-Venant no qual se baseia a Teoria das Vigas de Timoshenko. Esta concentração de tensões origina uma deflexão adicional, obtendo-se pela solução teórica um valor sistematicamente inferior do módulo de corte.

Por forma a levar em consideração o distúrbio causado pela concentração de tensões na área de aplicação da carga, os autores propuseram a modificação na Teoria das Vigas de Timoshenko original (Equação 3.3), de acordo com a seguinte expressão

$$\frac{1}{E_L^a} = \frac{1}{E_L} + \left(1, 2 + \alpha \frac{h}{L}\right) \frac{1}{G_{L\beta}} \left(\frac{h}{L}\right)^2, \quad (3.4)$$

onde  $k$  na Equação (3.3) é agora substituído por  $k'$ , definido por

$$k' = 1, 2 + \alpha \left(\frac{h}{L}\right), \quad (3.5)$$

sendo  $\alpha$  um coeficiente dependente da razão  $G_{L\beta}/E_L$ . O método apresentado pelos autores (Equação 3.4), tem, em particular, o inconveniente de exigir a calibração do factor  $\alpha$  por um ensaio independente adequado.

Yoshihara e Fukuda [17] examinaram a influência da concentração de tensões, existente na vizinhança da área de carregamento a meio vão, sobre os módulos de elasticidade e de corte da madeira de *Liriodendron tulipifera* L. produzidos pelo método de vão variável, considerando cabeçotes actuadores com raios ( $r$  na Figura 3.2) compreendidos entre 5 e 90 mm. A deflexão da viga a meio vão foi medida no ponto de aplicação da força (ponto A na Figura 3.2), pelo movimento vertical do travessão móvel da máquina de ensaios, e no ponto inferior oposto (ponto B na Figura 3.2). Os módulos de elasticidade ( $E_L$ ) e de corte ( $G_{LR}$ ) foram determinados usando a solução modificada da Teoria das Vigas de Timoshenko (Equação 3.4), tendo sido o valor de  $\alpha$  (Equação 3.5) determinado usando um ensaio independente de vibrações livres. Os autores concluíram que  $E_L$  é praticamente insensível ao valor de  $r$ , independentemente do ponto usado na medição da deflexão (A ou B). Por seu lado, o módulo de corte  $G_{LR}$  é significativamente influenciado pelo valor do raio, quando calculado a partir da deflexão medida no ponto A. Apesar de não comentado pelos autores, esta evolução é aproximadamente linear, obtendo-se

módulos de corte superiores para valores de raio também superiores. Em contraste, os valores de  $G_{LR}$  não são seriamente afectados pelo valor de  $r$ , quando a deflexão é medida no ponto B. Apesar de não mencionado pelos autores, queremos que este resultado é devido a problemas de indentação.

Usando os resultados experimentais obtidos por Yoshihara e Fukuda [17], é possível quantificar no valor do módulo de corte o efeito devido à indentação. Considerando  $r = 5$  mm e  $h/L = 0,0714$ , obtém-se da deflexão medida nos pontos A (com indentação) e B (sem indentação),  $E_L^{a,A} \simeq 11,4$  GPa (Figura 3 em [17]) e  $E_L^{a,B} \simeq 12,5$  GPa (Figura 4 em [17]), respectivamente. Tomando  $k = 1,2$  e  $E_L = 14,4$  GPa (valor identificado nos ensaios de vibrações livres), determinam-se, neste caso, os valores  $G_{LR}^A = 0,33$  GPa e  $G_{LR}^B = 0,58$  GPa, respectivamente para as flechas medidas nos pontos A e B. Desta forma, conclui-se que o efeito de indentação contribui para a determinação dum valor subestimado do módulo de corte em cerca de 42%. Esta diferença, considerando os resultados para  $r = 30$  mm, com  $E_L^{a,A} \simeq 12,4$  GPa e  $E_L^{a,B} \simeq 12,5$ , torna-se de apenas 6%. Por outro lado, mesmo admitindo que os efeitos de indentação não são importantes, os valores do módulo de corte identificados pelo método de vão variável (por exemplo, para  $r = 30$  mm,  $G_{LR}^B = 0,58$  GPa), são sistematicamente inferiores aos valores identificados usando o ensaio de vibrações livres, para o qual  $G_{LR} = 0,88$  GPa, existe uma diferença, em relação a  $G_{LR}^B$  (para  $r = 30$  mm), de 34%. A soma das percentagens devida quer ao efeito de indentação (42%) quer a outros efeitos (34%), resulta num valor de 76%, que é da mesma ordem de grandeza dos resultados previamente publicados pelos autores e atrás revistos [16]. Esta análise mostra que o valor do módulo de corte identificado de acordo com o procedimento do método de vão variável, pode ser quase uma ordem de grandeza inferior em relação ao seu verdadeiro valor.

Yoshihara e Fukuda [17] aplicaram o método de vão variável considerando almofadas de teflon de diferentes espessuras colocadas nas regiões de contacto entre o provete e o cabeçote actuar e suportes, com a finalidade de minimizar os efeitos devido à indentação. De acordo com os resultados obtidos, quer o módulo de elasticidade quer o módulo de corte não são significativamente influenciados pelo uso da almofada de teflon, independentemente do valor da sua espessura, quando a deflexão é medida no ponto B. Quando a deflexão é medida no ponto A, o uso da almofada de teflon (praticamente para todas as espessuras de teflon ensaiadas), modera

a influência de  $r$  na determinação do módulo de corte, obtendo-se valores mais consistentes, não tendo, todavia, uma influência significativa no valor do módulo de elasticidade. De acordo com estes resultados, os autores recomendam, de forma semelhante ao prEN 408 [13], o uso dum material adequado na região de contacto entre o provete e o cabeçote móvel quando a deflexão é medida através do movimento do travessão móvel da máquina de ensaios.

Na medida em que o módulo de corte  $G_{L\beta}$  identificado através do método de vão variável é dependente de vários parâmetros ( $h/L$ ,  $k$ , da definição de flecha), conclui-se que este método não é um ensaio fundamental para o cálculo desta propriedade para a madeira maciça. Uma outra limitação do método de vão variável prende-se com o facto de exigir o uso dum provete em forma duma viga (para a qual a dimensão longitudinal é significativamente superior às restantes), impossibilitando assim a identificação do módulo de corte no plano  $RT$  ( $G_{RT}$ ), uma vez que neste não é possível retirar provetes com as dimensões adequadas para a aplicação do método.

Outros métodos de ensaio têm sido propostos para a medição do módulo de corte para espécies de madeira maciça, de entre os quais se salientam: os ensaios de torção estático e dinâmico [98]; o ensaio de vibrações [99]; o ensaio de corte de Iosipescu [21, 75, 78–80]; o ensaio de tracção fora dos eixos de simetria material [100–102]; ensaio de corte de Arcan [103]. No entanto a utilização efectiva e corrente destes métodos requer a sua normalização.

### 3.2.2 Caracterização da tensão de rotura por corte

O ensaio de corte paralelo às fibras conhecido por “*shear block test*” – que traduzimos neste texto por ensaio do bloco de corte – é o método adoptado nas normas ASTM D143-94 (1994) [15] e NP-623 (1973) [12] para a determinação das tensões de rotura por corte paralelas às fibras ( $S_{LR}$  e  $S_{LT}$ ). Este ensaio foi originalmente proposto em meados dos anos 20 do século passado, pelo *USDA Forest Service, Forest Products Laboratory*.

A forma e as dimensões do provete associado ao ensaio do bloco de corte estão representadas na Figura 3.5 [12]. O provete é solicitado por um dispositivo esquematizado na Figura 3.6 [12], que é constituído essencialmente por um cutelo metálico e por uma base, também metálica, que suporta e imobiliza o provete e guia o cutelo durante o ensaio.

É genericamente reconhecido que os valores obtidos nos ensaios do bloco de corte não são

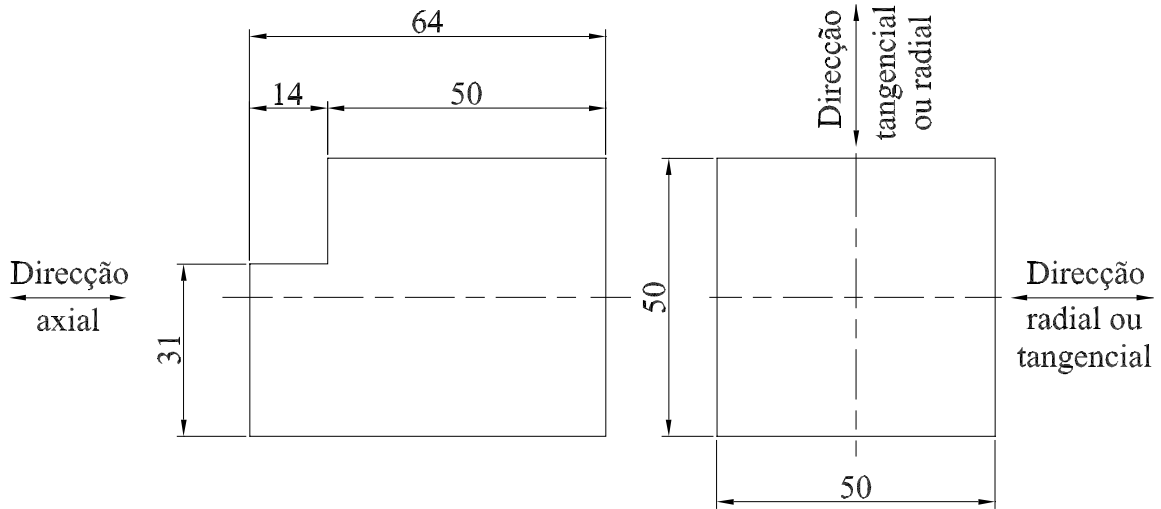


Figura 3.5: Forma e dimensões do provete associado ao ensaio do bloco de corte.

representativos de  $S_{LR}$  e  $S_{LT}$  [18–20], em virtude da concentração de tensões introduzidas pelo desnível geométrico do provete (Figura 3.5). Por comparação dos resultados do ensaio do bloco de corte com outros métodos mais adequados, Rhude (citado em [19]), mostrou que a tensão de corte máxima medida no ensaio do bloco de corte pode ser um valor subestimado, em relação ao verdadeiro valor da tensão de rotura por corte, em mais de 30%. Vários investigadores têm tentado quantificar, quer do ponto de vista experimental quer do ponto de vista numérico, o valor da concentração de tensões e a forma do campo das tensões no provete associado ao ensaio do bloco de corte [19]. As conclusões relevantes a reter são (Figura 3.7, [19]): (i) a existência duma distribuição heterogénea da tensão de corte ao longo da secção resistente; (ii) a tensão de corte máxima é pelo menos duas vezes maior que a tensão de corte nominal na vizinhança do desnível geométrico do provete.

Kretschmann [104] mostrou para a espécie *Pinus Taeda L.* que a orientação das direcções perpendiculares às fibras (Figura 3.5), ou seja, dos anéis de crescimento, não influencia significativamente o valor da tensão de corte máxima identificada pelo ensaio do bloco de corte.

No sentido de ultrapassar as limitações intrínsecas ao ensaio do bloco de corte, outros métodos têm sido propostos, de entre os quais se enquadra o ensaio de corte paralelo às fibras

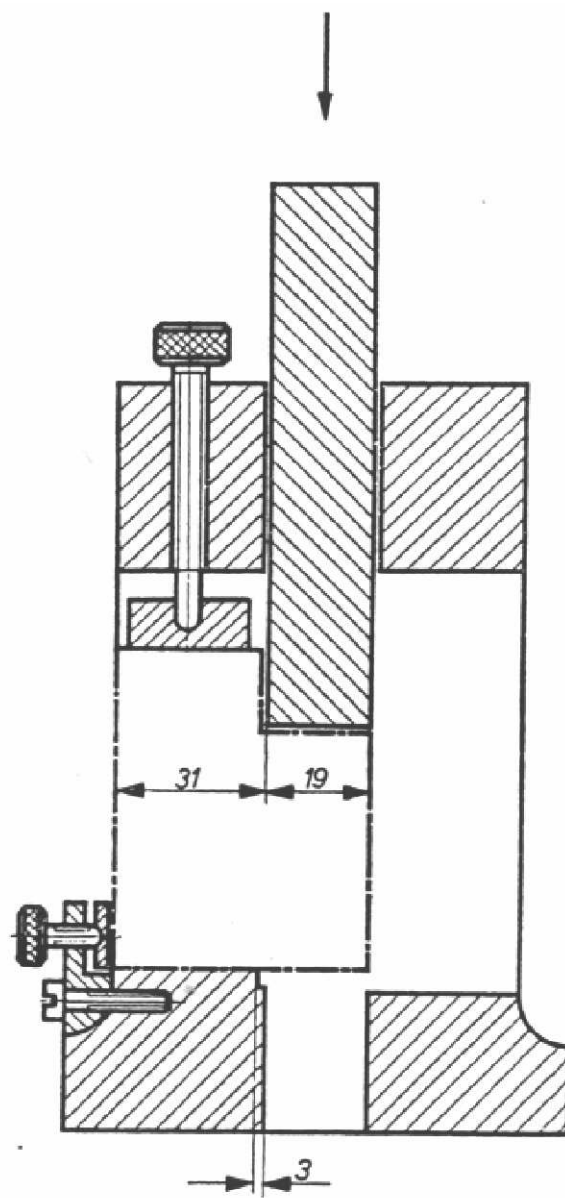


Figura 3.6: Esquema do ensaio do bloco de corte.



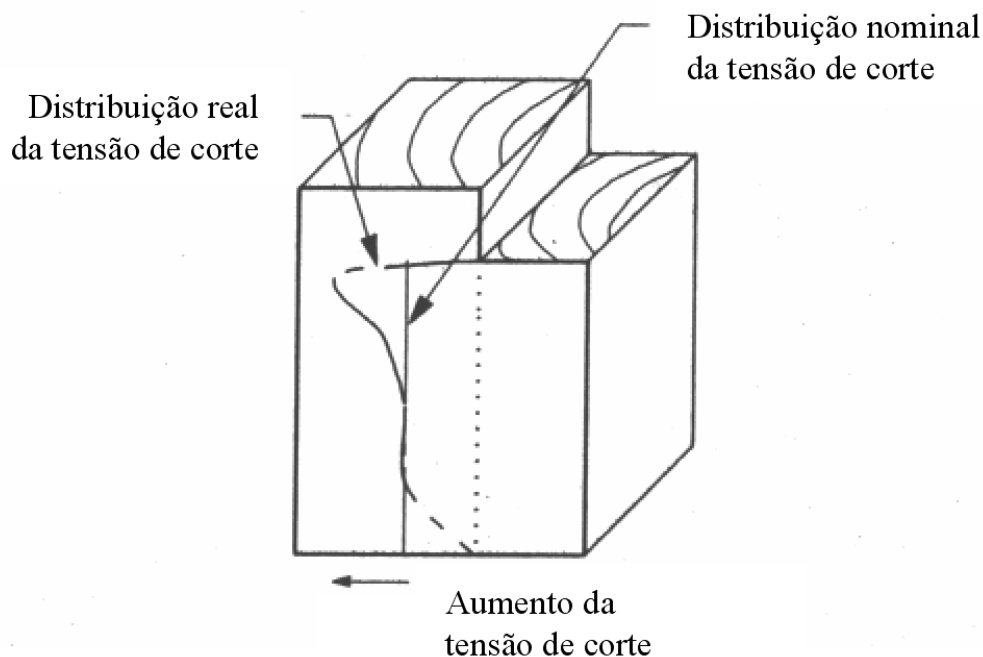
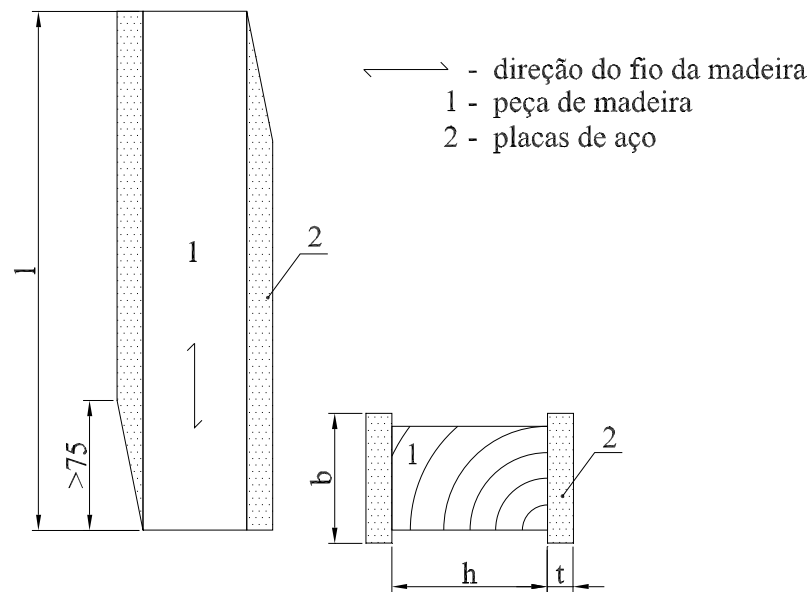
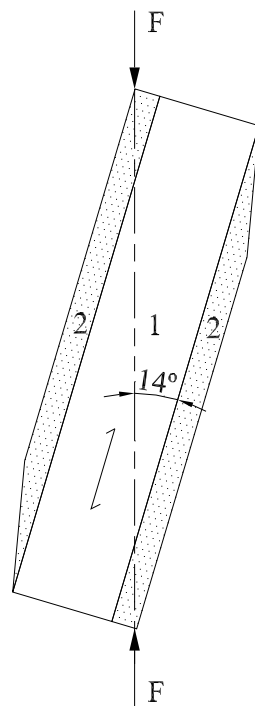


Figura 3.7: Comparação entre a tensão de corte nominal e real, no ensaio do bloco de corte.

proposto no prEN 408 (2000) [13] – que designamos ao longo deste texto por ensaio de corte plano solicitado por placas. O provete e esquema deste último ensaio encontram-se ilustrados na Figura 3.8 [13]. Neste ensaio são coladas duas placas de aço, com uma espessura e adesivo adequados, a um provete rectangular com às fibras orientadas com a maior direcção do provete (Figura 3.8.a). Este deve ser montado numa máquina de ensaios, por forma a que a direcção da carga aplicada e o eixo longitudinal do provete façam um ângulo igual a  $14^\circ$  (Figura 3.8.b). Recomendações na preparação dos provetes e os detalhes do procedimento experimental podem ser obtidos no prEN 408 (2000) [13].



(a)



(b)

Figura 3.8: Ensaio de corte plano solicitado por placas, proposto no prEN 408 (2000): (a) provete; (b) esquema do ensaio.

## 3.3 Ensaio de Iosipescu

### 3.3.1 Apresentação do ensaio de Iosipescu

O ensaio de corte de Iosipescu é um ensaio mecânico normalizado para a caracterização do comportamento ao corte de materiais compósitos sintéticos (ASTM D5379-93 [74]). O provete associado a este ensaio consiste numa viga rectangular, de reduzidas dimensões, com dois entalhes em V centrados e simétricos, como se representa na Figura 3.9. Uma amarra especial é usada para a aplicação da solicitação ao provete. A norma ASTM D5379-93 [74] especifica a amarra de Wyoming “modificada” (AWM), desenvolvida por Adams e Walrath [23–28]. Esta amarra é constituída essencialmente por duas partes, uma fixa e outra móvel (Figura 3.10): a parte fixa está solidária com a base de apoio à máquina de ensaios, enquanto que a parte móvel está ligada ao travessão móvel da máquina e é guiada por um rolamento linear. O princípio do ensaio consiste em aplicar um conjunto de deslocamentos prescritos nas faces de carregamento do provete, através do movimento relativo das partes fixa e móvel da amarra. Desta forma, o movimento vertical do travessão da máquina é transformado num esforço cortante na secção central do provete, entre entalhes. No ensaio ideal, o carregamento imposto consiste num sistema de dois pares de forças concentradas, pelo que a secção transversal central do provete está apenas sujeita a um esforço de corte  $P$  (Figura 3.11) [22]. A abertura dos entalhes em V justifica-se pela uniformização da distribuição da tensão de corte ao longo da linha entre entalhes (para uma viga rectangular de secção constante sem entalhes este perfil é parabólico), bem como pela redução da secção transversal central do provete. Nestas condições ideais, o estado de tensão em todos os pontos materiais ao longo de linha entre entalhes é de corte puro, devendo a rotura do provete ocorrer na secção mínima entre entalhes [22].

Assumindo que a tensão de corte ( $\sigma_6$ ) é uniforme, quer ao longo da linha entre entalhes quer segundo a espessura do provete, o seu valor é calculado por

$$\sigma_6 = \frac{P}{A}, \quad (3.6)$$

onde  $P$  representa a força total aplicada ao provete, medida experimentalmente pela célula de carga da máquina de ensaios, e  $A$  é a área da secção transversal entre entalhes. A deformação de corte é usualmente medida por uma roseta extensométrica de dois elementos fixa no centro do

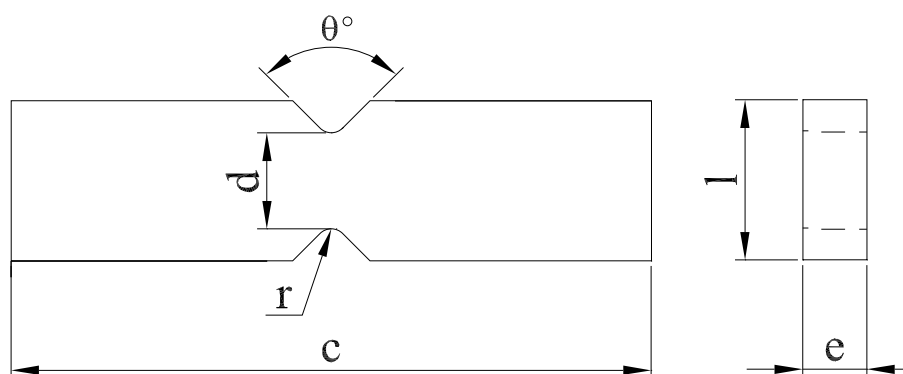


Figura 3.9: Configuração do provete do ensaio de Iosipescu.

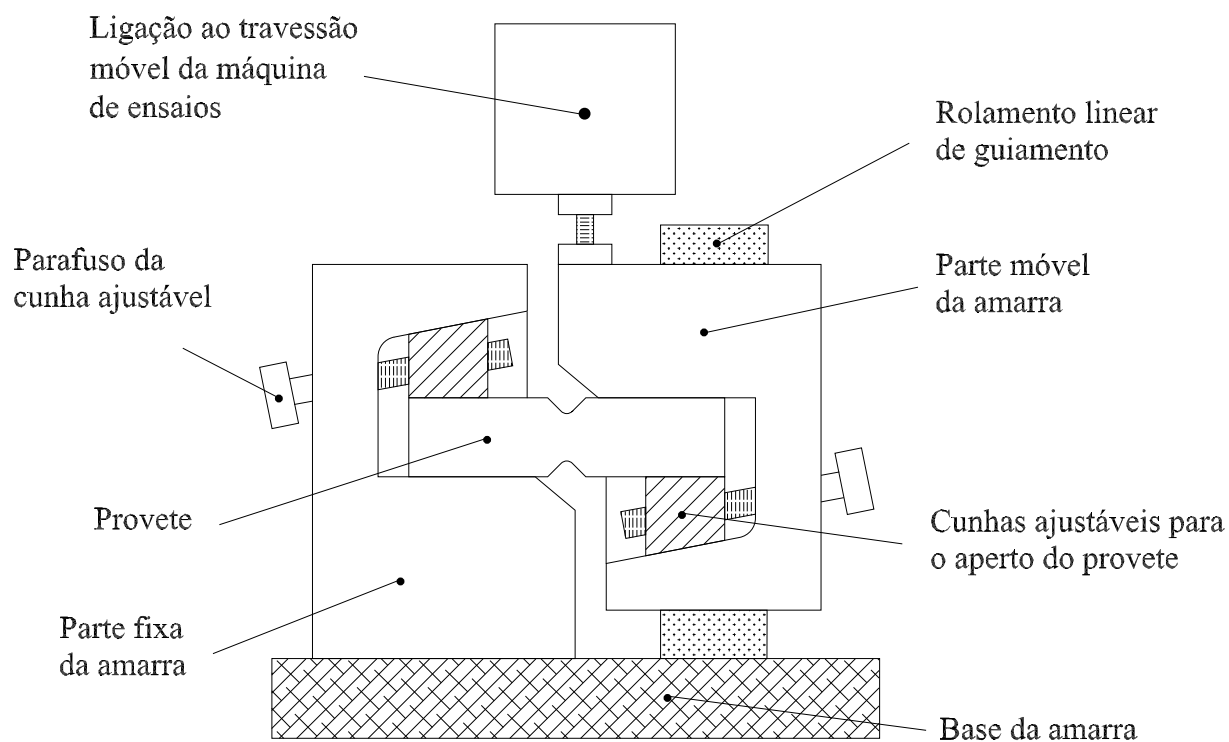


Figura 3.10: Esquema da amarra associada ao ensaio de Iosipescu.

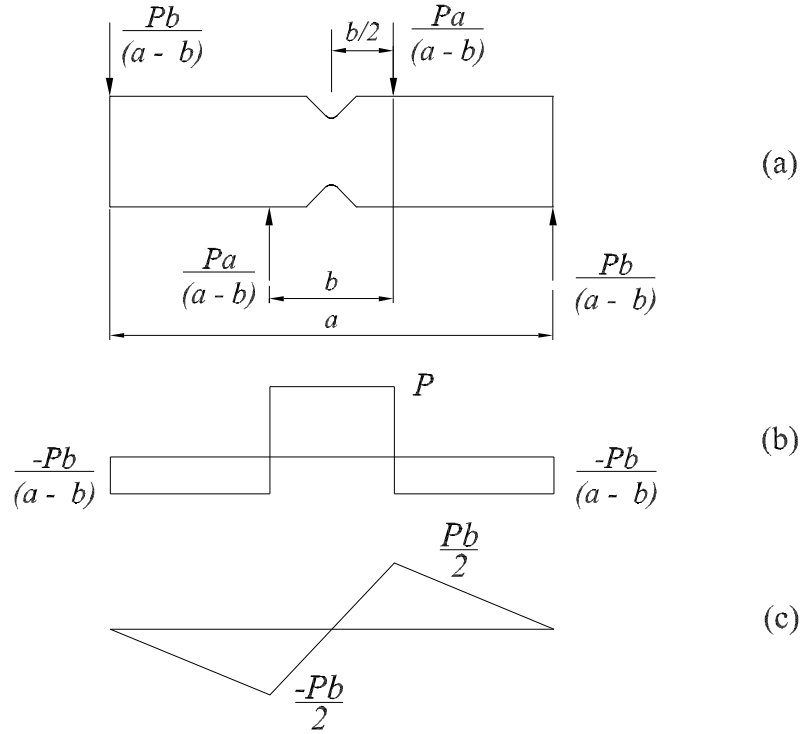


Figura 3.11: Idealização do carregamento associado ao ensaio de Iosipescu: (a) diagrama de corpo livre; (b) diagrama do esforço transversor; (c) diagrama do momento flector.

provete de Iosipescu a  $\pm 45^\circ$ , em relação ao seu eixo longitudinal (Figura 3.12). A deformação de corte de engenharia ( $\epsilon_6$ ) é calculada, de acordo com a equação de transformação do estado de deformação [105], por

$$\epsilon_6 = \epsilon_{+45^\circ} - \epsilon_{-45^\circ}, \quad (3.7)$$

em que  $\epsilon_{+45^\circ}$  é a deformação linear medida pelo extensómetro a  $+45^\circ$  e  $\epsilon_{-45^\circ}$  é a deformação linear medida pelo extensómetro a  $-45^\circ$ . De acordo com a lei de Hooke generalizada (Secção 2.2), o módulo de corte, expresso no referencial de simetria material (1, 2), é dado por

$$G_{12}^a = \frac{\sigma_6}{\epsilon_6}. \quad (3.8)$$

Vários estudos sobre a aplicação do ensaio de Iosipescu a materiais ortotrópicos, mostraram que, nem a distribuição das tensões ao longo da linha entre entalhes, nem o campo das deformações sobre a área abrangida pela roseta extensométrica, são homogéneos e de corte

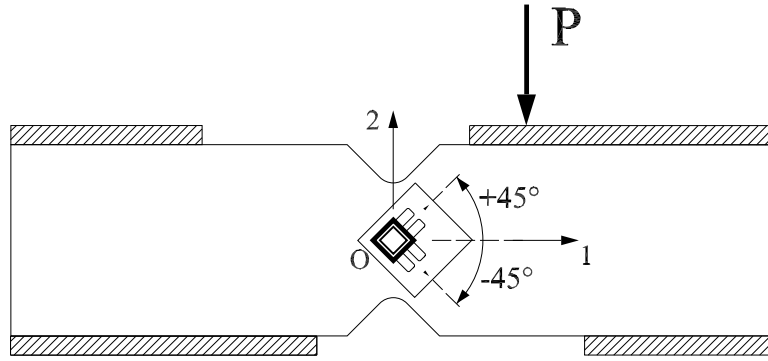


Figura 3.12: Representação das grandezas experimentais medidas no ensaio de Iosipescu.

puro [31, 39–42, 44, 45, 56, 64, 81]. Contudo, independentemente dos estados de tensão e de deformação instalados no provete, a Equação (3.8) continua válida desde que o referencial de simetria material e o referencial do provete sejam perfeitamente coincidentes (Figura 3.12). No entanto, se esses estados não forem homogêneos e de corte puro, a tensão de corte calculada de acordo com a Equação (3.6) representará uma tensão média, não necessariamente coincidente com o seu valor no centro  $O$  do provete (Figura 3.12), na vizinhança do qual a deformação de corte é medida. Por outro lado, a deformação de corte calculada pelas leituras da roseta será um valor médio, não necessariamente coincidente com o seu valor no ponto  $O$  do provete, e dependerá do tamanho da grelha da roseta. Desta forma, o módulo de corte identificado experimentalmente no ensaio de Iosipescu é um valor aparente ( $G_{12}^a$ , na Equação 3.8). Vários autores [31, 33, 35, 45, 52, 74] mostraram ainda que  $G_{12}^a$  é um valor sobestimado ou subestimado, em relação ao seu verdadeiro valor, dependendo da orientação dos eixos de simetria material em relação aos eixos do provete. A título de exemplo, refira-se que para um compósito carbono/epóxico unidireccional a  $0^\circ$  (com fibras paralelas aos eixo longitudinal do provete),  $G_{12}^a$  é sobestimado em cerca de 10%, enquanto que, para o mesmo material na configuração a  $90^\circ$  (com fibras perpendiculares aos eixo longitudinal do provete),  $G_{12}^a$  é subestimado em cerca de 20% [74].

Alguns investigadores propuseram o uso dum factor numérico para a correcção do módulo de corte aparente, calculado por simulação do ensaio pelo Método dos Elementos Finitos. O factor de correcção inicialmente proposto pressupõe uma correcção em termos da tensão de

corte, quantificando o grau de heterogeneidade da sua distribuição ao longo da linha vertical entre entalhes [31, 33, 35, 36, 44, 45]. Contudo, uma abordagem mais completa foi proposta por Pierron [64, 81], segundo a qual o módulo de corte aparente é corrigido de acordo com a equação

$$G_{12}^c = CS G_{12}^a, \quad (3.9)$$

onde

$$C = \frac{\sigma_6^O}{(P/A)}, \quad (3.10)$$

e

$$S = \frac{\epsilon_6^{ros}}{\epsilon_6^O}, \quad (3.11)$$

sendo  $G_{12}^c$  o valor do módulo de corte corrigido,  $C$  o factor de correcção da tensão de corte e  $S$  o factor de correcção da deformação de corte. O factor  $C$  é o factor de correcção clássico que relaciona a tensão de corte média  $(P/A)$ , com o seu valor no ponto central  $O$  do provete  $(\sigma_6^O)$ ; por sua vez, o factor  $S$  é o factor de correcção que leva em consideração a heterogeneidade do campo das deformações de corte sobre a área abrangida pela grelha da roseta, comparando o valor da deformação de corte média medida pela roseta  $(\epsilon_6^{ros})$ , com o seu valor no ponto material central  $O$  do provete  $(\epsilon_6^O)$ . Uma vez que as dimensões do provete, assim como as condições de amarração, são mais ou menos fixas pela amarra do ensaio, o factor de correcção global  $CS$  (Equação 3.9) dependerá sobretudo das propriedades de cada material.

Existem procedimentos alternativos para a determinação do verdadeiro valor do módulo de corte que evitam a utilização de factores de correcção ( $C$  e  $S$ ). Um destes procedimentos passa pela medição da deformação de corte média ao longo da linha entre entalhes. Integrando a Equação (3.8) ao longo dessa linha, e assumindo o material como homogéneo, têm-se

$$G_{12} = \frac{\int_{-d/2}^{d/2} \sigma_6 dy}{\int_{-d/2}^{d/2} \epsilon_6 dy}, \quad (3.12)$$

onde  $l$  representa a distância entre os entalhes (Figura 3.9). Como

$$\int_{-d/2}^{d/2} \sigma_6 dy = \frac{P}{t}, \quad (3.13)$$

em que  $t$  é a espessura do provete, a Equação (3.12) pode ser assim reescrita

$$G_{12} = \frac{P}{t \int_{-d/2}^{d/2} \epsilon_6 dy}. \quad (3.14)$$

O grupo da Micromasurement desenvolveu uma roseta especial para o ensaio de Iosipescu da norma ASTM D5379-93 [74], com a finalidade de medir o valor da deformação de corte média entre os entalhes, *i.e.*, o termo  $\int_{-l/2}^{l/2} \epsilon_6 dy$  da Equação (3.14). Neste caso, já não é necessária a correcção pelo factor  $C$ . As desvantagens do uso desta roseta são o seu custo mais elevado, comparativamente à roseta de dois elementos, e o seu desenho específico para os provetes de Iosipescu cujas dimensões são especificadas na norma ASTM [74]. Outra possibilidade para a obtenção da deformação de corte média ao longo dos entalhes é o uso de técnicas ópticas de medição do campo dos deslocamentos ou das deformações [35, 40–42, 78, 79]. Grédiac *et al.* [51] propuseram uma nova abordagem para a directa identificação do verdadeiro módulo de corte, baseada no Princípio dos Trabalhos Virtuais, usando informação experimental do campo dos deslocamentos (obtida por uma técnica óptica) e integrais de linha.

O procedimento experimental até aqui apresentado, assenta no pressuposto de que as distribuições da tensão de corte e da deformação de corte são uniformes ao longo da espessura do provete. Contudo, alguns autores [40, 42, 52, 64] mostraram que esta suposição não é válida. De facto, verifica-se que as deformações de corte medidas em ambas as faces do mesmo provete podem ser significativamente diferentes; nomeadamente para as orientações do provete para as quais a direcção de maior resistência é coincidente com a direcção da carga aplicada (proвете unidireccional a  $90^\circ$ ). Uma melhor interpretação sobre esta observação foi contudo dada por Pierron [64], segundo o qual este comportamento é o resultado combinado de, por um lado, o carregamento aplicado nas faces de carregamento do provete ser heterogéneo, devido a imperfeições geométricas destas, e, por outro, pelo facto deste carregamento estar próximo da zona útil do provete, invalidando o princípio de Saint-Venant. Todavia foi mostrado que a dispersão de resultados devido a este efeito pode ser eliminado tomando o valor médio das deformações de corte, medidas em ambas as faces do provete [40, 42, 52, 64].

Da curva experimental tensão de corte – deformação de corte de engenharia ( $\sigma_6 - \epsilon_6$ ), será ainda possível identificar a tensão de rotura por corte definida por



$$\sigma_6^{ult} = \frac{P_{ult}}{A}, \quad (3.15)$$

onde  $P^{ult}$  é a carga aplicada no momento da ocorrência da rotura final do provete. Porém, nos trabalhos de investigação sobre o ensaio de Iosipescu tem existido alguma controvérsia sobre a medição de  $\sigma_6^{ult}$  [28, 61]. Usando a definição dada pela Equação (3.15), existe na literatura alguma dispersão de valores devida à ambiguidade na definição do momento de rotura dos provetes. Sobre a hipótese, também confirmada por outros autores [28, 31, 38], de que a rotura do provete de Iosipescu ocorre sob um estado de corte homogéneo (embora não de corte puro), Pierron e Vautrin [61, 62] mostraram que, para um material compósito unidireccional T300/916 a  $0^\circ$ ,  $\sigma_6^{ult}$  pode ser definida de forma consistente apenas recorrendo a um critério de rotura. Este procedimento justifica-se uma vez que na rotura final do provete, existem, na sua região central útil, tensões transversais de compressão importantes (aproximadamente 30% das tensões de corte) que não podem ser ignoradas no cálculo de  $\sigma_6^{ult}$ . Esta conclusão foi confirmada por outros autores estudando outros materiais compósitos [67, 70]. Refira-se que, aplicando o ensaio de Iosipescu a outros materiais alguns autores [46, 78] chegaram à conclusão de que o ensaio não é adequado para a correcta determinação de  $\sigma_6^{ult}$ .

### 3.3.2 Estado da arte

O ensaio de Iosipescu foi inicialmente proposto por Nicolae Iosipescu em meados dos anos 60 do século passado, com a finalidade de determinar a tensão de rotura por corte de metais [22]. Apesar deste ser o único trabalho do autor geralmente referido, o próprio aplicou o ensaio a materiais como a madeira, o cimento e o aço, como se pode constatar nas referências bibliográficas (em Romeno) em [22]. Iosipescu propôs algumas configurações para o provete associado ao ensaio, ligeiramente diferentes daquela apresentada na Figura 3.9. O autor investigou as dimensões mais adequadas para a geometria dos entalhes em V (para um material isotrópico), propondo um ângulo de abertura ( $\theta$  na Figura 3.9) de  $90^\circ$ , valor para o qual os seus flancos coincidem com as direcções principais de tensão. Executando ensaios fotoelásticos em modelos com entalhes de diferentes profundidades, o autor concluiu ainda que apenas no caso em que  $d = l/4$  (Figura 3.9), se obtém um estado de tensão de corte puro (Figuras 3.11). Estas mesmas conclusões relativas à geometria e dimensões dos entalhes em V para um material isotrópico,

foram mais tarde confirmadas por outros investigadores [23–28]. Os detalhes das formas e dimensões dos provetes propostos por Iosipescu, bem como o esquema da amarra do ensaio, podem ser obtidos na referência [22].

O ensaio de Iosipescu foi, a partir do fim dos anos 70 do século passado, recuperado e adaptado ao estudo do comportamento ao corte de materiais ortotrópicos pelo Grupo de Investigação de Materiais Compósitos da Universidade de Wyoming (nos EUA), com os trabalhos realizados por Walrath e Adams [23–28]. Alguns estudos de comparação entre ensaios baseados em certos critérios de selecção (facilidade de execução, dimensões dos provetes, custos associados, etc.), consideraram o ensaio de Iosipescu como um dos mais promissores, para o estudo do comportamento ao corte de materiais ortotrópicos [27, 39, 96]. Desde então, com relevo especial nos anos 80 e meados dos anos 90, o ensaio de Iosipescu foi objecto de estudo por numerosos investigadores, especialmente da comunidade dos materiais compósitos sintéticos, tornando-se, no ano de 1993, um ensaio normalizado para estes materiais (norma ASTM D5379-93 [74]).

A primeira versão da amarra do ensaio de Iosipescu, usada no estudo do comportamento mecânico ao corte de materiais compósitos, foi proposta por Walrath e Adams [23, 24]: a amarra de Wyoming “original” (AWO), ilustrada na Figura 3.13. Estudos experimentais [27] e numéricos [23, 24] do ensaio de Iosipescu utilizando a AWO, permitiram identificar um conjunto de problemas associados a esta amarra [24–27]:

- (i) excessiva proximidade das faces de carregamento à zona central útil do provete, o que introduzia nesta região uma importante componente de tensão normal transversa de compressão;
- (ii) o desenho da amarra requeria o uso de provetes com uma largura precisa, uma vez que esta não contemplava o ajuste de pequenas variações;
- (iii) usava provetes com dimensões relativamente pequenas, o que, por um lado, originava uma região central estreita onde as deformações de corte eram uniformes, e por outro, dificultava a sua medição pela colagem de rosetas extensométricas;
- (iv) a pequena dimensão da amarra tornava difícil a instalação do provete e a sua visualização durante o ensaio.

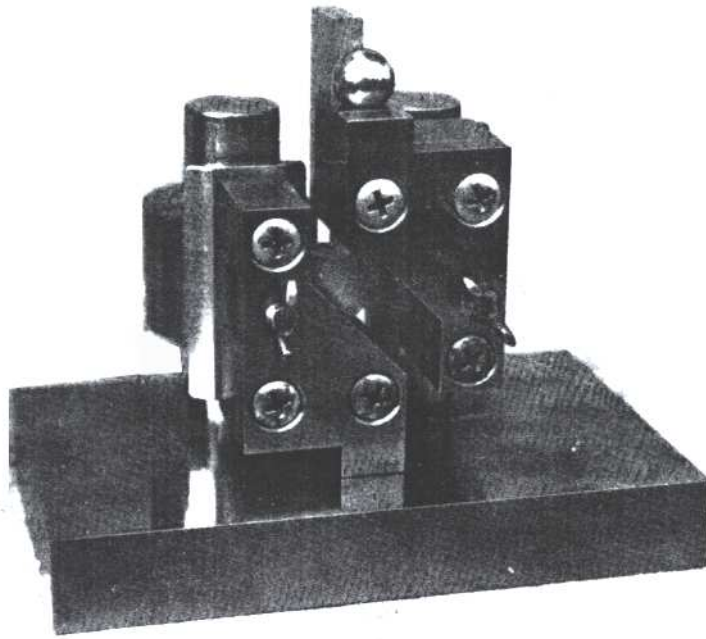


Figura 3.13: Amarra de Wyoming “original”.



Figura 3.14: Amarra de Wyoming “modificada”.

Com a finalidade de ultrapassar estas limitações, foi proposta uma segunda versão da amarra de Wyoming (AWM, ilustrada na Figura 3.14), em que [24–27]:

- (i) os pontos de aplicação da força foram afastados do centro do provete numa solução de compromisso, na medida em que o aumento deste afastamento implica também o aumento da carga a aplicar (para o mesmo nível de deformação introduzida no provete), devido à redução da área das faces de carregamento, podendo originar o seu esmagamento;
- (ii) o provete passou a ser fixo na amarra através de cunhas deslizantes com aperto por parafuso, para se poder ajustar pequenas variações em largura;
- (iii) numa solução de compromisso entre as dificuldades encontradas pelas pequenas dimensões do provete e a vantagem de usar provetes compactos mas representativos do material, o tamanho do provete foi aumentado em 50%.

Na AWM (Figura 3.14) a parte frontal do provete é visível durante o ensaio permitindo a monitorização visual da sua rotura. A parte esquerda da AWM está fixa a uma base enquanto que a parte direita é móvel e é guiada por um poste vertical de secção circular. A parte móvel foi ainda desenhada por forma a ser facilmente fixa ao travessão móvel da máquina de ensaios, através duma peça de adaptação. Desta forma o travessão móvel pode sustentar a parte móvel da amarra, tornando mais fácil a instalação do provete. Nesta versão houve ainda o cuidado de manter aproximadamente iguais as duas partes da amarra, de acordo com o desenho inicialmente proposto por Iosipescu [22]. O provete é encostado contra as faces das duas partes da amarra e é fixo através das cunhas, cujo aperto deve ser ligeiro por forma a não introduzir nenhuma pré-carga excessiva ( $>40\text{--}80\text{ N}$  [74]) ou originar esmagamento local do material. Uma ferramenta de alinhamento está prevista, montada na parte fixa da amarra, para garantir a centralidade do provete em relação as duas partes da amarra.

A AWM tem sido frequentemente usada para o estudo e aplicação do ensaio de Iosipescu, tendo sido adoptada pela norma ASTM D5379-93 [74]. Os pormenores do desenho técnico desta amarra podem ser encontrados nas referências [25,26], sendo comercializada pela empresa Wyoming Test Fixtures Inc. (endereço: 421 S. 19th Street. Laramie, WY 82070, USA.).

O provete usado na AWM tem dimensões (Figura 3.9):  $c=75\text{mm}$ ;  $l=19\text{mm}$ ;  $d=11,4\text{mm}$  (profundidade do entalhe igual a 20% de  $l$ );  $\theta=90^\circ$ ;  $r=1,3\text{mm}$ ,  $e < 13\text{mm}$ . Análises paramétricas

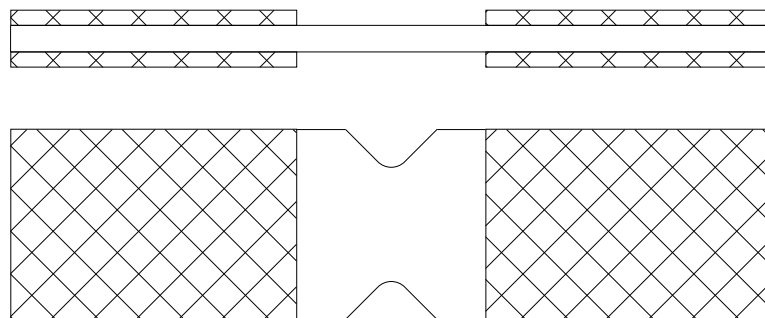


Figura 3.15: Provete de Iosipescu com bolachas de reforço laterais.

por elementos finitos do ensaio de Iosipescu mostraram que o ajuste das dimensões do entalhe (ângulo, profundidade e raio) em função do grau de ortotropia do material, pode minimizar o nível de heterogeneidade da distribuição das tensões e deformações de corte na zona central do provete [24, 27, 28]. Por este motivo a norma ASTM D5379-93 [74] prevê a alteração das dimensões da geometria do entalhe para materiais específicos. A norma ASTM D5379-93 [74] prevê o uso de bolachas de reforço, coladas em ambas as faces e afastadas da zona central do provete, como se mostra na Figura 3.15, com a finalidade de aumentar a área total de aplicação da carga, melhorando, desta forma, a estabilização de provetes com espessura inferior a 2,5 mm, susceptíveis de sofrerem esmagamento local das suas faces de carregamento. O procedimento de preparação dos provetes de Iosipescu encontra-se descrito nas referências [39, 48, 74]. Existem contudo poucos trabalhos de investigação relacionando a influência dos parâmetros de maquinagem dos provetes nas propriedades mecânicas medidas [73].

A tensão de corte actuando na secção do provete entre entalhes é calculada em função da área dessa secção e da força global aplicada ao provete no movimento relativo das partes fixa e móvel da amarra – medida pela célula de carga da máquina de ensaios – de acordo com a Equação (3.6). O uso de rosetas de dois elementos, fixa no centro do provete a  $\pm 45^\circ$  (Figura 3.12), é o método recomendado pela norma ASTM D5379-93 [74] e o mais usado [42, 49, 64] para a medição da deformação de corte (Equação 3.7). A selecção da roseta extensométrica passa por um compromisso baseado no tipo de material a ensaiar (dado que as dimensões do provete são mais ou menos fixas pelo desenho da amarra). O tamanho da roseta deverá, por um

lado, integrar a heterogeneidade estrutural de cada material (por forma a se medir a resposta macroscópica), e, por outro, levar em consideração o facto de que a extensão da região central na qual o campo das deformações de corte é razoavelmente homogéneo, é uma função do grau de ortotropia de cada material [60,74]. A norma ASTM D5379-93 [74] recomenda, para a maior parte dos materiais, rosetas de dimensões  $1,5 \text{ mm} \times 2,92 \text{ mm}$ , embora rosetas com dimensão superior possam ser mais adequadas para certos materiais. As grandezas tensão de corte ( $\sigma_6$ ) e deformação de corte ( $\epsilon_6$ ) definem a resposta do material ensaiado ( $f_{12}$ ), de onde são identificadas as suas propriedades ao corte.

As propriedades mecânicas ao corte dum material ortotrópico são identificadas pela completa caracterização do seu comportamento, nos três planos principais de simetria material. Atendendo à simetria dos tensores das tensões ( $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ,  $i \neq j$ ) e das deformações ( $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$ ,  $i \neq j$ ), a identificação do comportamento em cada plano de simetria material, é teoricamente independentemente da orientação dos eixos de simetria em relação aos eixos do provete:  $f_{12} = f_{21}$ ;  $f_{13} = f_{31}$ ;  $f_{23} = f_{32}$  (Figura 3.16). Por essa razão, é de esperar que apenas uma das orientações em cada plano deva ser considerada nos ensaios mecânicos. Contudo vários autores [42,49,74] mostraram que a resposta dum material ortotrópico, num qualquer plano de simetria material, obtida no ensaio de Iosipescu pode ser significativamente diferente consoante a orientação dos eixos de simetria em relação aos eixos do provete.

Se o estado de deformação dum ponto material for de corte puro, as leituras das deformações lineares a  $\pm 45^\circ$ , em relação ao eixo longitudinal do provete (Figura 3.12), são simétricas [105]. Contudo, vários autores [39,42,45,56] observaram que, para as configurações do provete de Iosipescu nas quais a direcção de menor resistência é coincidente com a direcção da carga aplicada (por exemplo, para um compósito unidireccional a  $0^\circ$ ), as leituras a  $\pm 45^\circ$  em uma das suas faces, não são rigorosamente simétricas. Foi mostrado, quer do ponto de vista numérico [44], quer do ponto de vista experimental [56], que este resultado se deve à presença de componentes de deformação linear transversa de compressão ( $\epsilon_y$ ), introduzidas no centro do provete devido à proximidade das faces de carregamento. No entanto, este facto não invalida a determinação da deformação de corte através da Equação (3.7), e consequentemente a identificação do módulo de corte do material (Equação 3.8) [56,64,105]. Por outro lado, o facto de não se verificar que  $\epsilon_{+45^\circ} = -\epsilon_{-45^\circ}$  não implica necessariamente que o estado de deformação seja de corte

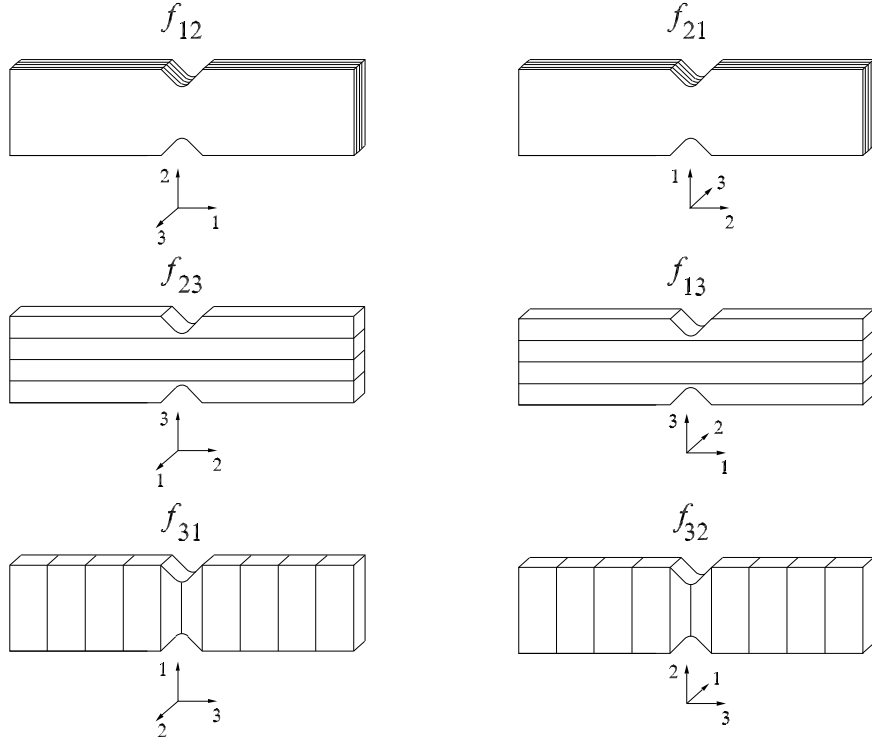


Figura 3.16: Orientações dos planos de simetria material no provete de Iosipescu.

puro, caracterizado por  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$ , como alguns autores sugerem [39], mas apenas implica que  $\epsilon_1 + \epsilon_2 = 0$  [64]. Para as configurações do provete com elevada resistência na direcção da carga aplicada (por exemplo, para um compósito unidireccional a  $90^\circ$ ) as deformações lineares a  $\pm 45^\circ$ , são praticamente simétricas [42, 45].

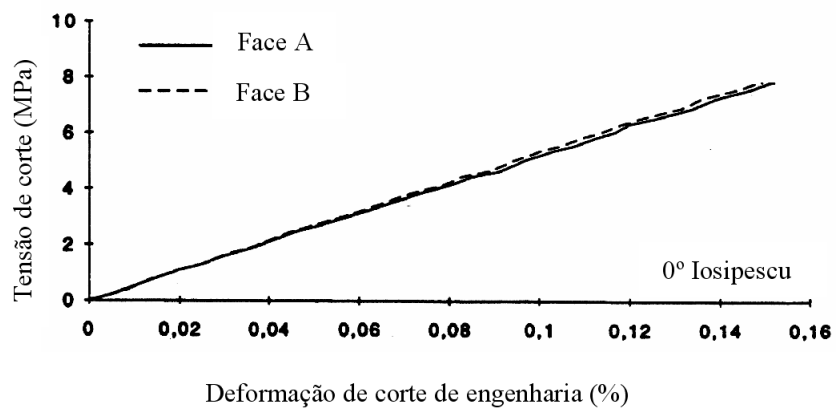
Na medição do módulo de corte, alguns investigadores mostraram que as leituras das deformações de corte medidas nas faces frontal e posterior do provete de Iosipescu podem ser significativamente diferentes, em função da orientação dos eixos de simetria material em relação aos eixos do próprio provete. Estes estudos foram inicialmente apresentados por Lee e Munro [39], Ho *et al.* [45] e Morton *et al.* [42], usando a AWM, embora Pierron e Vautrin [49] e Pierron [64] tivessem apresentado um estudo mais rigoroso, usando uma própria versão da amarra do ensaio, conhecida por EMSE [50]. As Figura 3.17.a [49] e b [81] reproduzem a típica resposta ao corte, no domínio linear elástico, obtidas por Pierron e Vautrin num compósito unidireccional de epóxico/carbono orientado, respectivamente, a  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , considerando as deformações de corte de engenharia medidas quer na face frontal (A) quer na face posterior (B) do provete. Destes resultados se pode concluir que a diferença das deformações de corte, medidas em am-

bas as faces do provete, é mais importante para o provete a  $90^\circ$ , ou seja, para os provetes cuja direcção transversal ( $y$ ) é coincidente com a direcção ortotrópica de maior rigidez ( $E_y$ ).

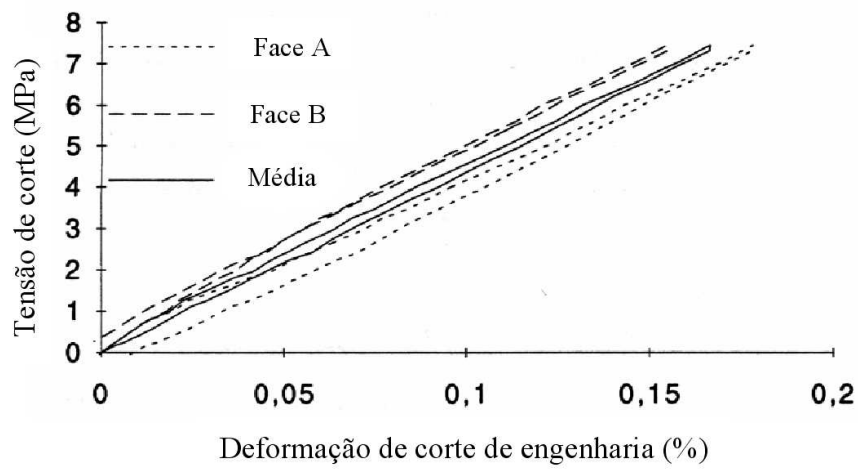
Pierron e Vautrin [49] montaram um procedimento experimental por forma a quantificar a dispersão de resultados, no que diz respeito à medição do módulo de corte, devida, por um lado, à variabilidade das condições do ensaio mecânico, e, por outro, à variabilidade intrínseca à estrutura do próprio material. Para o provete com orientação a  $0^\circ$  (Figura 3.17.a) os autores registaram uma dispersão de 2% e 1,7% para as variabilidades das condições do ensaio e do material, respectivamente; ou seja, uma variação da mesma ordem de grandeza. No que diz respeito ao provete orientado a  $90^\circ$  (Figura 3.17.b), os autores obtiveram um valor global para o coeficiente de variação do módulo de corte de aproximadamente 15%. Os autores mostraram ainda que a dispersão de resultados devido às condições do ensaio, para ambos os provetes ( $0^\circ$  e  $90^\circ$ ), se reduz significativamente (para menos de 1%) se o módulo de corte for calculado tomando a média das medições da deformação de corte registadas em ambas as faces do provete (curva média na Figura 3.17.b). Seguindo este procedimento os autores registaram, para o provete a  $90^\circ$ , um coeficiente de variação de apenas 1,5%; pelo que, o valor de 15% atrás referido, é devido sobretudo às condições do ensaio e não à variabilidade do material em si. Por fim, os autores mostraram, pela comparação dos resultados obtidos nos ensaios de Iosipescu e nos ensaios de tracção fora dos eixos de simetria material (ensaio *off-axis*) a  $45^\circ$ , que tomando a média das deformações de corte, lidas em ambas as faces do provete, na determinação do módulo de corte aparente e atendendo aos factores de correcção para esse valor ( $CS$  na Equação 3.9), é possível ter resultados consistentes em provetes de Iosipescu orientados a  $0^\circ$ ,  $0^\circ/90^\circ$  e  $90^\circ$  (Figura 3.18, [49]).

Os primeiros trabalhos [39, 42, 45] endereçando o problema da heterogeneidade da distribuição das deformações de corte ao longo da espessura do provete de Iosipescu, sugeriram a existência de flexão fora do plano e sobretudo a torção destes como estando na origem deste comportamento. A primeira justificação plausível sobre a hipótese de torção do provete foi contudo introduzida Morton *et al.* [42]. Segundo os autores, uma vez que o contacto entre o provete e a amarra ocorre inicialmente nas zonas mais elevadas das irregularidades das faces de carregamento, verifica-se a excentricidade da resultante das forças aplicadas, como se ilustra na Figura 3.19 [42]. Esta resultante cria um momento torsor ( $M_x$  na Figura 3.19) que origina uma





(a)



(b)

Figura 3.17: Resposta linear elástica medida nas faces frontal (A) e posterior (B) de provetes epóxico/carbono orientados: (a) a 0°; (b) a 90°.

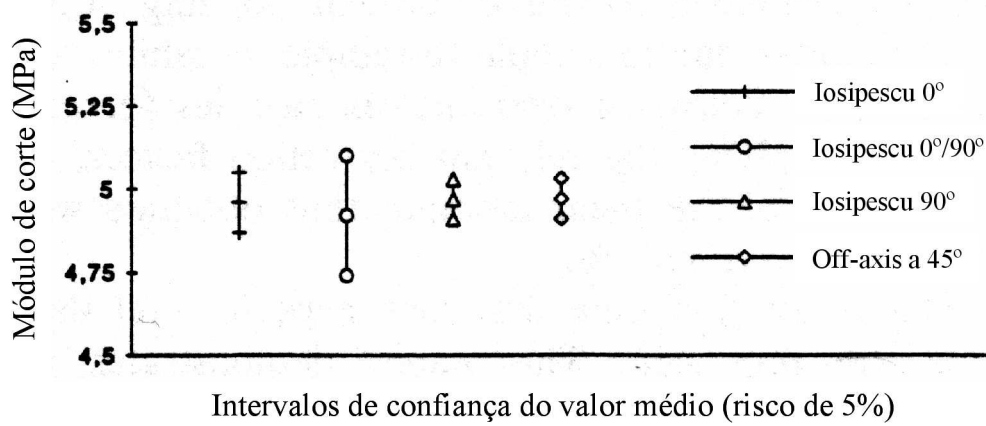


Figura 3.18: Intervalos de confiança para o módulo de corte dum provetes epóxico/carbono, identificado pelo ensaio de Iosipescu (para as orientações a 0°, 0°/90° e 90°) e no ensaio de tracção fora dos eixos de simetria material a 45°.

componente adicional de deformação de corte, positiva numa das faces e negativa na outra. Seguindo a sua análise, a tensão de corte actuando em cada face do provete é dada por

$$\frac{\sigma_6}{\sigma_6^m} = 1 \pm \frac{\alpha}{e} \frac{a+b}{a-b}, \quad (3.16)$$

em que  $\sigma_6$  é a tensão de corte efectiva,  $\sigma_6^m$  é a tensão de corte existente sem a torção,  $\alpha$  representa a excentricidade da resultante das forças responsável pela torção,  $e$  é um factor geométrico e  $a$  e  $b$  são as distâncias entre as linhas de acção dos pares de forças anti-simétricas, respectivamente, próximas e afastadas do centro do provete (Figura 3.11.a). A plausibilidade desta explicação é visível pelo comportamento do provete a 0°, para o qual, à medida que a carga aplicada aumenta, dada a baixa resistência do provete segundo esta direcção, os pontos mais altos das irregularidades das superfícies de carregamento deformam-se localmente, dando origem a uma melhor distribuição da pressão aplicada, e consequentemente a uma uniformização do comportamento ao corte medido em ambas as faces do provete (Figura 3.17.a). No caso do provete a 90° (Figura 3.17.b), a homogeneização da pressão aplicada ao longo das faces de contacto é contrariada pela elevada rigidez das fibras segundo a direcção da carga, sendo estes provetes, por essa razão, mais sensível à torção (Figura 3.19). Os autores mostraram ainda que este comportamento não é uma função da razão de ortotropia do material, uma vez que

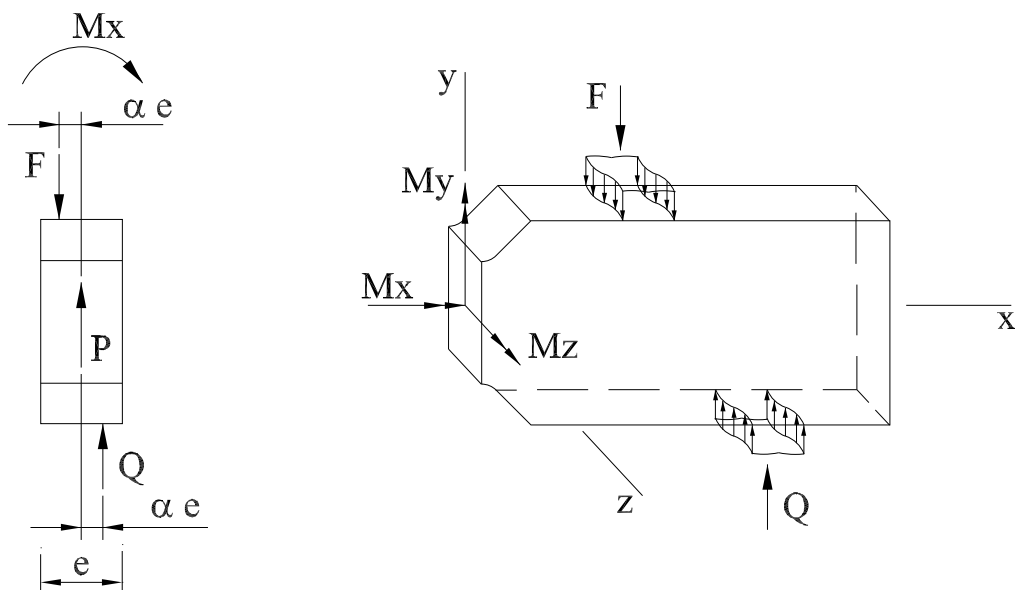


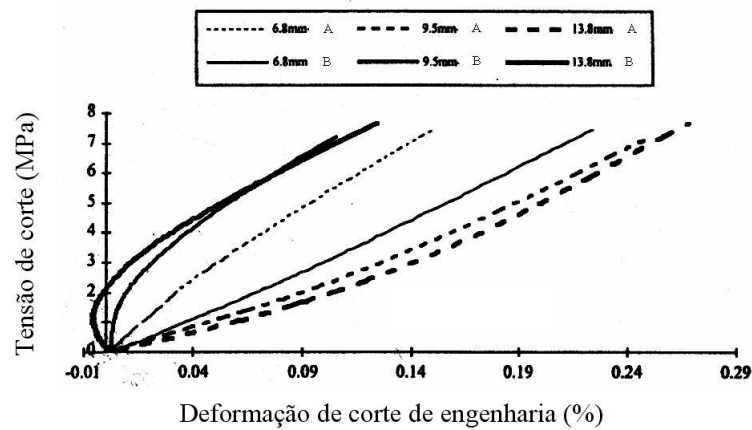
Figura 3.19: Representação da excentricidade da resultante das forças aplicada ao provete de Iosipescu, devido ao contacto irregular entre o provete e a amarra.

este se observa quer em materiais ortotrópicos (compósito epóxico/grefite AS4/3501-6) quer em materiais isotrópicos (alumínio 7075-T6, com espessura de 3.2 mm). Para a orientação a  $90^\circ$  (e  $0^\circ/90^\circ$ ), Morton *et al.* [42] sugerem o uso dum material suave de interface entre o provete e a amarra. A função deste material é a de melhorar a uniformização da carga aplicada ao longo da espessura do provete, reduzindo, consequentemente, a variabilidade da resposta do material identificada em ambas as faces.

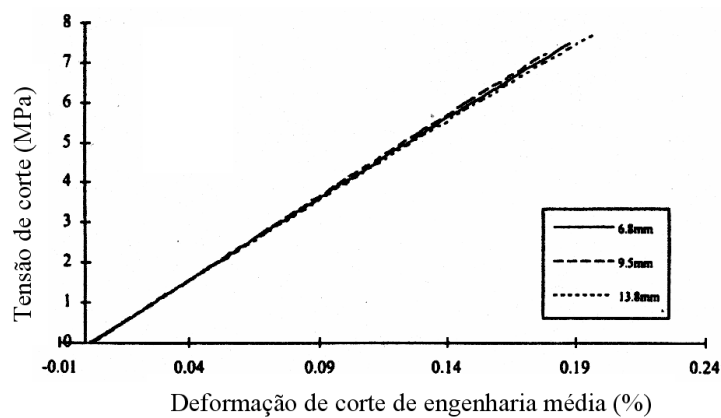
Uma interpretação mais exaustiva sobre as razões deste comportamento (Figura 3.17.b) foi, contudo, dada por Pierron [64]. Partindo do pressuposto de que a inércia torsional do provete aumenta com o aumento da sua espessura (pelo que os efeitos de torção do provete, ilustrados na Figura 3.19, deverão ser reduzidos com o aumento desta), o autor ensaiou provetes de epóxico/vidro orientados a  $0^\circ/90^\circ$ , com diferentes espessura, usando a amarra EMSE. Os resultados obtidos estão reproduzidos na Figura 3.20.a. [64] Curiosamente, a diferença das deformações de corte, medidas em ambas as faces do provete, aumentou com o aumento da espessura. Este resultado põem em questão a hipótese adiantada por Morton *et al.* [42] de que as diferenças de comportamento ao corte ao longo da espessura se deve à sua torção (Figura 3.19). O autor verificou, uma vez mais, que tomando a média das deformações de corte

medidas em ambas as faces de cada provete, existe uma excelente reprodutividade na resposta do material, independentemente da espessura de cada provete, como se pode observar na Figura 3.20.b [64].

Baseado nas explicações de Morton *et al.* [42], sobre a excentricidade da força aplicada ao provete de Iosipescu (Figura 3.19), Pierron [64] realizou um estudo experimental investigando a qualidade e consequências do paralelismo entre as faces de carregamento do provete, com o objectivo de procurar encontrar uma explicação plausível para a diferença das deformações de corte obtidas em ambas as faces. Segundo o autor, uma vez que a carga é transferida da amarra para o provete num contacto plano, se as faces de carregamento do provete não estiverem perfeitamente paralelas entre si e com a amarra, a carga não se distribuirá uniformemente ao longo da sua espessura. A título de ilustração, mostra-se na Figura 3.21 um possível tipo de defeito geométrico das superfícies de contacto [64]. Em consequência desta imperfeição geométrica, o contacto da amarra com o provete ocorre antecipadamente na sua face posterior (Figura 3.21), introduzindo deformações mais elevadas nesta face comparativamente àquelas medidas na face frontal. Desta forma, as deformações de corte medidas na face posterior do provete serão superiores àquelas medidas na face frontal. Em termos de módulo de corte aparente, o valor identificado na face posterior será menor do que o valor identificado na sua face frontal. Pierron [64] mostrou assim que o provete de Iosipescu está tipicamente sujeito a um carregamento heterogéneo, distribuído sobre as faces de contacto do provete com a amarra, devido a defeitos geométricos dessas faces (difíceis ou praticamente impossíveis de contornar, mesmo com a preparação cuidada dos provetes). Adicionalmente, devido à proximidade dos pontos de carregamento à zona útil do provete de Iosipescu, o princípio de Saint-Venant não é válido. Contudo, estes efeitos de Saint-Venant são eliminados considerando a média das deformações de corte, registadas em ambas as faces do provete (Figura 3.20.b). Segundo Pierron [64], a explicação para este facto reside na equação (3.12). Essa equação é válida apenas no caso em que as tensões de corte e as deformações de corte se distribuem uniformemente ao longo da espessura do provete. Não considerando esta hipótese, para um material homogéneo com comportamento linear, a Equação (3.12) deverá ser substituída por



(a)



(b)

Figura 3.20: Respostas linear elásticas de provetes epóxico/carbono orientados a  $0^\circ/90^\circ$ : (a) frontal (A) e posterior (B); (b) médias.

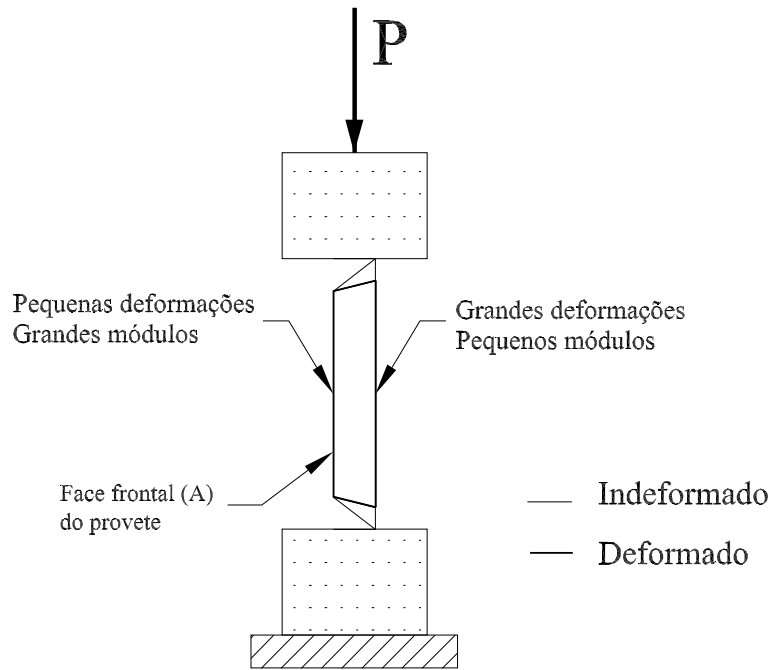


Figura 3.21: Ilustração dum tipo de imperfeições geométricas das faces de carregamento do provete de Iosipescu.

$$G_{12} = \frac{\int_{-e/2}^{e/2} \int_{-d/2}^{d/2} \sigma_6 \, dy \, dz}{\int_{-e/2}^{e/2} \int_{-d/2}^{d/2} \epsilon_6 \, dy \, dz}, \quad (3.17)$$

ou ainda

$$G_{12} = \frac{P}{\int_{-e/2}^{e/2} \int_{-d/2}^{d/2} \epsilon_6 \, dy \, dz}. \quad (3.18)$$

Quando a deformação de corte é medida através de rosetas extensométricas ( $\epsilon_6^{ros}$ ) fixas no centro do provete (Figura 3.12), a Equação (3.18) vem

$$G_{12} = \frac{P}{l \int_{-e/2}^{e/2} \epsilon_6^{ros} dz}. \quad (3.19)$$

Par avaliar o integral em  $z$  da Equação (3.19) seria necessário poder medir-se a deformação de corte ao longo da espessura, o que na prática não é possível. Admitindo uma evolução aleatória da deformação de corte ao longo da espessura (Figura 3.22, [64]), Pierron [64] concluiu que:

(i) se for usada apenas uma roseta colada ou na face frontal ou na face posterior, o integral na Equação (3.19) é aproximado, respectivamente, pela área a tracejado nas Figuras 3.22.a

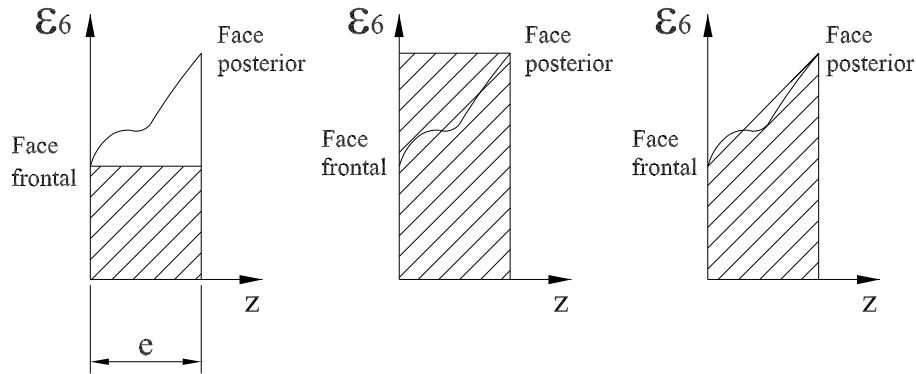


Figura 3.22: Medições do módulo de corte quando o campo das deformações de corte ao longo da espessura do provete de Iosipescu é heterogéneo.

e 3.22.b; (ii) considerando a média das deformações de corte medidas em ambas as faces, o integral em  $z$  da Equação (3.19) é aproximado usando a fórmula do trapézio, como ilustrado na Figura 3.22.c. Este argumento explica a razão porque considerando a média das deformações de corte entre as duas faces do provete, o efeito da heterogeneidade da distribuição da carga aplicada ao longo da espessura do provete é eliminado.

Outro resultado a reter na medição do módulo de corte ( $G$ ) usando o ensaio de Iosipescu, foi posto em evidência por Pierron *et al.* [59], estudando a adequabilidade do ensaio na medição do valor do  $G$  para um material isotrópico (PMMA). Os autores compararam o valor de  $G$  identificado no ensaio de Iosipescu com o valor obtido de acordo com a equação:  $G = E/2(1+\nu)$ , aonde  $E$  e  $\nu$  são, respectivamente, o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do material, identificados em ensaios de tracção. Os resultados para  $G$ , obtidos em ambos os ensaios, têm uma boa correlação entre si. No entanto, a média dos valores do  $G$  identificados no ensaio de Iosipescu é superior em relação ao valor determinado de acordo com as propriedades identificadas nos ensaios de tracção, em cerca de 3%. Os autores sugerem que este erro se poderá dever à imprecisão na definição do factor de correcção numérico  $CS$ , a afectar o  $G$  identificado experimentalmente nos ensaios de Iosipescu.

Apesar da simetria dos tensores das tensões e das deformações, já atrás referida (Figura 3.16), foi visto que a identificação do módulo de corte, para um plano de simetria em particular,

é significativamente influenciada pela orientação dos eixos de simetria em relação aos eixos do provete; por exemplo, ensaiando um compósito unidireccional a  $0^\circ$  (1,2) ou a  $90^\circ$  (2,1) obtém-se, contrariamente ao esperado pela teoria,  $G_{12} \neq G_{21}$ . Foi no entanto demonstrado [49] que seguindo um procedimento adequado, este problema pode ser contornado obtendo-se uma identificação consistente do módulo de corte usando o ensaio de Iosipescu, independentemente da orientação dos eixos de simetria do provete (Figura 3.18). Considerando a experiência na determinação do módulo de corte, não é de estranhar que também a curva completa tensão de corte – deformação de corte, e concretamente o valor da tensão de corte máxima, seja influenciada pela orientação do provete. A título de exemplificação, mostra-se na Figura 3.23 [74] a resposta ao corte para um material compósito unidireccional a  $0^\circ$  e  $90^\circ$  identificada no ensaio de Iosipescu. Para o provete orientado a  $0^\circ$  obtém-se uma resposta mais extensa, e, consequentemente a identificação dum valor de tensão de corte máxima mais elevado; enquanto que o provete a  $90^\circ$  apresenta tipicamente uma rotura catastrófica (frágil) a um nível de tensão prematuro. Embora o procedimento experimental seja o mesmo, o comportamento diferenciado destes dois provetes é devido ao facto de, pela proximidade do carregamento imposto (efeito de Saint-Venant [64]), se criarem, na zona central dos provetes, campos de tensões e de deformações bem diferentes. Estas conclusões sugerem que, para cada plano de simetria material, o provete seja preparado por forma a que a direcção de simetria de maior resistência seja paralela ao eixo seu longitudinal.

Por definição, a tensão de rotura por corte dum material é definida como a tensão máxima que este pode sustentar (antes de romper) quando submetido a um ensaio de corte em que a zona de rotura está apenas sujeita a um campo de tensões homogéneo e de corte puro. Especificando o plano de simetria (1, 2), idealmente o seu valor é definido, no ensaio de Iosipescu, de acordo com a Equação (3.15). No entanto, existe na literatura alguma ambiguidade sobre a determinação desta propriedade usando o ensaio de Iosipescu [28, 61]. Por exemplo, calculando a tensão de rotura por corte de acordo com a Equação (3.15), Broughton *et al.* [38] identificaram, para um material compósito unidireccional epóxico/carbono a  $0^\circ$ , um valor igual a 58 MPa, enquanto que, para o mesmo material e definição do momento da rotura, Morton *et al.* [42] registaram um valor de 68 MPa. Ainda, para o mesmo material, mas usando um outro momento para a consideração da rotura do provete, Adams e Lewis [56], obtiveram um valor de tensão de



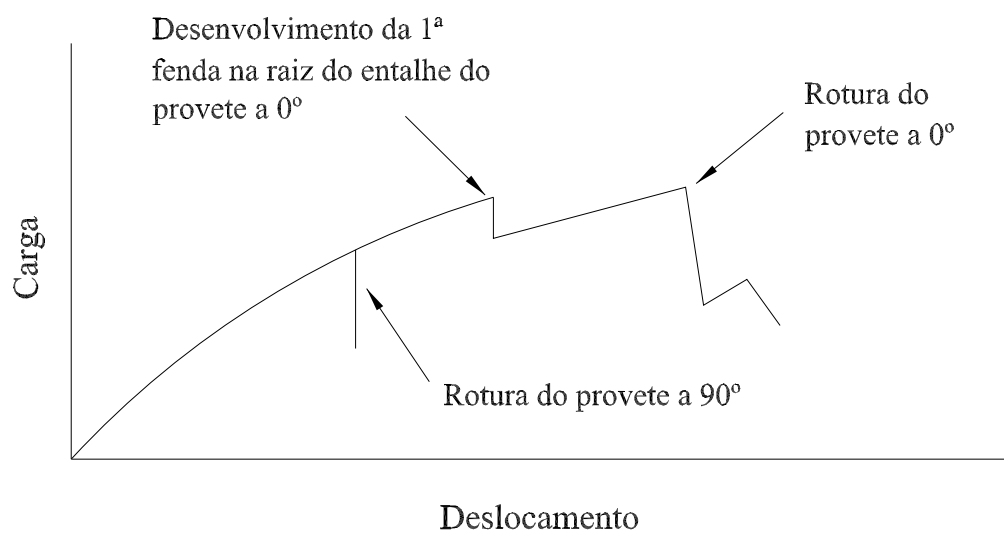


Figura 3.23: Rotura típica do provete de Iosipescu orientados a 0° e a 90°.

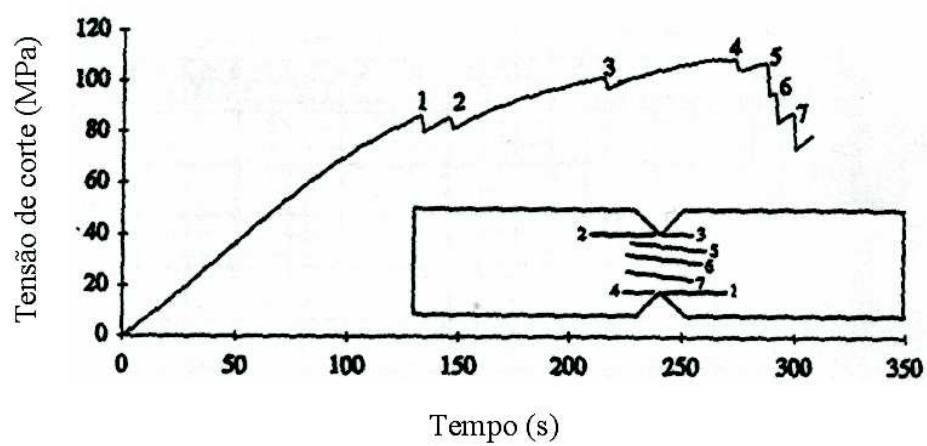


Figura 3.24: Curva tensão de corte – tempo e rotura típicas do provete de Iosipescu feito dum material compósito orientado a 0°.

rotura por corte de 115 MPa. Uma interpretação mais consistente sobre a determinação da tensão de rotura por corte usando o ensaio de Iosipescu, foi dada por Pierron e Vautrin [61,62]. Segundo estes autores, a tensão de corte determinada de acordo com a Equação (3.15), não representa o verdadeiro valor da tensão de rotura por corte do material, uma vez que a hipótese em que assenta esta equação (tensões homogêneas e de corte puro no momento da rotura final dos provetes) não é totalmente satisfeita.

Com a finalidade de rever os resultados de Pierron e Vautrin [61,62], apresenta-se na Figura 3.24 a curva típica tensão de corte – tempo, bem como uma visualização da gradual rotura dum provete dum compósito unidireccional T300/914 a 0°. Basicamente, podem-se distinguir-se três famílias de fendas. Inicialmente observa-se a ocorrência prematura de duas fendas na zona de transição entre a raiz e o flanco dos entalhes (fendas 1 e 2 na Figura 3.24), originadas por efeitos de concentração de tensões e pela presença dum estado complexo de tensões nessa zona (sobretudo as componentes de tensão de corte e normal transversa) [32,38,45,61]. A sua propagação é instantânea e termina numa região de elevadas tensões de compressão sobre as faces de carregamento. As fendas 1 e 2 são bastante sensíveis à presença de flexão no plano do provete. O momento flector no plano (no sentido dos ponteiros do relógio) é responsável pela sistemática ocorrência da fenda 2 após a ocorrência da fenda 1. Alguns autores [29,96] consideraram a tensão de corte média, registada no momento da ocorrência da fenda 1, como o valor da tensão de rotura por corte do material. Todavia, esta definição não é correcta na medida em que o estado de tensão existente na região desta rotura, não é homogêneo e de corte puro [28,61]. Morton *et al.* [42] sugeriram, para a determinação da tensão de rotura por corte, a correcção da tensão de corte média registada no momento da ocorrência da fenda 1, através dum factor obtido por simulação numérica. Pierron e Vautrin [61], questionam, todavia, este procedimento argumentando que a interpretação da rotura sob um estado de concentração de tensões é um assunto controverso (referência [21] citada em [61]) e, além do mais, o valor da tensão de corte no momento do aparecimento da fenda 1 é bastante sensível à presença de flexão no plano do provete. Broughton *et al.* [38] e Pierron e Vautrin [61] sugeriram contudo que o valor da tensão de corte no momento da fenda 1 fosse tomado como um limite inferior para o verdadeiro valor da tensão de rotura por corte do material. Após a origem e rápida propagação das fendas 1 e 2, o provete continua a sustentar a carga aplicada, não comprometendo o uso do

ensaio de Iosipescu para a determinação da tensão de rotura por corte [56, 61]. As fendas 3 e 4 também se iniciam na região dos entalhes, mas mais perto da raiz (Figura 3.24). A sua propagação é mais suave e nem sempre observável pela queda da curva tensão de corte – tempo. As fendas 5 e seguintes ocorrem na zona central do provete e marcam a sua rotura. Estas estão associadas a grandes quedas no andamento da curva tensão de corte – tempo, aparecendo rapidamente, umas a seguir às outras, e propagando-se instantaneamente, como acontece com as fendas 1 e 2. Verifica-se também frequentemente a ocorrência dum esmagamento local nas superfícies de carregamento do provete, próximas do seu centro, devidas às elevadas tensões de compressão existentes nessa zona. Alguns autores propuseram o cálculo da tensão de rotura por corte, usando a Equação (3.15), considerando a força máxima no momento da ocorrência das fendas finais na zona central do provete [38, 56]. Contudo, vários investigadores [25, 56, 61] mostraram que a rotura final do provete (fendas 5 e restantes na Figura 3.24) ocorre sob um campo de tensões que embora homogéneo não é de corte puro. Logo, o uso do valor da tensão de corte máxima, registada no momento da rotura final do provete de Iosipescu, como tensão de rotura por corte do material é, uma vez mais, questionável. Pierron e Vautrin [61] sugerem que este valor fosse considerado como um limite superior da tensão de rotura por corte do material. Estes propuseram, para a correcta interpretação da tensão de rotura por corte usando o ensaio de Iosipescu, o uso dum critério de rotura que leve em consideração as tensões normais transversais de compressão existentes na rotura final dos provetes. Os valores das diferentes componentes de tensão a usar no critério de rotura, nomeadamente o valor de  $\sigma_y$ , devem ser determinados numericamente numa análise por elementos finitos do ensaio. Usando o critério de rotura de Tsai-Wu, para o compósito T300/914, os autores chegaram a um valor de tensão de rotura por corte de 97 MPa e 95 MPa, usando, respectivamente o ensaio de Iosipescu e o ensaio de tracção fora dos eixos de simetria material, validando, desta forma, o procedimento proposto. O valor assim obtido para a tensão de rotura por corte está, como sugerido pelos autores, compreendido entre a tensão de corte média no momento da fenda 1 e a tensão de corte máxima no momento da rotura final do provete.

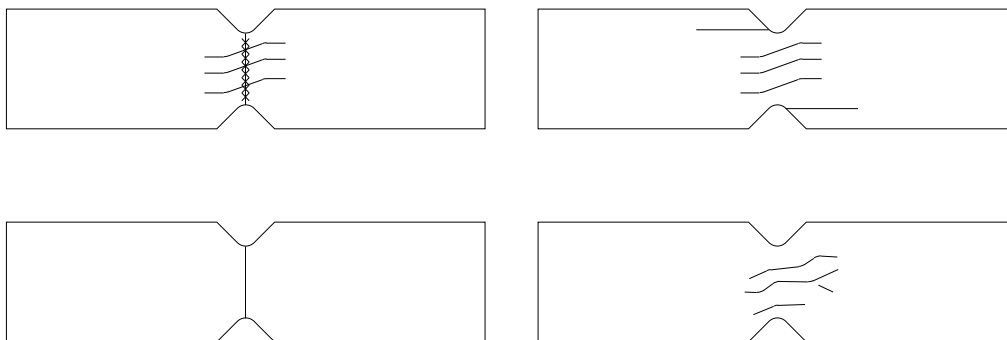
Na Figura 3.25.a ilustra-se algumas roturas adequadas para o ensaio de Iosipescu de acordo com a norma ASTM D5379-93 [74]. Para alguns materiais e orientações dos eixos de simetria material em relação aos eixos do provete, a rotura dos provetes não é adequada, ocorrendo

mesmo, nalguns casos, fora da zona útil provete, pelo que, nestes, a identificação da tensão de rotura por corte usando o ensaio de Iosipescu não é possível [21, 46, 78]. Na Figura 3.25.b mostra-se algumas roturas inadequadas para o provete de Iosipescu [74].

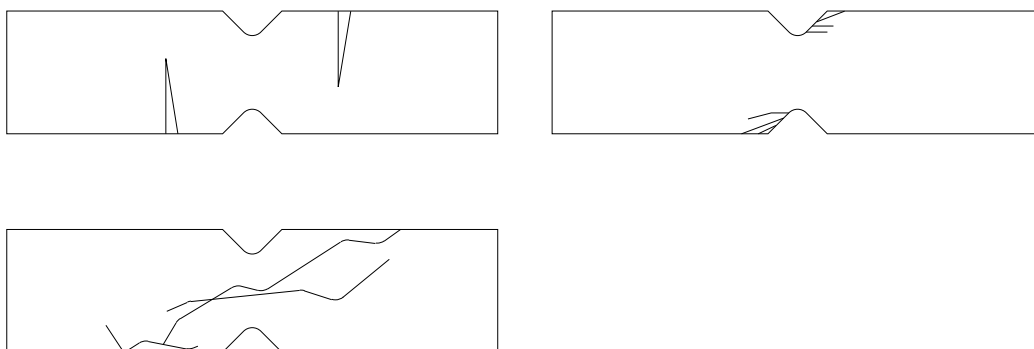
Partindo do facto de que, após a ocorrência das primeiras fendas na vizinhança da raiz dos entalhes do provete orientado a  $0^\circ$  (Figura 3.24), ocorre uma uniformização do campo das tensões na região entre entalhes, Adams e Lewis [56] propuseram uma nova geometria para o provete de Iosipescu, que se representa na Figura 3.26. Nesta nova configuração é removida a parte do material que fica solta, após a ocorrência das duas primeiras fendas, com o intuito de se antecipar, para o início do ensaio, o efeito de homogeneização do campo das tensões (e deformações), observado após o alívio da concentração de tensões nos entalhes. Contudo, a vantagem desta nova geometria para a orientação a  $0^\circ$  (Figura 3.26), em relação à geometria clássica do provete de Iosipescu (Figura 3.9), é função da razão de ortotropia de cada material.

Genericamente, durante o ensaio o provete de Iosipescu pode estar sujeito a movimentos parasitas que podem, com maior ou menor gravidade, influenciar a resposta global do provete. Esses movimentos podem sumariar-se em [64]: flexão no plano do provete (Figura 3.27.a); flexão fora do plano do provete (Figura 3.27.b); torção do provete (Figura 3.27.c).

A flexão no plano do provete (Figura 3.27.a) pode ter origem no mau guiamento vertical da parte móvel da amarra de Iosipescu ou na excentricidade do posicionamento do provete em relação às partes fixa e móvel da amarra. Este efeito de rotação introduz no provete uma componente de tensão longitudinal adicional. Apesar desta componente não influenciar a correcta identificação do módulo de corte, ela pode determinar significativamente o modo de rotura em certas orientações do provete. Por exemplo, para um provete de material compósito orientado a  $90^\circ$ , a existência de tensões longitudinais actuando perpendicularmente à direcção das fibras, pode provocar a sua rotura prematura e catastrófica [42, 64, 74]; enquanto que, para um provete do mesmo material orientado a  $0^\circ$ , a presença destas tensões adicionais é menos significativa, dada a disposição das fibras neste provete [49, 64]. Para a orientação a  $0^\circ$ , como já atrás foi referido, verifica-se a formação de duas fendas anti-simétricas iniciando na raiz dos entalhes e propagando paralelamente às fibras (fendas 1 e 2 na Figura 3.24). Se não existir qualquer momento de flexão no plano, a ordem com que ocorrem estas fendas será aleatória. Todavia, porque geralmente existe uma pequena componente de flexão no plano do provete,



(a)



(b)

Figura 3.25: Roturas do provete de Iosipescu: (a) adequadas e (b) não adequadas.

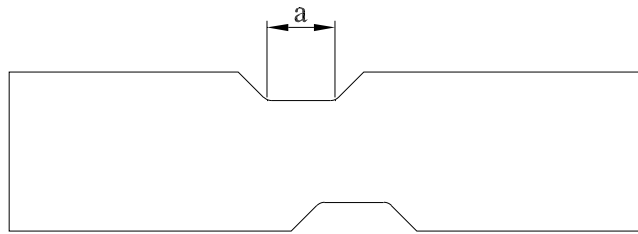


Figura 3.26: Nova geometria do provete de Iosipescu, com entalhes planos proposta por Adams e Lewis.

uma das fendas ocorre sistematicamente antes da outra [64]. Esta flexão (com sentido horário) é responsável pelo aparecimento duma componente de tensão de tracção, adicionada na zona de origem da fenda 1, e uma componente de tensão de compressão, onde se forma a fenda 2 [61, 62]. Por este motivo, a fenda 1 ocorre antes da fenda 2 (Figura 3.24). Uma medida da quantidade de momento flector no plano do provete é dada pelo espaçamento no tempo entre a ocorrência destas duas fendas.

Um segundo movimento parasita a que o provete de Iosipescu pode estar sujeito é provocado pelo momento de flexão fora do plano do provete (Figura 3.27.b). Este efeito pode ser também provocado pelo mau guiamento vertical da parte móvel da amarra. A flexão fora do plano do provete cria uma componente de tensão longitudinal, de tracção numa das faces e de compressão na outra. Este efeito não têm interferência na medição do módulo de corte [64].

Por último, o provete de Iosipescu pode ainda ser submetido a movimentos parasitas de torção (Figura 3.27.c). Mais uma vez este movimento pode resultar dum mau alinhamento vertical da parte móvel da amarra. Este movimento introduzirá uma componente de deformação de corte adicional no plano do provete, de sinal negativo na face frontal e de sinal positivo na face posterior [42, 64], dando origem, desta forma, a medições diferentes da deformação de corte em cada uma das faces [42, 44, 64]. Como já atrás foi referido, este efeito não tem influência na medição do módulo de corte aparente, se for considerada a média das deformações de corte, medidas em ambas as faces do provete [42, 44, 49, 64]. Contudo, na identificação da tensão de rotura por corte, a deformação de corte negativa da face frontal do provete contribuirá para a

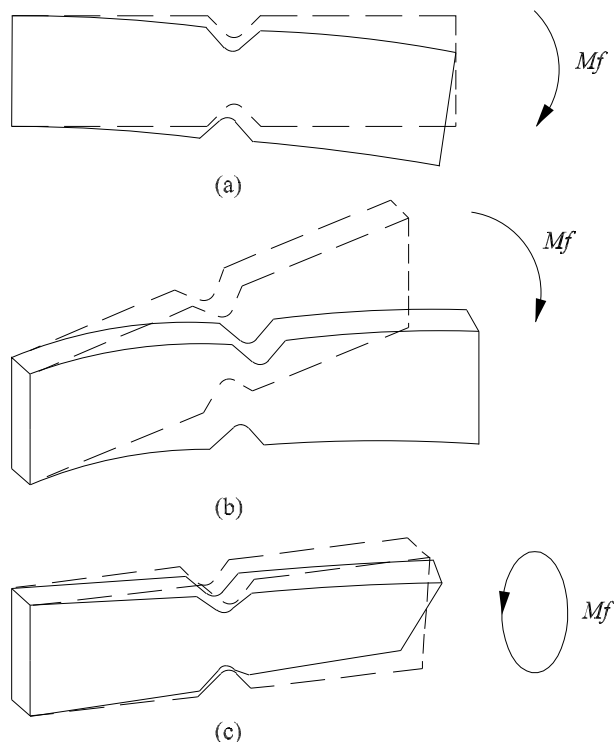


Figura 3.27: Movimentos parasitas a que o provete de Iosipescu pode estar sujeito: (a) flexão no plano; (b) flexão fora do plano; (c) torção.

sua rotura prematura, quer na configuração a  $0^\circ$  quer na configuração a  $90^\circ$  [64].

A amarra mais usada no estudo e aplicação do ensaio de Iosipescu é a AWM (Figura 3.14), que é recomendada pela norma ASTM D5379-93 [74]. Existem, contudo, alguns trabalhos endereçando certos problemas no desenho desta amarra para a correcta aplicação da carga ao provete [50, 54, 55, 58, 64, 81].

Pierron [64, 81] executou ensaios com a AWM usando provetes de compósito unidireccional epóxico/carbono (T300/914) a  $0^\circ$ , com espessura de 2,5mm, com o intuito de verificar o guiamento relativo vertical entre as partes móvel e fixa da amarra. O autor fixou sensores indutivos na parte móvel da amarra, por forma a ser possível medir eventuais deslocamentos fora do plano de carregamento. Os resultados obtidos mostram que a parte móvel da AWM está sujeita a um movimento global que é uma combinação de flexão, perpendicular ao plano de carregamento, e de torção. A quantidade destes movimentos parasitas não é desprezável e a sua intensidade dependerá ainda do material a ensaiar, bem como da sua espessura (um provete mais espesso tenderá a contrariar este movimento). No seu estudo Pierron identificou dois inconvenientes

no desenho da AWM, responsáveis pelo mau guiamento da parte móvel. O primeiro prende-se com a excentricidade da linha de acção da carga aplicada, em relação ao plano médio do provete ao longo da espessura, que pode estar na origem dum momento de torção aplicado ao provete (Figura 3.27.c). O segundo problema está relacionado com a forma circular da secção transversal do poste de guiamento vertical (Figura 3.14), na medida em que esta geometria permite a rotação da parte móvel em torno do seu eixo vertical; facilitando, desta forma, a que o provete fique sujeito à flexão, perpendicular ao plano de carregamento (Figura 3.27.b). Pierron notou ainda uma importante diferença nos valores das tensões de corte médias no momento da ocorrência das fendas 1 e 2 (Figura 3.24), denotando a presença duma importante componente de flexão no plano do provete (Figura 3.27.a). Estes resultados levaram o autor a um novo desenho para a amarra do ensaio de Iosipescu, conhecida por amarra de EMSE (ver, por exemplo, Figura II.7 na pág. 32 em [50]).

De forma similar, Odom *et al.* [54] desenvolveram um estudo experimental sobre a eficácia da AWM. Os autores verificaram que, embora a forma da distribuição das deformações, na região das superfícies de contacto provete/amarra em ambos os lados do provete, são similares, a amplitude do seu valor na parte esquerda do provete (fixa pela parte estacionária da amarra) são cerca de 30% superiores relativamente à sua parte direita (fixa pela parte móvel da amarra). Este resultado mostra que a AWM não introduz no provete o carregamento assimétrico desejado no ensaio (Figura 3.11). Os autores referem a diferença de rigidez da parte fixa e móvel da amarra como a causa para o carregamento assimétrico medido. Para ultrapassar este problema os autores sugerem ainda que as duas partes da amarra sejam fisicamente iguais e por isso de igual rigidez. Os autores observaram que, utilizando a AWM, durante o ensaio pode ocorrer desalinhamento entre a parte fixa e móvel da amarra. Concretamente este desalinhamento pode ocorrer pela rotação da parte móvel, em relação à parte fixa, num plano fora do plano de carregamento. Para o material compósito ensaiado, os autores obtiveram para uma rotação de  $1,4^\circ$  entre as partes fixa e móvel da amarra, um desvio de 6% no valor do módulo de corte aparente. Estes resultados estão de acordo com os obtidos por Pierron [64,81], acima referidos. Conant e Odom [55, 58] propuseram uma nova versão da amarra de Iosipescu, conhecida na literatura por amarra de Idaho (ilustrada, por exemplo, em [55]). Mais recentemente, Tew *et al.* [72], propuseram algumas alterações no desenho desta amarra, para a caracterização de



materiais com um elevado valor de tensão de rotura por corte, para os quais se observa o esmagamento das faces de carregamento antes da ocorrência da rotura, na zona central entre entalhes.

Além das amarras de EMSE e de Idaho, existem na literatura referência a outros desenhos da amarra do ensaio de Iosipescu: Broughton *et al.* [38]; Liu *et al.* [76, 77, 106] (a amarra FPL); Dumail *et al.* [78]. No entanto há poucos resultados sobre a sua eficácia.

Paralelamente ao desenvolvimento experimental do ensaio de Iosipescu, vários modelos de elementos finitos do ensaio foram propostos para a sua análise numérica. Pelo facto da espessura do provete de Iosipescu ser geralmente bastante inferior às restantes dimensões características, a simulação numérica do ensaio têm sido genericamente desenvolvida numa análise 2D. As análises têm sido sobretudo desenvolvidas para a modelação de materiais ortotrópicos, considerados como contínuos, homogéneos e com comportamento linear elástico [23, 45, 81] e elasto-plástico [37, 53, 67, 70, 71]. Os assuntos investigados nas análises por elementos finitos do ensaio de Iosipescu podem resumir-se em:

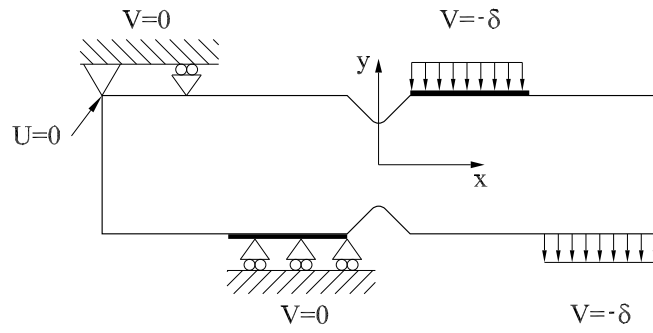
- (i) estudo da influência das condições de fronteira na resposta ao corte do material [23, 27, 42, 45, 81];
- (ii) verificação da influência da geometria do entalhe em V (ângulo, profundidade e raio do entalhe), nos campos das tensões e das deformações na zona útil central do provete [23–28, 60];
- (iii) determinação dos factores numéricos de correcção  $C$  e  $S$ , necessários para a correcta identificação do módulo de corte do material e calculados, respectivamente, de acordo com as Equações (3.10) e (3.11) [45, 59, 81];
- (iv) estudo da propagação de fendas no provete de Iosipescu [32, 34, 43, 47].

A grande dificuldade geralmente presente nas análises por elementos finitos dum ensaio mecânico, é a de saber quais são as condições de fronteira que efectivamente correspondem às condições experimentais do ensaio. A correcta definição destas é, no entanto, fundamental para a validade dos resultados numéricos. Na modelação do ensaio de Iosipescu têm sido propostas várias condições de fronteira que a seguir se resumem.

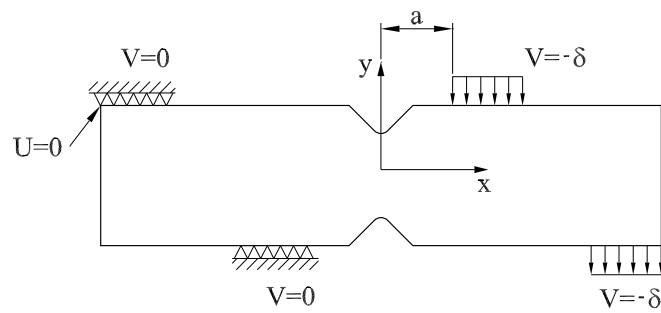
As condições de fronteira mais usadas na simulação do ensaio de Iosipescu, prescrevem deslocamentos verticais uniformes ao longo duma porção das arestas (2D) do provete em contacto com a amarra. Este tipo de condições de fronteira foi inicialmente usado por Walrath e Adams para simular a AWO (Figuras 3.28.a) [23], e mais tarde pelos mesmos autores para a simulação da AWM (Figuras 3.28.b) [28]. Embora outros autores tenham usado estas condições de fronteira [31, 35, 38], a prescrição dos seus deslocamentos (ilustrados nas Figuras 3.28.a e 3.28.b) é ainda assim ambígua, no que diz respeito à sua extensão e distância à zona central do provete. Para ultrapassar estas indefinições, Ho *et al.* [45] propuseram a prescrição de deslocamentos verticais uniformes ao longo das arestas do provete inicialmente em contacto com a amarra (Figura 3.28.c). Pierron [81] validou experimentalmente estas condições de fronteira medindo, o mais próximo possível do provete, os deslocamentos verticais das superfícies de contacto da amarra. Efectivamente, vários autores têm usado, com sucesso, estas condições de fronteira na modelação do ensaio de Iosipescu [59, 64, 71, 81]. De acordo com estas últimas condições de fronteira (Figura 3.28.c), os nós ao longo das faces de carregamento na parte esquerda do provete estão impedidos de se mover verticalmente, enquanto que os nós anti-simétricos, na parte direita do provete, têm deslocamentos verticais prescritos dum valor constante  $(-\delta)$ . O movimento de corpo rígido ao longo da direcção horizontal é impedido pelo constrangimento deste grau de liberdade num nó do modelo.

À medida que a carga é aplicada ao provete, observa-se experimentalmente a flexão local das faces de carregamento do provete de Iosipescu, como se ilustra na Figura 3.29 [45]. Baseados nestas observações, Ho *et al.* [45] propuseram um procedimento iterativo para a definição das condições de fronteira, cujo algoritmo a seguir se apresenta:

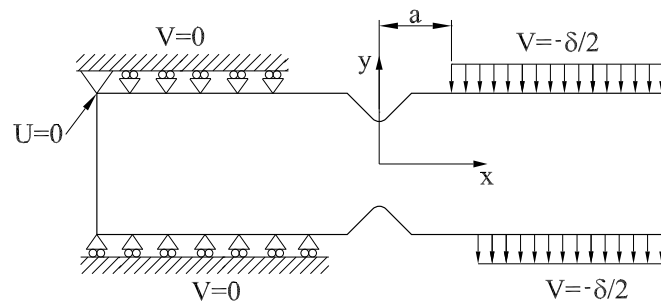
- (i) são impostos deslocamentos uniformes ao longo dos nós inicialmente em contacto com as cunhas da amarra (Figura 3.28.c), e é executada a análise do modelo de elementos finitos;
- (ii) as forças de reacção verticais ( $F_y$ ) nos nós prescritos, numa das partes do provete, são calculadas;
- (iii) para os nós em que as forças  $F_y$  são de tracção, são removidos os deslocamentos aplicados;
- (iv) a análise do modelo de elementos finitos é repetida para o novo conjunto de deslocamentos prescritos e o processo é repetido a partir do item (ii);



(a)



(b)



(c)

Figura 3.28: Condições de fronteira em termos de deslocamentos uniformes prescritos: (a) usadas por Walrath e Adams para simular a AWO; (b) usadas por Adams e Walrath para simular a AWM; (b) propostas por Ho *et al.*.

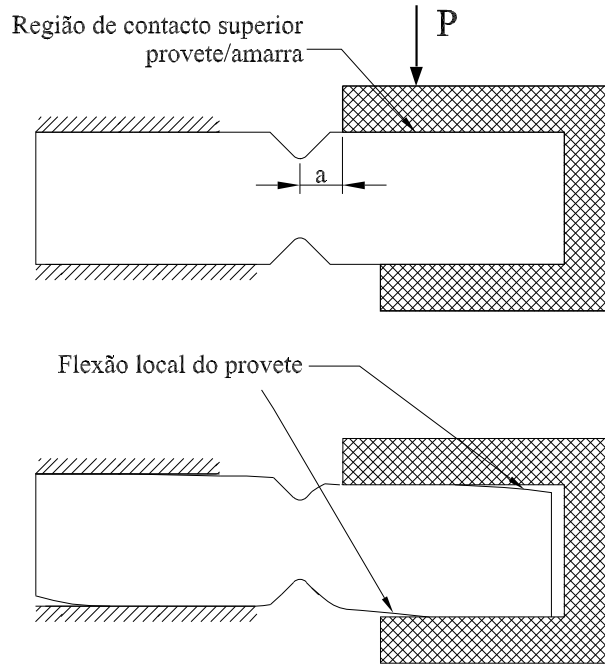


Figura 3.29: Condições de fronteira iteradas propostas por Ho *et al.*.

(v) a convergência do algoritmo é atingida quando não existirem forças  $F_y$  de tracção.

Um outro tipo de condições de fronteira existente na literatura, impõe a prescrição de forças pontuais prescritas ao longo das arestas do provete em contacto com a amarra. Na Figura 3.30 ilustra-se um destes tipos de condições de fronteira [30,38,42]. Condições de fronteira deste tipo foram também usadas por Balakrishnan *et al.* [63] e Bansal e Kumosa [57] no estudo numérico da aplicação do ensaio de Iosipescu em ensaios biaxiais. Do ponto de vista quantitativo outras definições de forças aplicadas foram usadas, por exemplo, por Morton *et al.* [42]. Do ponto de vista numérica, Ho *et al.* [45], mostraram que a resultante das forças nos nós prescritos não é uma força concentrada nem uma força uniformemente distribuída, mas sim um carregamento não uniforme, dependente da razão de ortotropia de cada material. Atendendo a estes resultados, o uso das condições de fronteira em termos de forças aplicadas, pode ser questionável, na medida em que é difícil conhecer à partir o perfil dessas forças.

Outro tipo de condições de fronteira usadas considera o contacto entre o provete e a amarra de Iosipescu a 2D [53, 65, 68–71] e a 3D [66]. Na Figura 3.31 ilustra-se um exemplo deste tipo de condições de fronteira a 2D, usadas por Ho *et al.* [53]. Nas análises desenvolvidas com este tipo de condições de fronteira, o contacto foi modelado considerando a amarra como

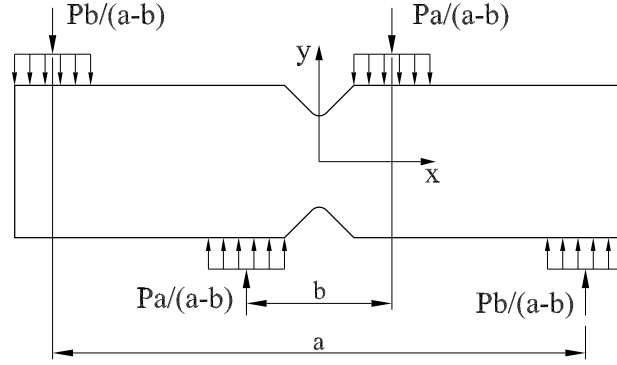


Figura 3.30: Condições de fronteira baseadas na prescrição de pares de forças concentradas (ou uniformemente distribuídas).

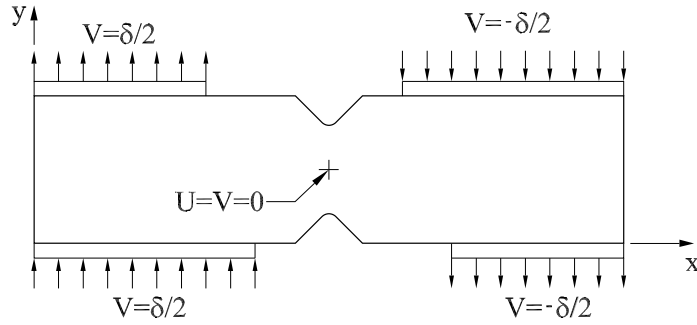


Figura 3.31: Condições de fronteira considerando o contacto entre o provete e a amarra.

uma superfície rígida [53] ou usando elementos de contacto [65, 66, 68–71], sendo geralmente considerado a existência de atrito entre as superfícies. Além de mais complexas do ponto de vista da convergência numérica, estas condições de fronteira têm a desvantagem de não se conhecer, à partida, o valor do coeficiente de atrito entre as superfícies em contacto. Ho *et al.* [53] propuseram um procedimento iterativo para a determinação do coeficiente de atrito baseado na resposta experimental do material, ilustrado no fluxograma da Figura 3.32.

### 3.3.3 Aplicação do ensaio de Iosipescu à madeira

O ensaio de Iosipescu tem sido aplicado no estudo do comportamento ao corte de vários materiais: isotrópicos (alumínio [23, 24], aço [22], metal [22]); ortotrópicos (compósitos car-

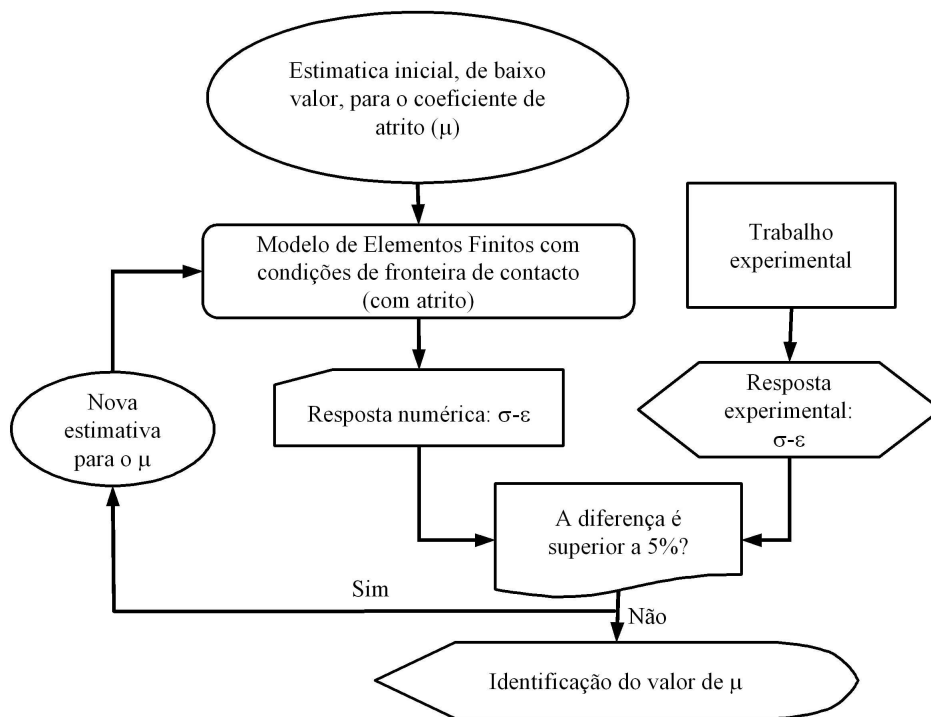


Figura 3.32: Algoritmo para a identificação do coeficiente de atrito a considerar na modelação do contacto provete/amarra, no ensaio de Iosipescu.

bono/carbono [23–26], compósitos unidireccionais epóxico/vidro e epóxico/carbono [23–26] e madeira [21, 75–80]). Apesar de existirem alguns trabalhos de aplicação do ensaio de Iosipescu a diferentes espécies de madeira estes não são, todavia, exaustivos e completos.

Yoshihara *et al.* [21, 80] e Kubojima *et al.* [75] examinaram a aplicabilidade do ensaio de Iosipescu na medição das propriedades ao corte das madeiras de *Picea Sitchensis Carr.* e *Fraxinus Spaethiana Lingelsh.* Os ensaios foram executados em dois tipos de provetes orientados no plano de simetria *LR*: provete *RL*, cuja direcção de simetria radial (*R*) é coincidente com a direcção longitudinal do provete; provete *LR*, com direcção de simetria longitudinal (*L*) paralela a direcção longitudinal do provete. As dimensões dos provetes foram escolhidas ligeiramente maiores e proporcionais (em 36,5%) às dimensões dos provetes de Iosipescu recomendados pela norma ASTM D5379-93 [74]. O aumento destas dimensões pode-se justificar, em algumas espécies, por uma questão de representatividade do material à escala macroscópica, embora a única razão adiantada pelos autores se prenam exclusivamente com a dificuldade na manufactura dos provetes. Nos ensaios de Iosipescu foi utilizada a amarra de Idaho [55, 58],

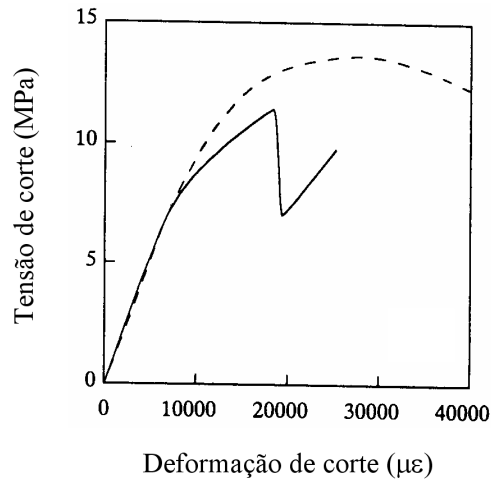


Figura 3.33: Curva típica tensão de corte – deformação de corte de engenharia para os provetes *LR*, da espécie *Fraxinus Spaethiana Lingelsh*.

redimensionada por forma a poder acomodar os provetes de Iosipescu de dimensões maiores. Na medição da deformação de corte de engenharia foram utilizadas rosetas de três elementos, fixas no centro em apenas uma das faces do provete (ver Figura 3 em [21]). A tensão de corte foi definida em função da força aplicada, de acordo com a Equação (3.6). As propriedades identificadas a partir da informação experimental incluem: o módulo de corte, a tensão de cedência por corte e a tensão de rotura por corte. Estas duas últimas propriedades foram calculadas, de acordo com a definição (Equação 3.6), respectivamente, atendendo à força registada na cedência (transição do comportamento linear para o comportamento plástico) e na rotura.

Na Figura 3.33 [21] ilustra-se a típica curva tensão de corte – deformação de corte obtida para ambas as orientações do provete (*RL* e *LR*), para a madeira da espécie *Fraxinus Spaethiana Lingelsh*. O comportamento de ambos os provetes é bastante similar apenas numa zona inicial, onde os autores sugerem ser válida a hipótese de comportamento linear elástico. Por outro lado, à semelhança do que se passa para os materiais compósitos sintéticos orientados a  $0^\circ$  e  $90^\circ$  (Figura 3.23), a rotura dos provetes *RL* ocorre bruscamente a um nível de tensão prematuro, enquanto os provetes *LR* têm uma resposta mais extensa e por esse motivo mais completa (Figura 3.33). Estes mesmos resultados, segundo os autores, são igualmente válidos para a espécie *Picea Sitchensis Carr*.

Para o valor médio do módulo de corte no plano *LR*, embora não tenha sido apresentado

um tratamento estatístico completo (testes de normalidade, intervalos de confiança e comparação das médias entre duas ou mais amostras), os autores obtiveram uma estimativa bastante próxima comparando os resultados para os provetes  $RL$  e  $LR$  ( $G_{LR}$  ou  $G_{RL}$ ), assim como os obtidos em ensaios de torção (orientação  $LR$ ), para ambas as espécies de madeira [21]. Num trabalho posterior [80], comparando as médias do  $G_{LR}$  obtidas nos ensaios de Iosipescu e de torção os autores mostraram, usando o teste  $t$ , que a hipótese nula de que as médias são iguais não é rejeitada a um nível de significância de 95%. Por outro lado, os autores obtiveram valores substancialmente elevados para o coeficiente de variação associado aos valores experimentais do módulo de corte medidos pelo ensaio de Iosipescu para a espécie *Picea Sitchensis Carr.*, nos provetes  $LR$  a dispersão obtida foi de 38%. Apesar da madeira ser um material extremamente variável, este valor de dispersão para o módulo de corte é significativamente elevado, sendo em parte certamente devido à variabilidade das condições do ensaio [49]. Esta dispersão poderia ter sido eliminada usando rosetas coladas em ambas as faces do provete e tomando o valor médio das deformações de corte medidas em ambas [49, 64]. Além do mais, na medida em que os autores empregaram rosetas para a medição da deformação de corte de engenharia, o valor do módulo de corte experimental, em ambas as orientações  $RL$  e  $LR$ , representa um valor aparente que poderá necessitar de ser corrigido através de factores numéricos de acordo com a Equação (3.9) [49]. Este estudo não foi, todavia, levado em consideração pelos autores.

Em relação à tensão de cedência por corte, os autores registaram uma boa coincidência nos valores obtidos nos ensaios de Iosipescu para ambos os provetes  $RL$  e  $LR$ , embora estes estivessem abaixo dos obtidos nos ensaios de torção. Ainda em termos de comparação entre ensaios, os autores concluíram num trabalho anterior (referência 11 citada em [21]) que a tensão de cedência determinada no ensaio de torção tende a ser 30% superior ao verdadeiro valor. Baseados nestas observações, os autores sugerem, que o ensaio de Iosipescu é adequado para a identificação da tensão de cedência por corte, para ambas as espécies em estudo.

A Figura 3.34 mostra a rotura típica obtida em ambas as orientações para os provetes ensaiados. A rotura dos provetes  $RL$  ocorre prematuramente, iniciando-se nas superfícies livres opostas às faces de carregamento próximas do centro do provete, fora da região entre entalhes, e propagando-se paralelamente às fibras (direcção  $L$ ). O início desta fendas determina a rotura catastrófica destes provetes. Desta forma, os autores concluem que a provete  $RL$  não é adequado

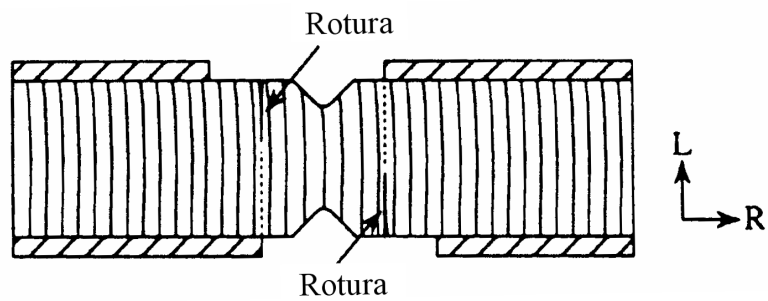


para a identificação da tensão de rotura por corte do material no plano de simetria  $LR$ . Para os provetes  $LR$ , de forma semelhante ao que acontece nos compósitos unidireccionais a  $0^\circ$  (Figura 3.24), os autores observaram que uma rotura inicial na raiz dos entalhes propagando-se paralelamente ao longo do fio da madeira. À medida que o carregamento aumenta, após ocorrerem as duas fendas iniciais (Figura 3.34.b), o provete sofre grandes deformações (Figura 3.34.c), que comprometem a determinação do verdadeiro valor da tensão de rotura por corte de acordo com a Equação 3.15. Desta forma, os autores propõem que para a correcta identificação da tensão de rotura por corte da madeira usando o ensaio de Iosipescu, fossem revistas quer a configuração do provete quer as suas condições de suporte.

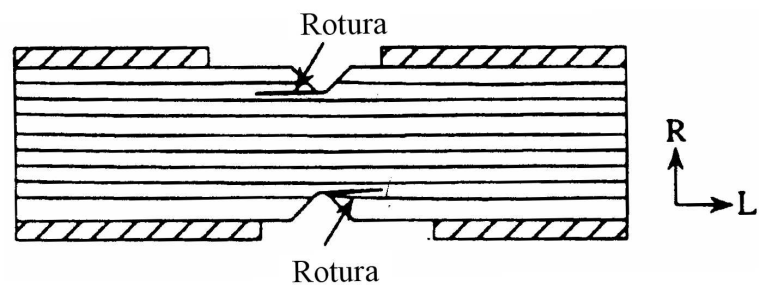
Partindo do trabalho realizado por Adams e Walrath [27], no qual propõem a alteração da geometria dos entalhes por forma a se obter campos de tensão e de deformação mais próximas das condições ideais, Kubojima *et al.* [75] propuseram uma nova configuração para o provete de Iosipescu, que se representa na Figura 3.35. Contudo os resultados obtidos para esta configuração foram semelhantes aos já observados para a configuração clássica do provete de Iosipescu, nomeadamente no que diz respeito à sua rotura, não trazendo, por essa razão, qualquer vantagem.

Apesar destas observações sobre a rotura dos provetes  $LR$  usando o ensaio de Iosipescu (Figura 3.34), num trabalho posterior Yoshihara *et al.* [80] concluem, comparando os valores das tensões de corte máxima identificadas quer nos ensaios de Iosipescu quer nos ensaios de torção, que a tensão de rotura por corte pode ser correctamente medida em ambos os ensaios, para a espécie *Picea Sitchensis Carr.*

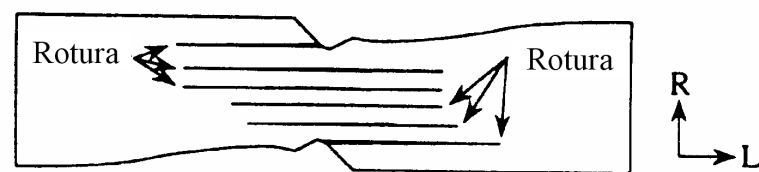
Outros estudos de aplicação do ensaio de Iosipescu à madeira foram realizados por Liu *et al.* [106] e Liu J.Y. [76,77], usando a sua própria versão da amarra de Iosipescu (amarra FPL). Os autores usaram a madeira de *Picea Sitchensis Carr.*, em provetes orientados no plano  $LR$ , executando ensaios em provetes cuja direcção longitudinal ( $L$ ) está orientada dum ângulo  $\theta$  (entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ ) com o eixo longitudinal do provete. Estes ensaios foram executados com o objectivo de estudar a relação entre a tensão de rotura por corte e a orientação das fibras ( $L$ ) [77]. Os autores registaram que grande parte dos provetes não romperam na zona central como desejado, embora não tenha sido apresentado um estudo exaustivo sobre o modo de rotura dos provetes. Segundo os autores é possível determinar a tensão de rotura por corte



(a)



(b)



(c)

Figura 3.34: Rotura típica dos provetes de Iosipescu: (a) provete  $RL$ ; (b) iniciação das fendas nos entalhes no provete  $LR$ ; (c) deformação final do provete  $LR$ .

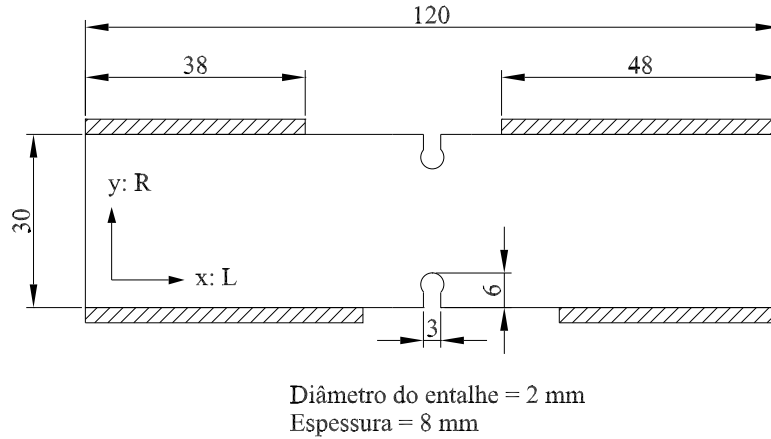


Figura 3.35: Nova geometria do provete de Iosipescu, proposta por Kubojima *et al.*.

para a orientação  $\theta = 0^\circ$ , *i.e.*, para provetes cuja direcção de simetria  $L$  é coincidente com a direcção longitudinal do próprio provete. Contudo os seus estudos não são esclarecedores e vêm contrariar os resultados obtidos por Yoshihara *et al.* [21, 80] e Kubojima *et al.* [75], aplicando o ensaio de Iosipescu à mesma espécie de madeira. Por outro lado, para qualquer outra orientação no plano ( $30^\circ$ ;  $45^\circ$ ;  $60^\circ$ ;  $90^\circ$ ), os termos de interacção mútua da matriz de flexibilidade introduzem tensões normais ( $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ ) na zona central do provete que influenciam significativamente a sua rotura e a interpretação do verdadeiro valor da tensão de rotura por corte do material ( $S_{LR}$ ). Os autores sugerem, por outro lado, que nestas situações ( $\theta \neq 0^\circ$ ) é ainda possível a identificação de  $G$ . Contudo, esta última observação pode ser questionável na medida em que assumindo uma rotação ( $\theta$ ) dos eixos de simetria material em relação aos eixos do provete, a Equação (3.8), usada no cálculo do módulo de corte, deixa de ser válida.

Dumail *et al.* [78] aplicaram o ensaio de Iosipescu na identificação das propriedades ao corte da madeira de *Picea Sitchensis Carr.*, no plano de simetria  $RT$ . Os provetes foram orientados por forma a que os anéis de crescimento fossem perpendiculares ao eixo longitudinal do provete. Por forma a prevenir o esmagamento local do provete, nomeadamente na região de contacto perto do seu centro, os autores empregaram placas de reforço em alumínio  $23,5 \times 18,5 \text{ mm}^2$  com 1 mm de espessura, coladas no provete em ambas os lados, como esquematicamente está representado na Figura 3.15 [74]. Baseados nas AWM (Figura 3.14) e na amarra FLP os autores desenvolveram a sua própria versão da amarra de Iosipescu. Dumail *et al.* [78] usaram uma técnica óptica para a medição da deformação de corte, mas apenas numa das faces do provete.

Desta forma os autores conseguiram medir a deformação de corte integrada ao longo da linha entre entalhes (Equação 3.14), evitando assim a necessidade do factor de correcção numérico  $C$  (Equação 3.10) para o módulo de corte. Por outro lado, dado a baixa razão de ortotropia do material nesta plano (RT) é de esperar que o factor de correcção global  $CS$  (Equação 3.9), seja próximo da unidade e portanto desnecessário. A tensão de corte foi calculada de acordo com a Equação (3.6).

Os valores médios do módulo de corte ( $G_{RT}$ ), obtidos por Dumail *et al.* [78] em provetes com teor em água de 10-13% e em estado saturado, estão de acordo com valores publicados na literatura para a mesma espécie da madeira e usando outros ensaios mecânicos. Associados aos resultados de  $G_{RT}$ , quer para os provetes húmidos (10-13%) quer para os provetes saturados, os autores obtiveram coeficientes de variação superiores a 20%. Com a finalidade de explicar esta dispersão de resultados, os autores tentaram correlacionar o módulo de corte com a densidade dos provetes, cujo perfil foi medido na zona central útil, usando densitometria de raios X. Os autores concluíram existir, para o conjunto de provetes ensaiados, uma fraca relação entre estas duas grandezas; pelo que a densidade média francamente explica a variabilidade dos valores de  $G_{RT}$ . Os autores conseguiram melhorar esta relação ( $G_{RT}$  – densidade), levando em consideração a densidade local das camadas de lenho inicial e final. Contudo os resultados obtidos de acordo com esta abordagem não foram substancialmente melhores. Mais uma vez, embora a existência de alguma dispersão de resultados seja natural para um material como a madeira, na nossa opinião uma das razões que poderá estar na origem da grande dispersão de valores do  $G_{RT}$ , obtidos pelos autores, deve-se ao facto de estes não terem sido obtidos com base na informação da deformação de corte medida em ambas as faces dos provetes [49,64].

Dumail *et al.* [78] registaram duas formas de rotura para os provetes  $RT$ , ilustrados na Figura 3.36 [78]. Nalguns provetes a rotura inicia-se na zona da raiz dos entalhes e propaga-se a mais ou menos 45°, enquanto noutros provetes a rotura ocorre numa região fora da zona central de interesse (devido à presença de tensões normais longitudinais e à fraca resistência da madeira em tracção perpendicular às fibras). O valor de tensão de corte a que estes dois grupos de provetes rompem (Figura 3.36) é diferente, sendo mais elevada nos provetes com roturas iniciando-se na raiz dos entalhes. Para ambas as formas de rotura, esta ocorre para baixos valores de deformação de corte, após o qual o provete parte catastroficamente. Desta

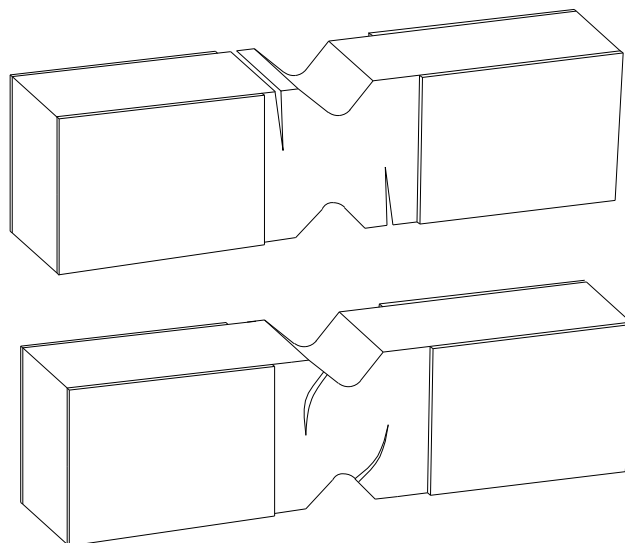


Figura 3.36: Rotura típicas para os provetes  $RT$  da espécie de *Picea Sitchensis Carr.*

forma, os autores concluíram que para a espécie *Picea Sitchensis Carr.*, o ensaio de Iosipescu não é adequado para a medição da tensão de rotura por corte no plano  $RT$ .

Atendendo a que as propriedades mecânicas da madeira estão, em geral, fortemente relacionadas com a sua estrutura interna, Dumail e Salmén [79] utilizaram o ensaio de Iosipescu num trabalho posterior, para estudar a variação do módulo de corte ao longo dum anel de crescimento da madeira de *Picea Sitchensis Carr.* Estas relações podem ser importantes para a correcta utilização da madeira em certas aplicações [79]. Os provetes foram preparados por forma a obter quer lenho inicial quer lenho final na área entre entalhes dos provetes de Iosipescu. Os resultados obtidos pelos autores mostram que o valor de  $G_{RT}$  aumenta desde o lenho inicial até ao lenho final, existindo uma queda brusca na transição entre o lenho final e o lenho inicial do anel de crescimento seguinte. À escala em estudo, uma melhor relação entre o módulo de corte e a densidade foi obtida (para os provetes contendo lenho inicial entre os entalhes, existe, entre estas duas grandezas, um coeficiente de correlação de 81%), verificando-se que o módulo de corte aumenta com a densidade local da madeira.

### 3.4 Ensaio de tracção fora dos eixos de simetria material

O ensaio de tracção fora dos eixos de simetria material (por simplicidade, ao longo do texto, será apenas referido por ensaio *off-axis*) foi pela primeira vez proposto por Chamis e Sinclair [107], para o estudo do comportamento ao corte de materiais ortotrópicos. Desde então, este método tem sido um dos mais estudados para os materiais compósitos sintéticos [107–113], existindo apenas alguns trabalhos endereçando a sua aplicabilidade à madeira maciça [100–102].

O provete do ensaio *off-axis* consiste numa placa delgada rectangular, com uma elevada razão comprimento/largura ( $c/l$ ), em que uma das direcções de simetria material (1) faz um determinado ângulo ( $\alpha$ ) com a direcção longitudinal do provete ( $x$ ), como se ilustra na Figura 3.37. No ensaio *off-axis* o provete é submetido a um solicitação de tracção uniaxial, ao longo do seu eixo longitudinal, como se representa na Figura 3.38. O provete é fixo à máquina de ensaios por amarras e cunhas deslizantes, sendo as faces de amarração do provete geralmente reforçadas por bolachas (Figura 3.39).

Idealmente, o estado de tensão na região útil do provete *off-axis*, expresso no referencial do próprio provete ( $x, y$ ), é caracterizado por

$$\sigma_x = \frac{P}{A}, \quad \sigma_y = \sigma_{xy} = 0, \quad (3.20)$$

em que  $P$  representa a carga global aplicada, medida pela célula de carga da máquina de ensaios e  $A$  é a área de secção transversal do provete. A natureza ortotrópica do material é usada para se obter um comportamento ao corte predominante, no referencial de simetria material (1, 2). Atendendo à equação de transformação do tensor das tensões, neste referencial, têm-se

$$\sigma_1 = \frac{P}{A} \cos^2 \alpha, \quad \sigma_2 = \frac{P}{A} \sin^2 \alpha, \quad \sigma_6 = -\frac{P}{A} \cos \alpha \sin \alpha. \quad (3.21)$$

O estado de deformação no ponto central do provete *off-axis* é medido através duma roseta extensométrica de três elementos (Figura 3.38). A deformação de corte de engenharia ( $\epsilon_6$ ) no referencial de simetria material (1, 2) é calculada a partir das leituras dos elementos da roseta, usando uma equação de transformação adequada. Existem várias possibilidades para o posicionamento da roseta em relação aos eixos do provete [105]; para a roseta 60-deg-delta fixada no centro do provete como se mostra na Figura 3.38,  $\epsilon_6$  é obtido de acordo com a seguinte

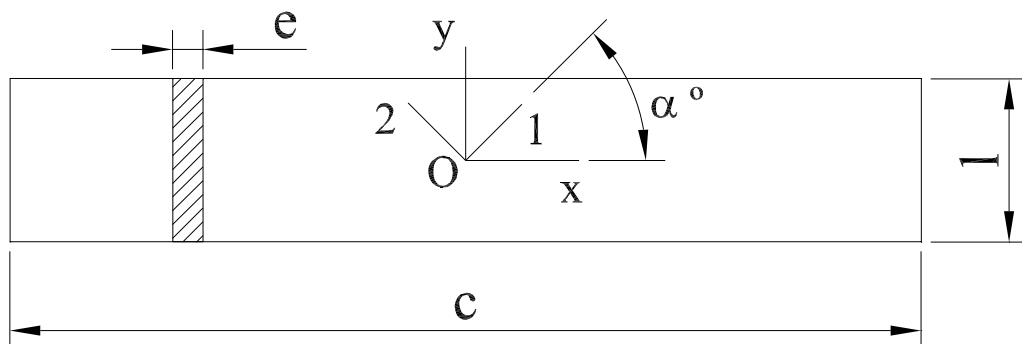


Figura 3.37: Configuração do provete *off-axis*.

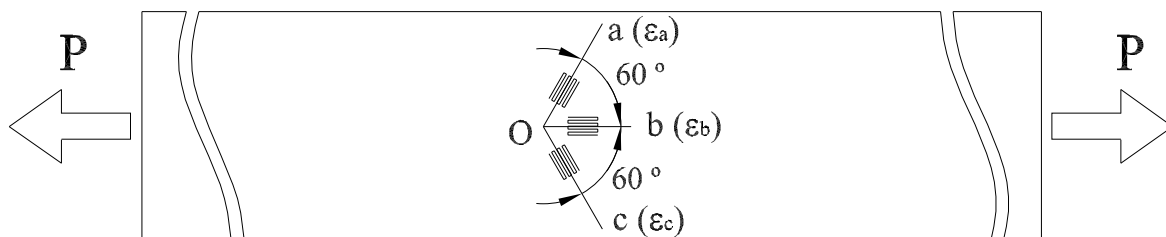


Figura 3.38: Grandezas físicas medidas no ensaio *off-axis*.

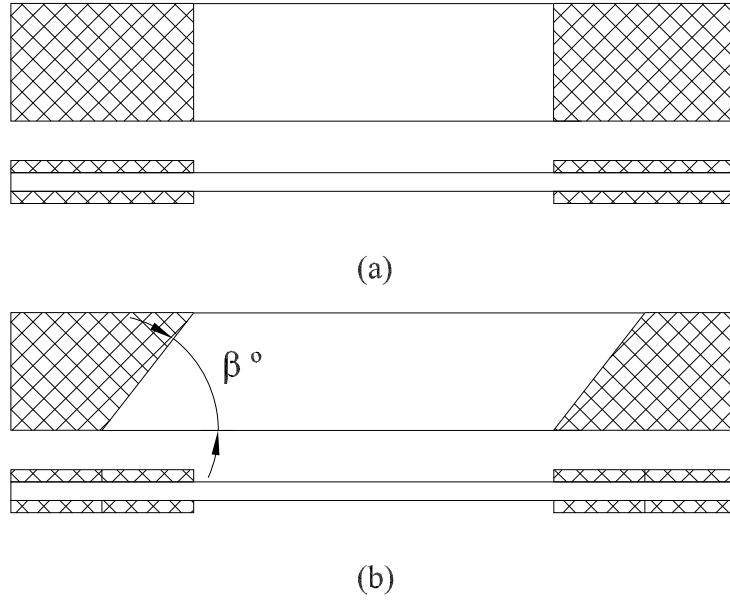


Figura 3.39: Bolachas de reforço nas zonas de amarração do provete *off-axis*: (a) rectangulares; (b) oblíquas.

equação de transformação

$$\epsilon_6 = (\epsilon_a - 2\epsilon_b + \epsilon_c) \operatorname{sen} \alpha + (\epsilon_a - \epsilon_c) \cos \alpha, \quad (3.22)$$

em que  $\epsilon_a$ ,  $\epsilon_b$  e  $\epsilon_c$  são as deformações lineares médias lidas, respectivamente, nas direcções das grelhas  $a$ ,  $b$  e  $c$  (Figura 3.38).

O módulo de corte no referencial de simetria material ( $G_{12}$ ) é calculado de acordo com a equação

$$G_{12} = \frac{\sigma_6}{\epsilon_6}. \quad (3.23)$$

Se o provete *off-axis* tiver uma razão  $c/l$  suficientemente elevada ( $c/l > 14$  [107]) e um ângulo *off-axis* adequado (15 a 20 graus para a madeira de *Pinus Pinaster Ait.* [102]), é de esperar que se obtenha, numa zona útil representativa do provete, um estado de tensão razoavelmente uniaxial e uniforme, em relação ao referencial do provete ( $x, y$ ), e um comportamento predominante de corte no referencial de simetria material (1, 2).

Teoricamente, de acordo com a teoria da elasticidade anisotrópica, o provete *off-axis* submetido a um estado de tracção uniaxial e uniforme, deforma-se num paralelograma como se



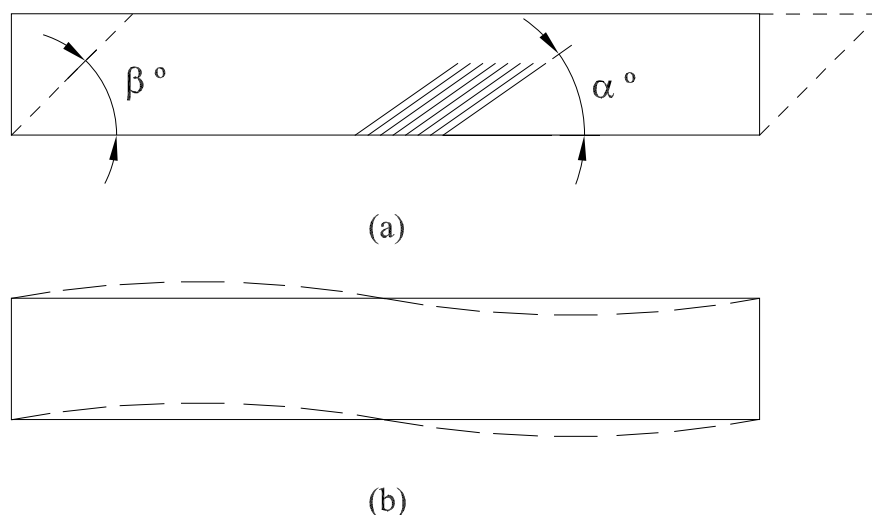


Figura 3.40: Deformação: (a) teórica e (b) experimental, do provete *off-axis* com extremidades rectas e verticais.

ilustra na Figura 3.40.a. Contudo, experimentalmente, devido às restrições impostas nos extremos do provete pelas cunhas de amarração da máquina de ensaios, são criadas tensões de corte parasitas responsáveis pela sua deformação em forma de “S” (Figura 3.40.b) [108]. Este comportamento, induzido pelas condições de amarração no provete *off-axis* com extremidades rectas e verticais (Figura 3.39.a), afecta a correcta medição do módulo de corte e da tensão de rotura por corte do material [108,110]. Diferentes métodos foram propostos para levar em consideração este efeito ou para o eliminar, que a seguir se revêm.

Pindera e Herakovick [108] propuseram um factor de correcção que leva em consideração estes efeitos (Figura 3.40) na medição do módulo de corte. A necessidade deste factor é sobretudo importante para provetes com uma pequena razão  $c/l$  (Figura 3.37) e elevada razão de ortotropia.

Boehler e EL Aoufi [114] propuseram o uso dum dispositivo de solicitação que acomoda a livre rotação das extremidades dos provetes, com a finalidade de obter uma extensa zona de aplicação das condições ideais ao provete *off-axis* (Equação 3.20).

Através de análises por elementos finitos e de resultados experimentais, Sun e Chung [109] mostraram que usando bolachas inclinadas (Figura 3.39.b) é possível obter um campo de tensões uniaxial homogéneo, ao longo duma vasta região do provete *off-axis*. A ideia é a de se imporem deslocamentos prescritos ao longo da linha teórica dos iso-deslocamentos. O ângulo das bolachas

de reforço ( $\beta$ ), definido em relação ao eixo longitudinal do provete, é calculado de acordo com a equação

$$\cot\beta = -\frac{\overline{S}_{16}}{\overline{S}_{11}}, \quad (3.24)$$

onde  $\overline{S}_{16}$  e  $\overline{S}_{11}$  são elementos da matriz de elasticidade em relação ao referencial do provete. Estes resultados foram mais tarde confirmados por outros autores [110, 111, 113, 113]. Desta forma, fazendo uma adequada escolha dos parâmetros geométricos do provete ( $c$ ,  $l$  e  $\beta$ ) é possível obter directamente o módulo de corte sem a necessidade de factores de correcção, como acontece com os ensaios de corte de Iosipescu e Arcan.

Pierron e Vautrin [110], usado um material compósito epóxico/carbono T300/914, mostraram que o uso das bolachas inclinadas melhora significativamente a correcta identificação da tensão de rotura por corte dos provetes *off-axis*. Os resultados deste trabalho [110] resume-se em:

- (i) os valores de tensão de corte máxima, calculados de acordo com a terceira das Equações (3.21) tomando a força máxima no momento da rotura, obtidos nos provetes com bolachas rectangulares são inferiores, em cerca de 20%, aos medidos em provetes com bolachas inclinadas (respectivamente, 65 MPa e 78 MPa);
- (ii) os provetes com bolachas rectangulares rompem tipicamente na área das bolachas, enquanto que os provetes com bolachas inclinadas rompem claramente na região útil;
- (iii) os valores máximos de  $\sigma_x$  (Equação 3.20) e  $\sigma_6$  (Equação 3.21) variam consoante o material usado para as bolachas em ambas as configurações rectas ou oblíquas (Figura 3.39), sendo preferíveis as bolachas de material compósito;
- (iv) o valor da tensão de corte máxima registado em ambos os provetes, não representa o verdadeiro valor da tensão de rotura por corte do material, na medida em que o estado de tensão, no referencial de simetria material, embora homogéneo (nomeadamente para os provetes com bolachas inclinadas), não é de corte puro, na medida em que, devido ao baixo valor de resistência em tracção do material, ao longo da direcção transversa, o papel de  $\sigma_2$  (segunda das Equações 3.21) na rotura do provete não pode ser desprezado.

Pierron e Vautrin [62] propuseram o uso dum critério de resistência para a correcta determinação do verdadeiro valor da tensão de rotura por corte ( $S$ ), usando o critério de rotura de Tsai-Wu. Seguindo este procedimento os autores conseguiram obter uma boa reprodutividade de resultados, no que diz respeito a identificação de  $S$ , comparando os ensaios de Iosipescu e *off-axis* [62].

Estudos sobre a aplicabilidade do ensaio *off-axis* para a caracterização do comportamento ao corte da madeira podem ser obtidos nas referências [100–102].

### 3.5 Ensaio de Arcan

O ensaio de corte de Arcan foi originalmente proposto por Arcan [115] como um método para a caracterização do comportamento ao corte de materiais compósitos. Após o seu aparecimento, este foi desenvolvido por alguns autores [116–118], tendo sido inclusivé aplicado à madeira maciça [18, 103, 119, 120]. Contudo, durante vários anos o ensaio de Arcan foi de certa forma esquecido, embora recentemente se tenha assistido a um número crescente de publicações sobre este ensaio [103, 118].

Na Figura 3.41 [116] apresenta-se o esquema do ensaio de Arcan. O tratamento de dados deste ensaio é em muitos aspectos similar ao ensaio de Iosipescu (Secção 3.3) [103, 121]. O provete de Arcan, como se pode observar na Figura 3.41, tem uma configuração semelhante ao provete de Iosipescu (Figura 3.9). Na primeira versão da amarra de Arcan, o provete era colado a duas placas de alumínio em forma de “borboleta” (Figura 3.41), e a carga aplicada a este pelo movimento vertical relativo entre estas. Desta forma, o provete de Arcan fica sujeito a um esforço predominante de corte ao longo da secção mínima entre entalhes. Novas formas de fixação do provete de Arcan à amarra foram desenvolvidas, usando pinos de fixação [18, 103, 119]. Efectivamente, uma das grande dificuldade neste ensaio prende-se com a fixação do provete à amarra, e sobre a sua influência no comportamento ao corte do provete.

A grande diferença entre os ensaios de Iosipescu (Figura 3.10) e Arcan (Figura 3.41), reside na forma como a carga é aplicada ao provete. No provete de Iosipescu esta é aplicada através das faces de contacto ao longo da sua espessura, enquanto que no provete de Arcan a carga é aplicada ao longo das faces longitudinais no plano do ensaio.

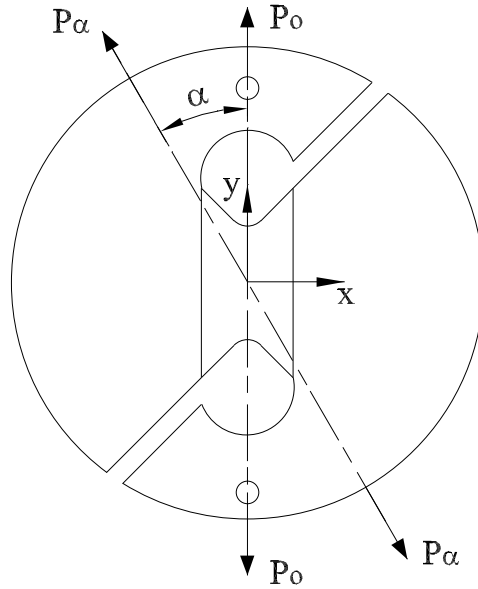


Figura 3.41: Esquema do ensaio de Arcan.

Voloshin e Arcan [116] mostraram, para um provete orientado a  $90^\circ$ , que o campo das deformações de corte se distribui de forma relativamente uniforme ao longo da espessura dos provetes de Arcan. Este mesmo resultado foi confirmado por Oliveira [103], sobre provetes de madeira de *Pinus Pinaster Ait.*, orientados nos três planos de simetria material.

Uma revisão sobre a aplicabilidade do ensaio de Arcan para a caracterização do comportamento ao corte da madeira maciça pode ser obtido na referência [103].

## Capítulo 4

# Simulação numérica do método de vão variável

### 4.1 Objectivos

O método de vão variável é um procedimento experimental adoptado no projecto de norma prEN 408 [13] e na norma ASTM D198-94 [14], para a identificação simultânea do módulo de elasticidade longitudinal ( $E_L$ ) e do módulo de corte no plano de simetria  $LR$  ( $G_{LR}$ ) ou  $LT$  ( $G_{LT}$ ) de espécies de madeira maciça. O objectivo da análise por elementos finitos deste método, prende-se com a verificação da sua aplicabilidade à madeira de *Pinus Pinaster Ait.*, e portanto da viabilidade de usar o ensaio de flexão em três pontos para validar o ensaio de Iosipescu. Neste trabalho considerou-se apenas o plano  $LR$  como plano de flexão, embora seja de esperar que as conclusões obtidas sejam igualmente válidas para o plano  $LT$ , pelo menos qualitativamente.

### 4.2 Modelos de elementos finitos

Na Figura 4.1 apresentam-se as dimensões dos provetes prismáticos usados nos ensaios de flexão em três pontos, associados ao método de vão variável. De acordo com este método [13,14], o ensaio de flexão deve ser executado para pelos menos quatro comprimentos de vão (representados por  $L$  na Figura 4.1), por forma que os intervalos  $(h/L)^2$ , sendo  $h$  a altura

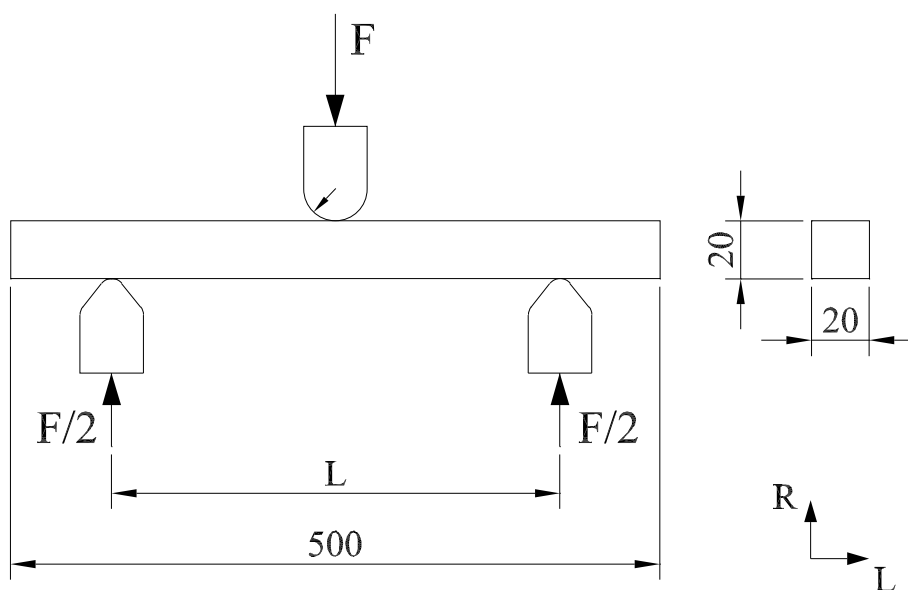


Figura 4.1: Dimensões dos provetes usadas nos ensaios de flexão.

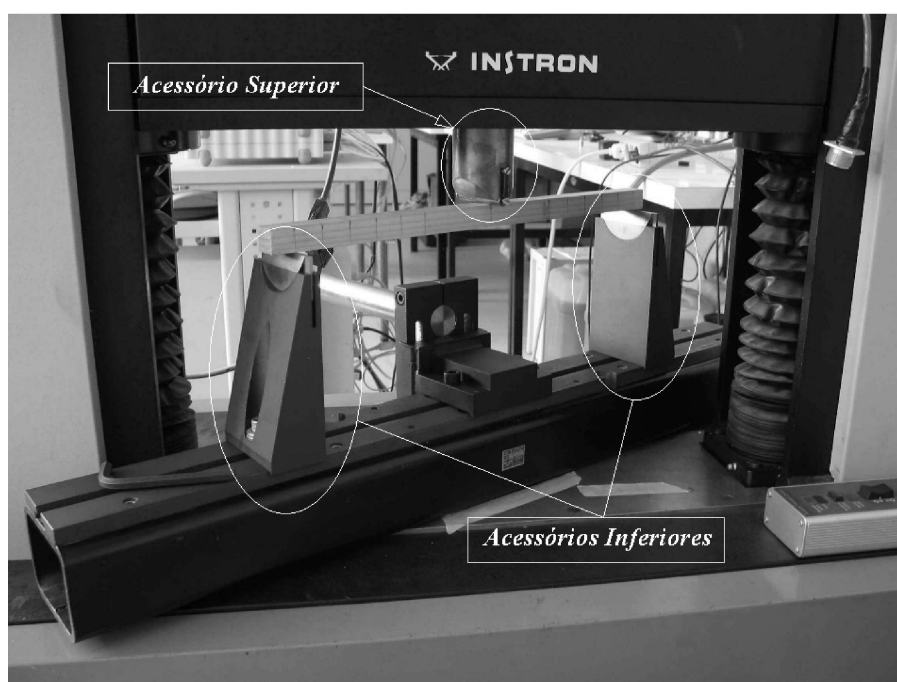


Figura 4.2: Montagem do ensaio de flexão em três pontos, associado ao método de vão variável.

da viga (Figura 3.2), sejam igualmente espaçados entre si, dentro dos limites 0,0025 a 0,035. Tomando  $h = 20\text{mm}$  (Figura 4.1), foram escolhidos os seguintes comprimentos de vão: 120, 135, 160, 200 e 400 mm. Na Figura 4.2 [122] mostra-se a montagem do ensaio de flexão em três pontos. Os resultados experimentais determinados nestes ensaios podem ser obtidos na referência [102].

Modelos de elementos finitos tri-dimensionais (3D) do ensaio de flexão em três pontos foram desenvolvidos no código ABAQUS 6.2-1<sup>®</sup>, considerando provetes com diferentes comprimentos de vão. Apenas a parte central do provete compreendida entre os apoios foi considerada, uma vez que o campo das tensões (e deformações) fora desta região é desprezável. Atendendo à dupla simetria (geométrica, das propriedades elásticas e de carregamento), em relação ao plano médio central e ao plano médio ao longo da espessura, apenas um quarto do provete foi modelado (Figura 4.3).

De acordo com as hipóteses de base apresentadas na Secção 2.1, a madeira foi modelada como um material contínuo, homogéneo, ortotrópico e com comportamento linear elástico. As constantes de engenharia do material introduzidas nos modelos de elementos finitos estão sumariadas na Tabela 4.1. Os módulos de elasticidade e os coeficientes de Poisson, foram identificados por Pereira [123] para a espécie de *Pinus Pinaster Ait.*, através de ensaios de tracção nas direcções de simetria material. Para os módulos de corte optou-se por utilizar os valores independentes da espécie de *Pinus Taeda L.*, publicados em [124].

Da livreria de elementos do ABAQUS [125] seleccionou-se o elemento isoparamétrico C3D8, com 8 nós e 16 graus de liberdade. Para o estudo da convergência da malha do modelo de elementos finitos, fixou-se  $L = 400\text{ mm}$  e consideraram-se condições de fronteira com contacto entre o provete e o cabeçote móvel e os apoios, com um coeficiente de atrito de Coulomb nulo ( $\mu=0$ ). Este estudo foi executado analisando a evolução do valor do módulo de elasticidade aparente ( $E_L^a$ ), cujo cálculo é efectuado de acordo com a Equação (3.2), com o número de nós do modelo (Figura 4.4). A malha obtida após convergência numérica está representada na Figura 4.5, correspondente ao modelo com 12733 nós e 10176 elementos.

As condições de fronteira foram definidas considerando o contacto provete/cabeçote móvel e provete/apoios, com atrito (Figura 4.5). O cabeçote móvel e os apoios foram modelados como superfícies rígidas, com dimensões definidas de acordo com o equipamento experimental

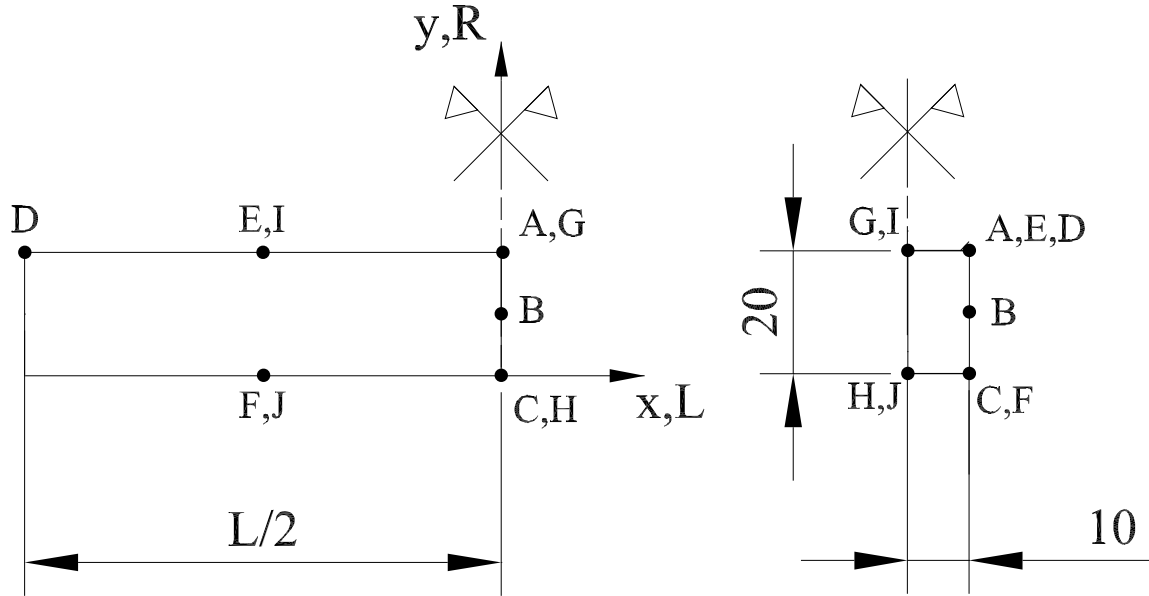


Figura 4.3: Configuração dos provetes usados nos modelos de elementos finitos do ensaio de flexão em três pontos.

Tabela 4.1: Constantes de engenharia usadas nos modelos numéricos.

$E_L^{(1)}$	$E_R^{(1)}$	$E_T^{(1)}$	$\nu_{LR}^{(1)}$	$\nu_{TL}^{(1)}$	$\nu_{RT}^{(1)}$	$G_{LR}^{(2)}$	$G_{LT}^{(2)}$	$G_{RT}^{(2)}$
(GPa)	(GPa)	(GPa)				(GPa)	(GPa)	(GPa)
15,13	1,91	1,01	0,47	0,05	0,59	1,11	1,10	0,18

(1) *Pinus Pinaster Ait.* [123];

(2) *Pinus Taeda L.* [124].



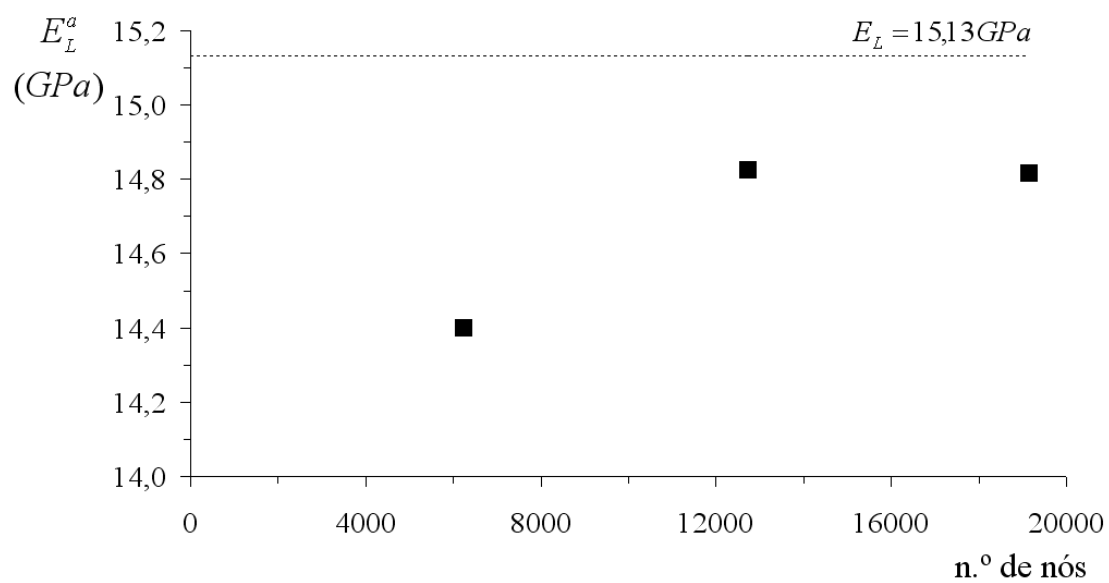


Figura 4.4: Estudo da convergência da malha do modelo de elementos finitos do ensaio de flexão.

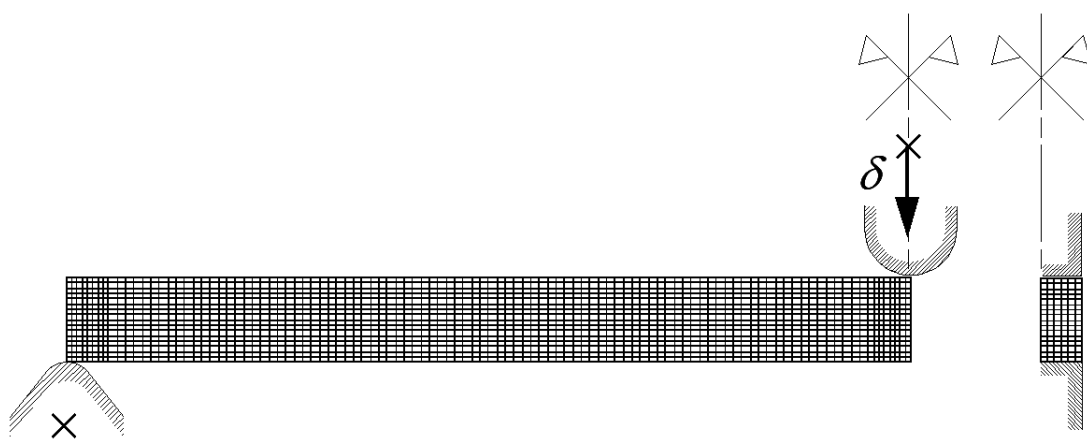


Figura 4.5: Malha e condições de fronteira do modelo de elementos finitos do ensaio de flexão.

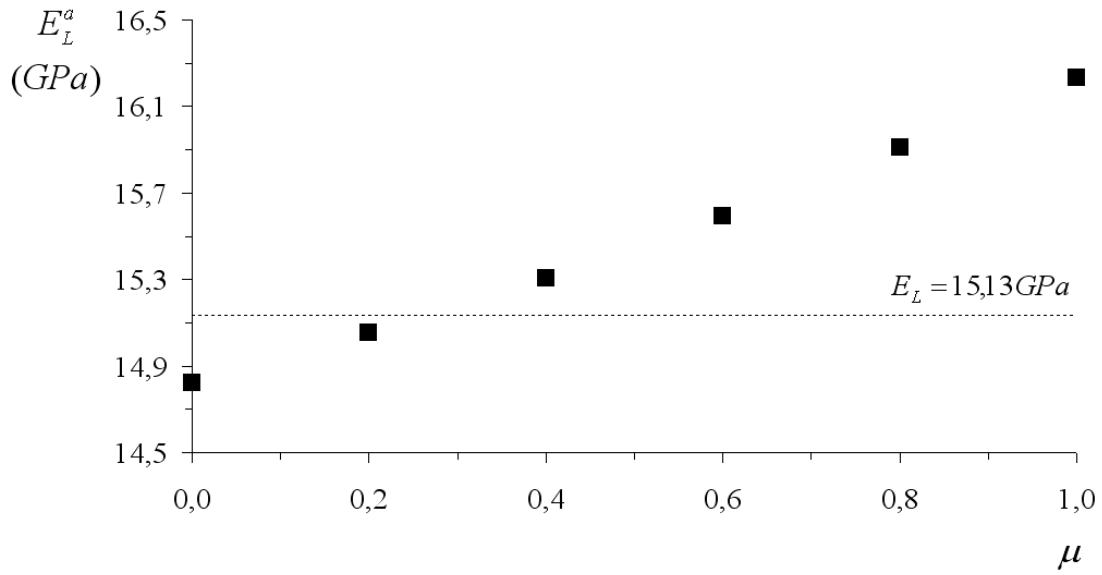


Figura 4.6: Variação do módulo de elasticidade aparente com o coeficiente de atrito.

(Figuras 4.2), e os deslocamentos prescritos impostos nos seus nós de referência. O nó de referência associado ao apoio foi encastrado, e todos os graus de liberdade do nó de referência associado ao cabeçote móvel foram prescritos a zero, excepto o deslocamento vertical ( $u_y$ ), para o qual se atribuiu o valor de  $\delta = -0,5$  mm (Figura 4.5).

Após os estudos de convergência, fixando igualmente  $L = 400$  mm, foi calibrado o valor do atrito. Neste estudo fez-se variar  $\mu$  de 0,0 até 1,0, com incrementos de 0,2. Na Figura 4.6 apresenta-se a variação de  $E_L^a$  com  $\mu$ . A relação obtida entre estas grandezas é linear, concluindo-se, pela comparação do valor de  $E_L$ , introduzido no modelo de elementos finitos, e do valor de  $E_L^a$ , que para  $\mu = 0,2$  se obtém uma variação entre estas propriedades inferior a 1%. Assim, este valor foi considerado nas análises numéricas posteriores do ensaio de flexão em três pontos, associado ao método de vão variável.

### 4.3 Teoria das vigas de Euler-Bernoulli

Para o ensaio de flexão em três pontos, a Teoria das Vigas de Euler-Bernoulli fornece uma solução analítica (Equação 3.2) para o cálculo do módulo de elasticidade aparente ( $E_L^a$ ), aqui reproduzida

$$E_L^a = \frac{L^3}{4h^4} \left( \frac{F}{f} \right) \quad (4.1)$$

onde  $F$  é a força aplicada e  $f$  é a flecha. De acordo com a Teoria das Vigas de Euler-Bernoulli, a flecha pode se considerada como o deslocamento de qualquer ponto da viga pertencente à linha de acção da força  $F$ . Atendendo aos requisitos das normas [13, 14] e ao procedimento usado nalguns trabalhos experimentais [16, 17, 102], foram considerados as seguintes definições para  $f$  (Figura 4.3)

$$\begin{aligned} f_1 &= u_y^A \\ f_2 &= u_y^B \\ f_3 &= u_y^C \\ f_4 &= u_y^C - u_y^D. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Ou seja, as flechas  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  são tomadas, respectivamente, como sendo os deslocamentos verticais ( $u_y$ ) dos pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , ao longo da linha vertical da superfície do provete a meio vão; por sua vez, a flecha  $f_4$  é considerada como o deslocamento relativo na direcção vertical dos pontos  $C$  e  $D$ .

Na Figura 4.7 apresenta-se a relação  $E_L^a - L$ , para as diferentes definições de flecha (Equação 4.2). Além dos cinco comprimentos de vão atrás definidos (Secção 4.2), compreendidos entre 120 e 400 mm, foi ainda considerado  $L = 700$  mm. Como se pode observar (Figura 4.7), para pequenos comprimentos de vão (razões  $h/L$  elevadas) o valor de  $E_L^a$  varia em função da definição usada para  $f$  (Equação 4.2); além do mais, o seu valor é distinto do valor de referência introduzido no modelo de elementos finitos ( $E_L = 15,133$  GPa). Por exemplo, para  $L = 120$  mm esta diferença é de 38,4%, 29,1%, 27,2% ou 19,0% considerando, respectivamente,  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  ou  $f_4$ . Para comprimentos de vão suficientemente elevados ( $L \geq 400$  mm ou  $L/h \geq 20$ ), o valor de  $E_L^a$  converge, independentemente da definição de  $f$ , para o valor de referência, como era de esperar.

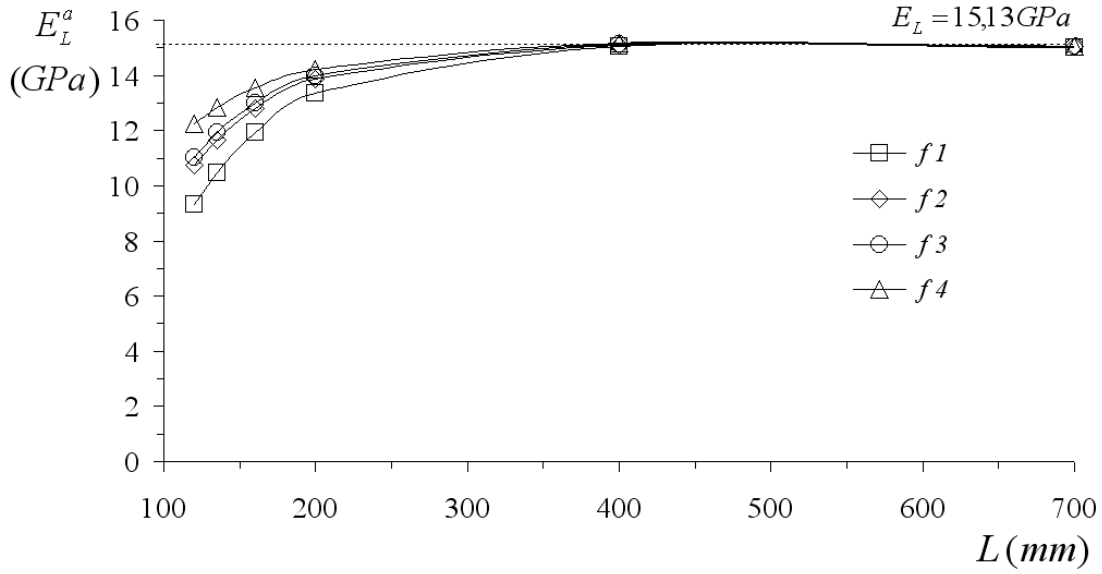


Figura 4.7: Variação  $E_L^a - L$ , para diferentes definições de flecha.

## 4.4 Teoria das vigas de Timoshenko

Nesta secção apresentam-se os resultados numéricos obtidos no estudo da aplicação do método de vão variável, para a correcta identificação do módulo de elasticidade longitudinal ( $E_L$ ) e do módulo de corte no plano  $LR$  da madeira ( $G_{LR}$ ). Este método baseia-se na Teoria das Vigas de Timoshenko, que para o ensaio de flexão em três pontos conduz à seguinte equação, já apresentada na Secção 3.2.1

$$\frac{1}{E_L^a} = \frac{1}{E_L} + \frac{k}{G_{LR}} \left( \frac{h}{L} \right)^2, \quad (4.3)$$

em que a relação entre o inverso de  $E_L^a$  (Equação 4.1) e  $(h/L)^2$  é uma recta, cuja ordenada na origem é  $1/E_L$  e cujo declive é  $k/G_{LR}$ .

Na Figura 4.8 estão representados os pares de valores  $(E_L^a, h^2/L^2)$  obtidos por simulação do ensaio de flexão em três pontos através do método de elementos finitos, para cada uma das definições de flecha da Equação (4.2). Constata-se, pelo método dos mínimos quadrados, que a relação entre esses pontos é linear, tal como previsto pela Equação (4.3). Na Tabela 4.2 sumarizam-se os resultados obtidos por este método para  $E_L$  e  $G_{LR}$ , considerando dois valores de  $k$ : 1,2 e 1,5. O factor  $k$  toma o valor 1,2 quando é determinado pela energia de deformação, e

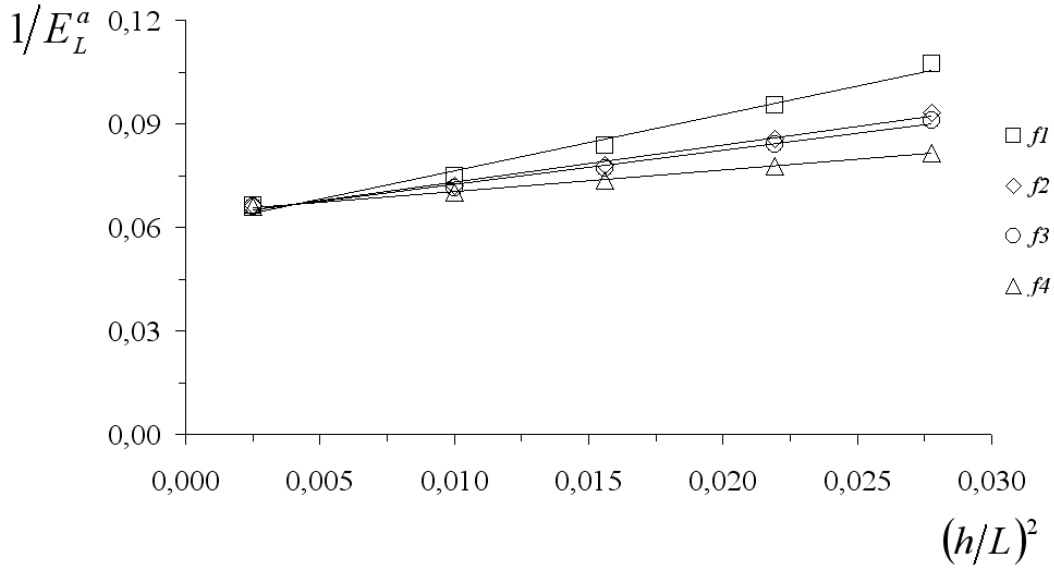


Figura 4.8: Relações  $E_L^a - (h/L)^2$ , para diferentes definições de flecha.

toma o valor 1,5 quando é determinado pelo quociente entre a tensão de corte máxima e a tensão de corte média, na secção transversal a meio vão. Os valores entre parêntesis representam o desvio relativo de  $E_L$  e  $G_{LR}$ , em relação aos valores de referência (Tabela 4.1).

A primeira conclusão que surge da análise dos resultados apresentados na Figura 4.8 e na Tabela 4.2 é o facto dos valores  $E_L$  e  $G_{LR}$  dependerem da definição de  $f$  (Equação 4.2), nomeadamente para esta última propriedade. Desta forma, usando a flecha definida como o deslocamento relativo entre os pontos  $C$  e  $D$  ( $f_4$ ) foi possível calcular  $E_L$  com um erro relativo de apenas 2,9%; já o valor de  $G_{LR}$  é identificado, com um erro de 0,6%, quando se consideram os resultados para a flecha medida a meio vão ( $f_2$ ) e tomando  $k = 1,2$ . Em relação ao cálculo de  $E_L$ , a pior estimativa foi obtida considerando  $f_1$ , para o qual o erro relativo é de 9,9%. Quando a flecha é medida pelo deslocamento do cabeçote móvel da máquina de ensaios ( $f_1$ ), obtém-se um erro para a identificação de  $G_{LR}$  de 33,6% e 17,0% tomando  $k = 1,2$  e  $k = 1,5$ , respectivamente.

As discrepâncias atrás mencionadas poderão ser devidas ao facto da Equação (4.3) não ser válida. Para explorar esta hipótese, recorreu-se aos resultados numéricos para verificar se as grandezas  $E_L$ ,  $G_{LR}$  e  $k$  são efectivamente constantes, tal como pressupõe a Equação (4.3).

Tabela 4.2: Módulos de elasticidade e de corte identificados no método de vão variável.

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$
$E_L$ (GPa)	16,63 (9,9%)	16,05 (6,1%)	16,01 (5,8%)	15,57 (2,9%)
$G_{LR}$ (GPa)				
$k = 1,2$	0,74 (33,6%)	1,12 (0,6%)	1,22 (9,6%)	1,94 (74,6%)
$k = 1,5$	0,92 (17,0%)	1,39 (25,8%)	1,52 (37,0%)	2,42 (118,3%)

Assim, em primeiro lugar usamos a Equação (4.3) para calcular  $E_L$ , supondo conhecidos os valores de  $G_{LR}$  (introduzido no modelo de elementos finitos) e  $k$  ( $k=1,2$ )

$$E_L = \left[ \frac{1}{E_L^a} - \frac{k}{G_{LR}} \left( \frac{h}{L} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (4.4)$$

Na Figura 4.9 apresenta-se as relações  $E_L - (h/L)^2$ , obtidas em função de cada definição da flecha. O valor de  $E_L$  é praticamente constante, no intervalo de valores  $(h/L)^2$  considerado, apenas quando a flecha é medida ou no ponto  $B$  ( $f_2$ ) ou no ponto  $C$  ( $f_3$ ). O valor  $E_L$  aumenta linearmente com  $(h/L)^2$  quando se considera a flecha  $f_4$ .

Por seu lado, fixando  $E_L$  (Tabela 4.1) e  $k$  (1,2),  $G_{LR}$  é calculado em função de  $(h/L)^2$  por

$$G_{LR} = \frac{k}{1/E_L^a - 1/E_L} \left( \frac{h}{L} \right)^2. \quad (4.5)$$

As relações  $G_{LR} - (h/L)^2$  encontram-se ilustradas na Figura 4.10, para cada flecha. Desta figura é possível observar que  $G_{LR}$  varia em função do comprimento de vão, independentemente da definição da flecha usada. Para as flechas  $f_2$  e  $f_3$ , os valores de  $G_{LR}$  aproximam-se do valor de referência para as razões  $(h/L)^2$  mais elevadas, onde os efeitos de corte são mais importantes.

Considerando os valores de referência para  $E_L$  e  $G_{LR}$  (Tabela 4.1), a Equação (4.3) pode reescrever-se em função de  $k$  resultando

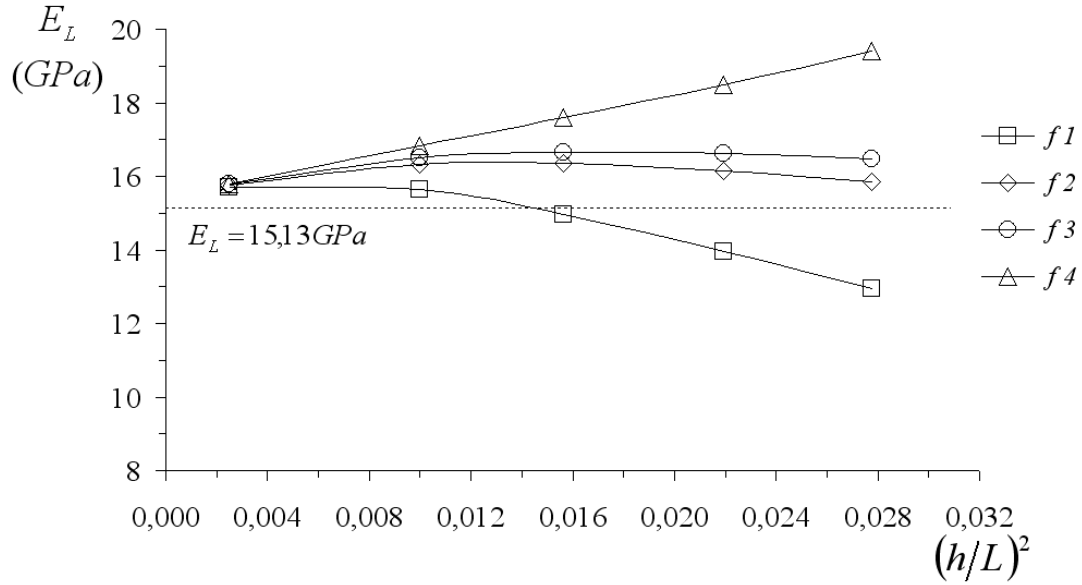


Figura 4.9: Relações  $E_L - (h/L)^2$ , para diferentes definições de flecha.

$$k = \frac{G_{LR}}{(h/L)^2} \left( \frac{1}{E_L^a} - \frac{1}{E_L} \right). \quad (4.6)$$

Para cada definição de flecha, mostra-se na Figura 4.11 as relações  $k - (h/L)^2$ . Como se pode constatar, o valor  $k$  não é constante com a variação da razão  $(h/L)^2$ , convergindo para o valor de 1,2 à medida que esta aumenta, para o caso em que se considera a flecha  $f_2$  ou  $f_3$ .

Como se conclui dos resultados que acabamos de apresentar (Figuras 4.9 a 4.11) os valores de  $E_L$ ,  $G_{LR}$  e  $k$  não são constantes, qualquer que seja a definição da flecha usada, pelo que a Equação (4.3) fornecida pela Teoria das Vigas de Timoshenko não é válida. Uma das razões indicadas para justificar este facto, apresentada por Yoshihara *et. al.* [16] é o facto do campo das tensões e das deformações na região de aplicação da carga não serem os previstos pela Teoria das Vigas de Timoshenko. Este ponto será tratado com detalhe nas secções seguintes.

## 4.5 Distribuição das tensões

Uma das razões para o facto da Equação (4.3) não ser verificada pelos resultados da simulação por elementos finitos será porventura a não verificação das hipóteses cinemáticas da Teoria das

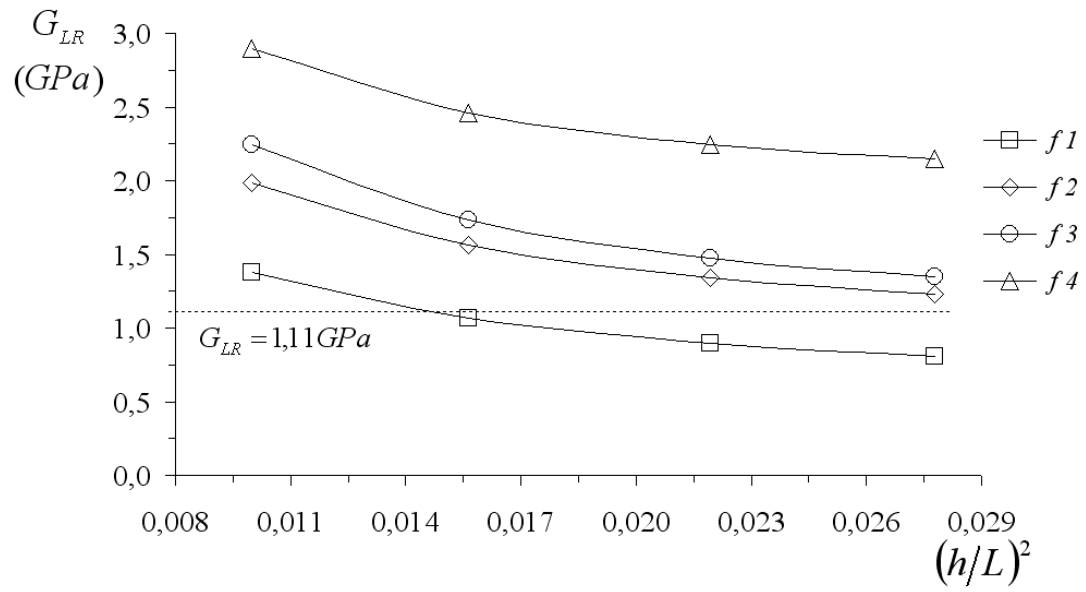


Figura 4.10: Relações  $G_{LR} - (h/L)^2$ , para diferentes definições de flecha.

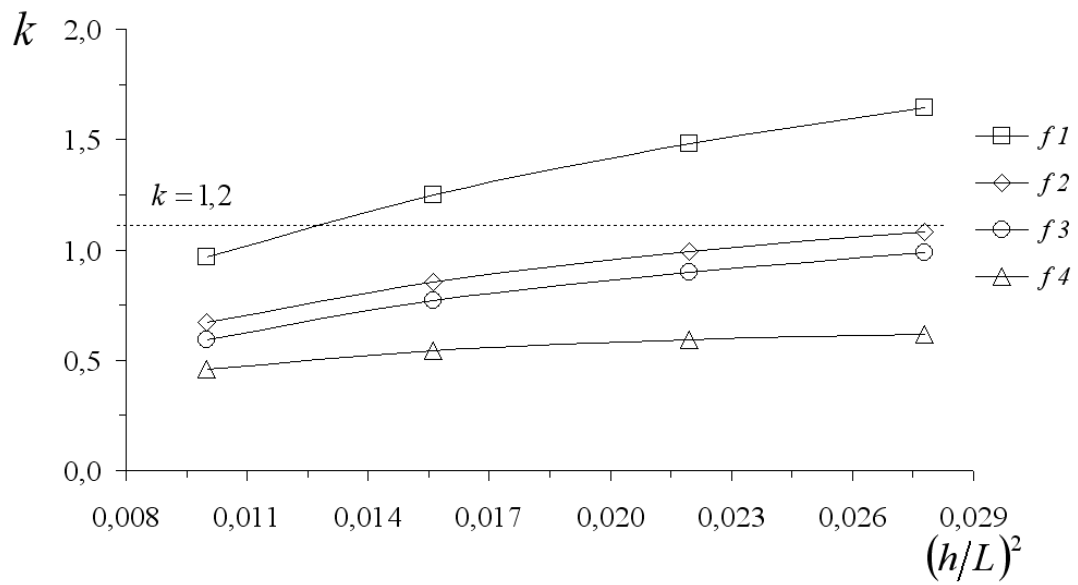


Figura 4.11: Relações  $k - (h/L)^2$ , para diferentes definições de flecha.



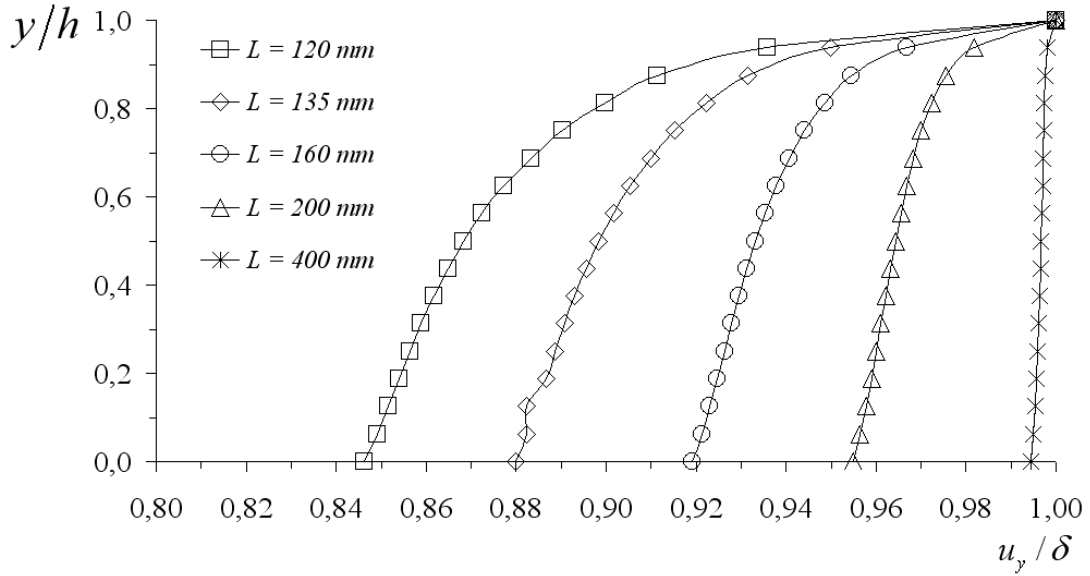


Figura 4.12: Deslocamentos verticais normalizados ( $u_y/\delta$ ) ao longo da linha ( $\overline{AC}$ ).

Vigas de Timoshenko. Uma dessas hipóteses estipula que são iguais os deslocamentos verticais de qualquer ponto pertencente à mesma recta, inicialmente perpendicular ao eixo neutro da viga. Outra das razões é a eventual não validade do princípio de Saint-Venant, segundo o qual os campos das tensões e das deformações nas regiões suficientemente afastadas dos pontos de carregamento só dependem da resultante geral e do momento resultante das forças exteriores. Estas questões serão examinadas em detalhe nos próximos parágrafos.

Na Figura 4.12 apresentam-se os perfis dos deslocamentos verticais ( $u_y$ ), normalizados pelo deslocamento imposto ( $\delta$ ), ao longo da linha vertical a meio vão ( $\overline{AC}$ , na Figura 4.3), para cada comprimento de vão ( $L$ ). Como se pode observar (Figura 4.12), os deslocamentos verticais, nos nós pertencentes à linha  $\overline{AC}$ , são praticamente iguais apenas no caso em que  $L = 400 \text{ mm}$ . À medida que o comprimento de vão diminui, os deslocamentos  $u_y$  ao longo dos nós variam, obtendo-se valores  $u_y^C < u_y^A$  (com  $u_y^A \equiv \delta$ ). Estes resultados mostram claramente a existência de indentação, na secção transversal do provete a meio vão, que não é contemplada nas hipóteses cinemáticas da Teoria das Vigas de Timoshenko. Esta indentação era de antecipar, face ao baixo módulo de elasticidade da madeira na direcção radial ( $E_R$ ).

Na Figura 4.13 apresenta-se a distribuição das tensões, normalizadas por  $\sigma_L^{max}$ , ao longo da

linha  $\overline{AC}$ . O perfil das tensões para qualquer vão é distinto do perfil linear previsto pela Teoria das Vigas de Timoshenko, sendo a discrepância entre os resultados numéricos e essa teoria tanto mais acentuada quanto mais pequeno for o vão. É também interessante notar que em qualquer caso a distribuição das tensões se aproxima da solução da Teoria das Vigas de Timoshenko, no limite quando  $y \rightarrow 0$ . Aliás, no troço  $\overline{BC}$  a distribuição das tensões  $\sigma_L$  é relativamente insensível ao comprimento de vão.

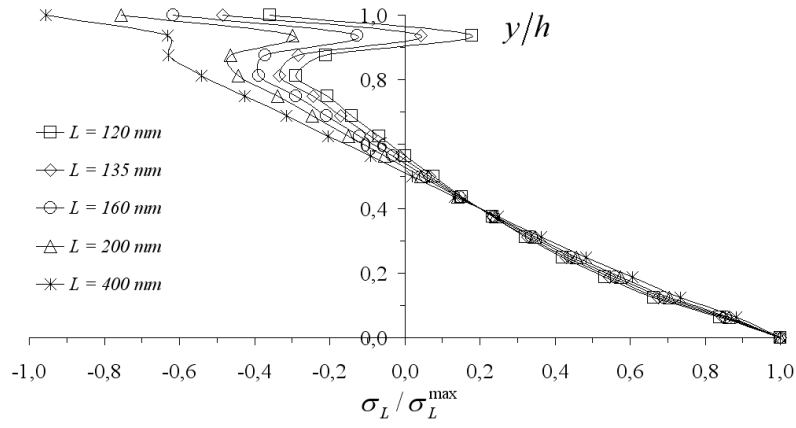
A tensão normal transversa ( $\sigma_R$ ) é praticamente nula nos nós pertencentes ao troço  $\overline{BC}$ , existindo um efeito de concentração de tensões na vizinhança do ponto de aplicação da força, sobretudo importante para os menores comprimentos de vão (Figura 4.13.b). Para estes,  $\sigma_R$  (de compressão) torna-se da mesma ordem de grandeza que  $\sigma_L^{max}$ . Refira-se que a Teoria das Vigas de Timoshenko prevê que  $\sigma_R$  seja nula em qualquer ponto da viga.

Em relação à tensão de corte ( $\sigma_{LR}$ ), o seu valor é praticamente nulo excepto na região de aplicação da força, onde existe um efeito de concentração de tensões, sobretudo significativo para comprimentos de vão inferiores, onde  $\sigma_{LR}$  é da mesma ordem de grandeza de  $\sigma_L^{max}$  (Figura 4.13.c). A distribuição destas tensões de corte é muito distinta da distribuição parabólica prevista pela Teoria das Vigas de Timoshenko.

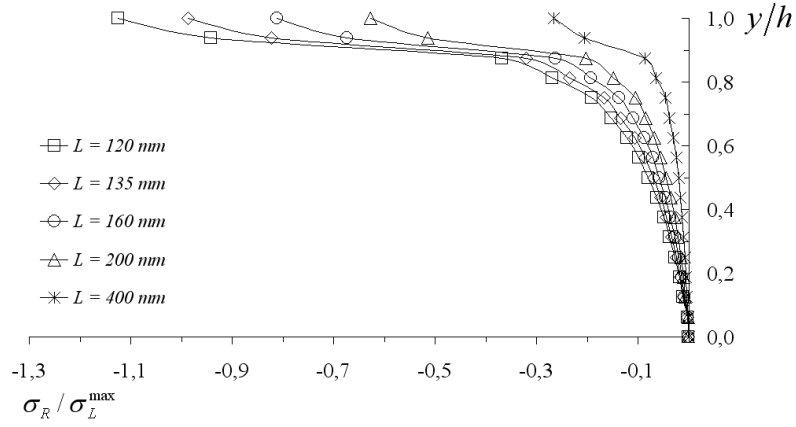
Dos resultados apresentados atrás (Figura 4.13), conclui-se que a Teoria das Vigas de Timoshenko não é válida para a determinação do estado de tensão nos pontos da linha  $\overline{AC}$ . Tal facto deve-se ao baixo módulo de elasticidade radial ( $E_R$ ) da madeira de *Pinus Pinaster Ait.*, e ao facto desses pontos estarem próximos do ponto de aplicação da solicitação exterior. De facto, neste domínio ( $\overline{AC}$ ) constata-se que não é aplicável o princípio de Saint-Venant, sobretudo no que diz respeito aos perfis das tensões normais  $\sigma_R$  e das tensões de corte  $\sigma_{LR}$ .

Na Figura 4.14 apresenta-se a distribuição das tensões normalizadas ao longo da linha  $\overline{EF}$ , a um quarto de vão. Como se pode observar esta distribuição das tensões é agora mais próxima da admitida pela teoria. O eixo neutro é praticamente central, para todos os comprimentos de vão. Quer na distribuição das tensões normais  $\sigma_L$  quer das tensões normais  $\sigma_R$  é ainda patente o efeito da proximidade da carga, e portanto a não verificação do princípio de Saint-Venant.

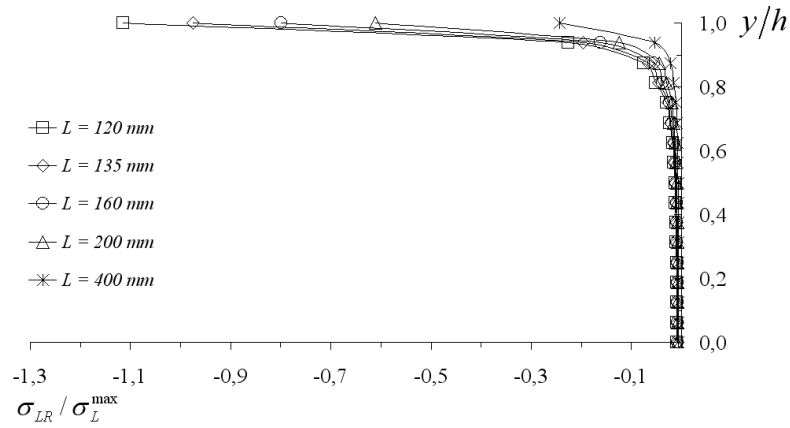
A fim de investigar a distribuição das tensões ao longo da espessura dos provetes, apresenta-se nas Figuras 4.15 e 4.16, as tensões normalizadas ao longo das linhas  $\overline{AC}$  e  $\overline{GH}$  (a.1, b.1 e c.1), para a secção transversal a meio vão, e das linhas  $\overline{EF}$  e  $\overline{IJ}$  (a.2, b.2 e c.2), para a secção



(a)

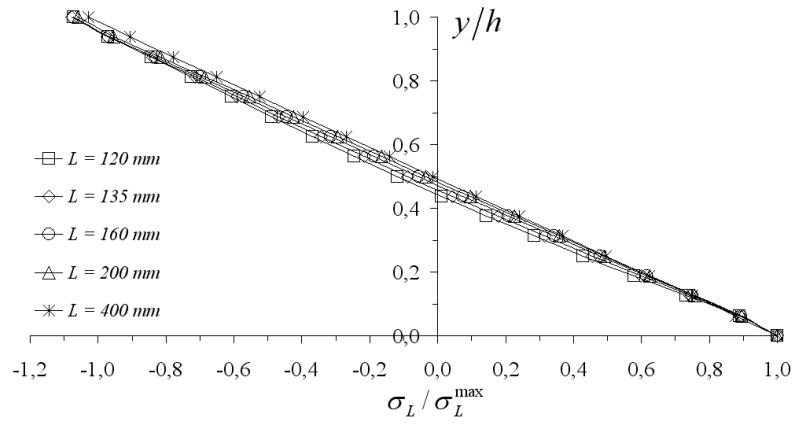


(b)

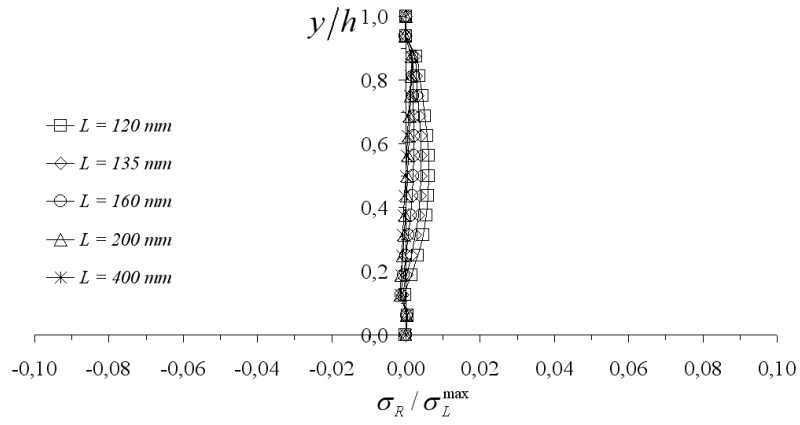


(c)

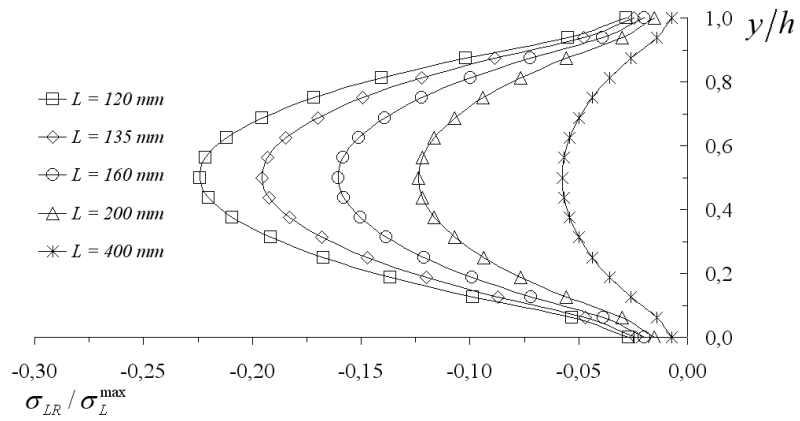
Figura 4.13: Distribuição, ao longo da linha  $\overline{AC}$  das tensões normalizadas: (a)  $\sigma_L/\sigma_L^{max}$ ; (b)  $\sigma_R/\sigma_L^{max}$ ; (c)  $\sigma_{LR}/\sigma_L^{max}$ .



(a)

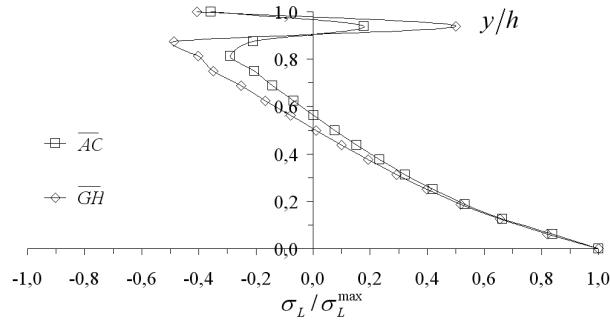


(b)

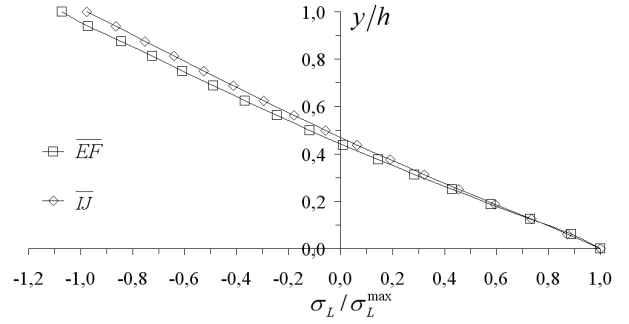


(c)

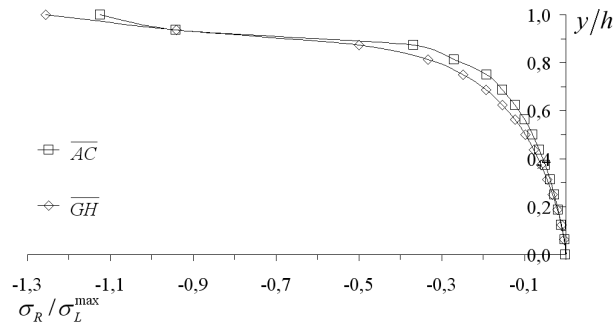
Figura 4.14: Distribuição, ao longo da linha  $\overline{EF}$  das tensões normalizadas: (a)  $\sigma_L / \sigma_L^{max}$ ; (b)  $\sigma_R / \sigma_L^{max}$ ; (c)  $\sigma_{LR} / \sigma_L^{max}$ .



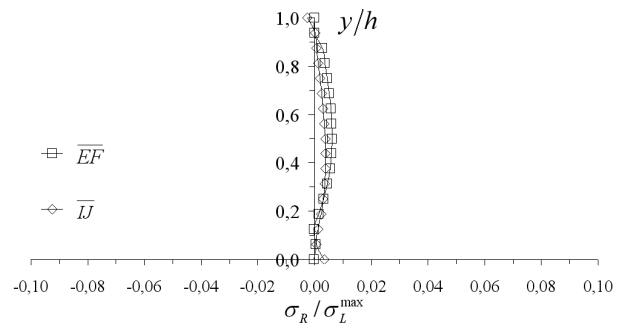
(a.1)



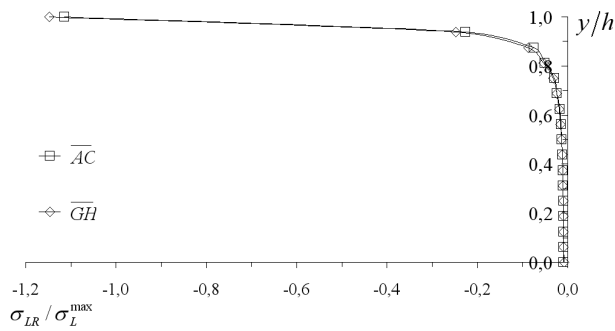
(a.2)



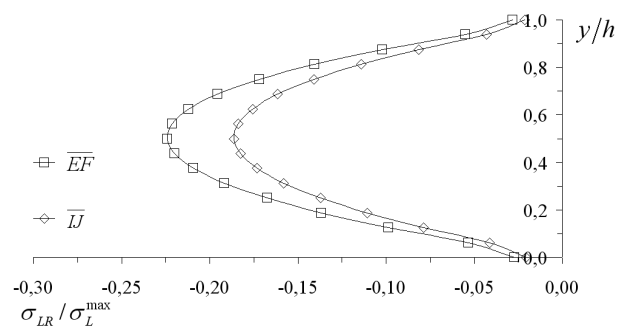
(b.1)



(b.2)

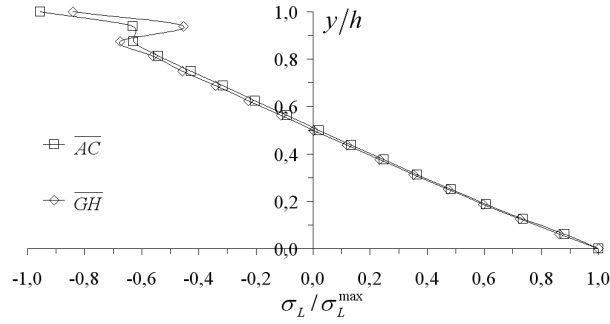


(c.1)

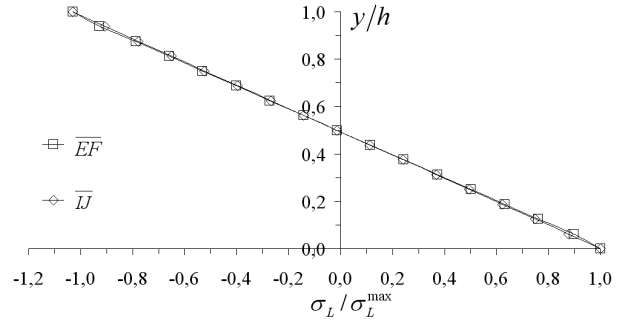


(c.2)

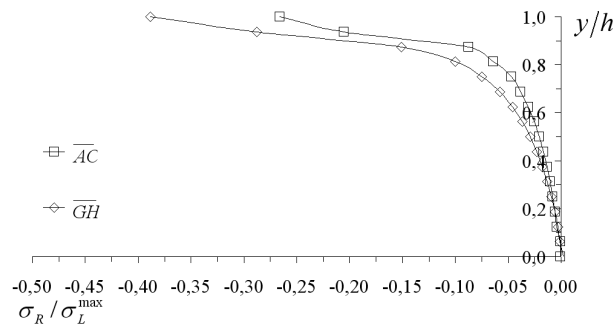
Figura 4.15: Distribuição das tensões normalizadas ao longo das linhas  $\overline{AC}$  e  $\overline{GH}$  (a.1, b.1 e c.1) e das linhas  $\overline{EF}$  e  $\overline{IJ}$  (a.2, b.2 e c.2), para  $L = 120$  mm: (a)  $\sigma_L/\sigma_L^{max}$ ; (b)  $\sigma_R/\sigma_L^{max}$ ; (c)  $\sigma_{LR}/\sigma_L^{max}$ .



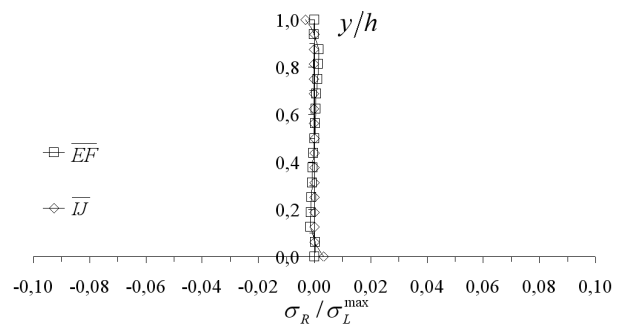
(a.1)



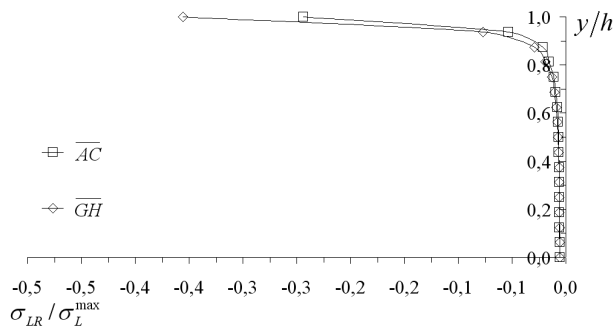
(a.2)



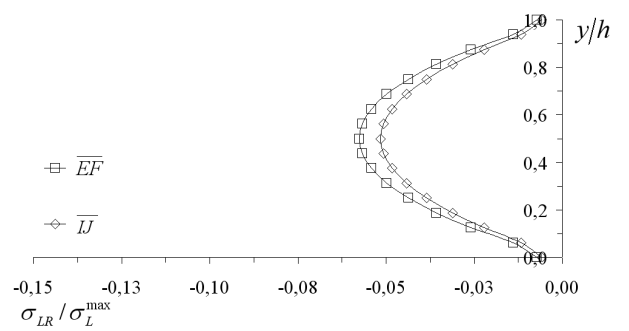
(b.1)



(b.2)



(c.1)



(c.2)

Figura 4.16: Distribuição das tensões normalizadas ao longo das linhas  $\overline{AC}$  e  $\overline{GH}$  (a.1, b.1 e c.1) e das linhas  $\overline{EF}$  e  $\overline{IJ}$  (a.2, b.2 e c.2), para  $L = 400$  mm: (a)  $\sigma_L / \sigma_L^{max}$ ; (b)  $\sigma_R / \sigma_L^{max}$ ; (c)  $\sigma_{LR} / \sigma_L^{max}$ .

transversal a um quarto de vão, para  $L = 120$  mm e  $L = 400$  mm, respectivamente. Para ambos os comprimentos de vão, conclui-se, a partir dos perfis das tensões ao longo dos pares de linhas  $(\overline{AC}, \overline{GH})$  e  $(\overline{EF}, \overline{IJ})$ , que todas as componentes de tensão são praticamente constantes em ambas as secções transversais analisadas, embora seja perceptível o efeito de Poisson. Estes resultados são válidos para os restantes comprimentos de vão.

## 4.6 Influência do diâmetro do cabeçote móvel no cálculo de $E_L$ e $G_{LR}$

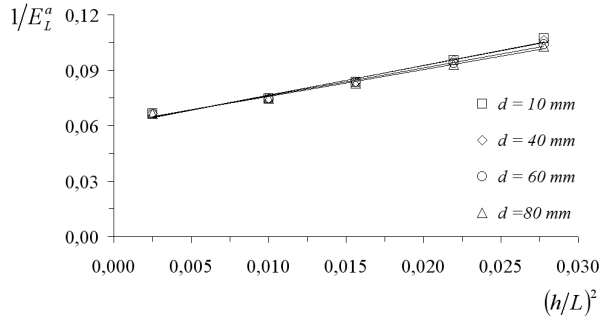
A questão abordada nesta secção prende-se com a averiguação da influência do diâmetro do cabeçote móvel da máquina de ensaios ( $d$ ) no cálculo de  $E_L$  e  $G_{LR}$ , de acordo com o método de vão variável.

Na Figura 4.17 ilustra-se as relações  $E_L^a - (h/L)^2$ , obtidas em função do parâmetro  $d$ , considerando as quatro definições para a medição da flecha (Equação 4.2). A partir destas curvas foram ainda obtidas as relações  $E_L - d$  (Figura 4.18) e  $G_{LR} - d$  (Figura 4.19), em função de  $f$ . Destes resultados pode concluir-se que os valores de  $E_L$  e  $G_{LR}$  não são significativamente influenciados pelo valor do diâmetro do cabeçote móvel, mesmo no caso em que se considera a medição da flecha  $f_1$  (Figura 4.17.a).

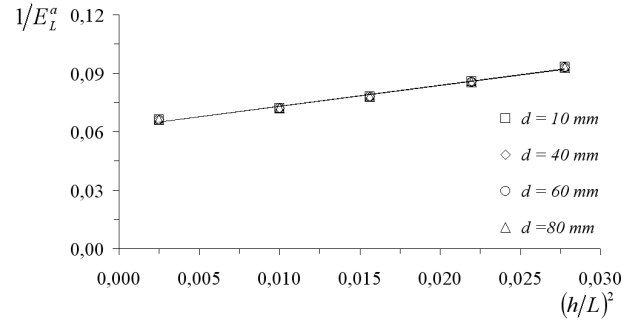
## 4.7 Conclusões

Dos resultados numéricos apresentados neste capítulo conclui-se, genericamente, que:

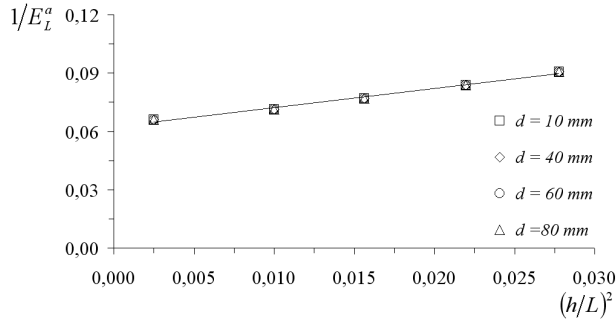
- (i) a Teoria das Vigas de Euler-Bernoulli é verificada para relações  $h/L \geq 20$ . Assim, o ensaio de flexão em três pontos pode ser usado para a determinação do módulo de elasticidade longitudinal da madeira de *Pinus Pinaster Ait.*, desde que se respeite a inequação anterior (Figura 4.7);
- (ii) para razões  $h/L \leq 20$  o ensaio de flexão em três pontos, em conjunto com a Teoria das Vigas de Euler-Bernoulli, fornece um módulo de elasticidade aparente ( $E_L^a$ ) inferior ao



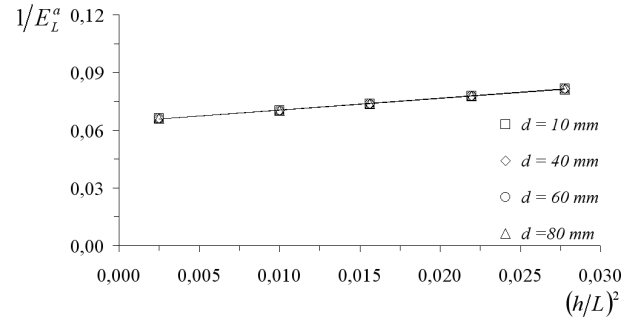
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.17: Relações  $E_L^a - (h/L)^2$  em função do diâmetro do cabeço móvel para a flecha: (a)  $f_1$ ; (b)  $f_2$ ; (c)  $f_3$ ; (d)  $f_4$ ; .

verdadeiro módulo de elasticidade longitudinal ( $E_L$ ). Além disso  $E_L^a$ , depende da definição de flecha usada na sua determinação (Figura 4.7);

- (iii) para razões  $h/L \leq 20$  obtém-se uma dependência linear entre  $E_L^a$  e  $(h/L)^2$ , tal como previsto pela Teoria das Vigas de Timoshenko. Essa relação depende porém da definição de flecha adoptada. Em consequência, os valores de  $E_L$  e de  $G_{LR}$  determinados pelo método de vão variável dependem também da definição que se adopta para a flecha (Figura 4.8 e Tabela 4.2);
- (iv) as hipóteses cinemáticas em que se baseia a Teoria das Vigas de Timoshenko não se verificam na secção transversal do provete a meio vão (Figura 4.12), o que explica os resultados indicados no ponto (iii). De facto, constata-se a ocorrência de indentação nessa secção, que não é contemplada pelas hipóteses cinemáticas desta Teoria das Vigas;



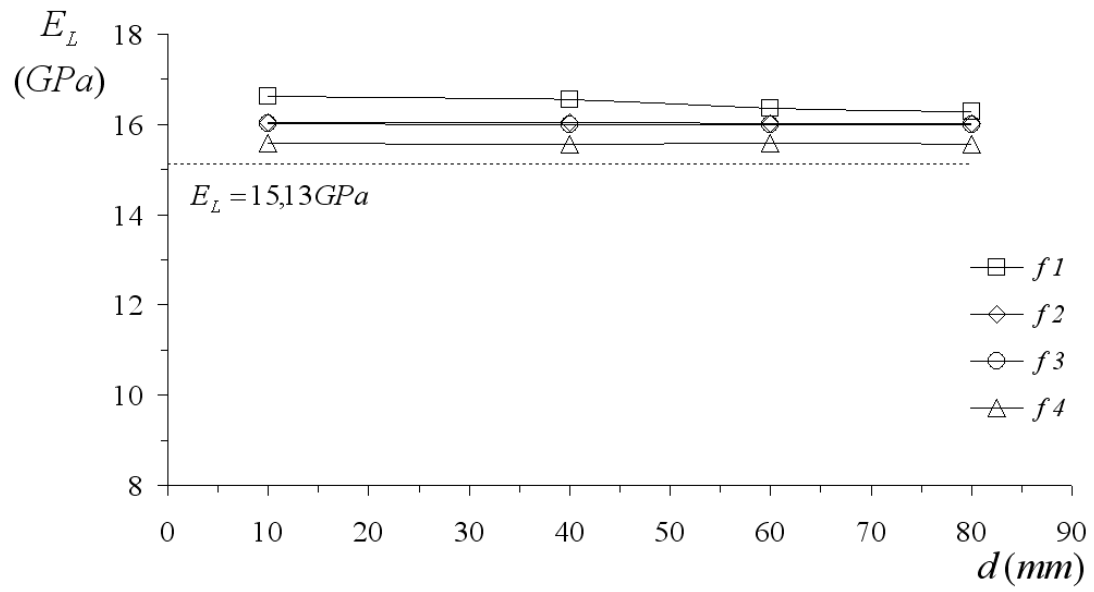


Figura 4.18: Relações  $E_L - d$ , para diferentes definições de flecha.

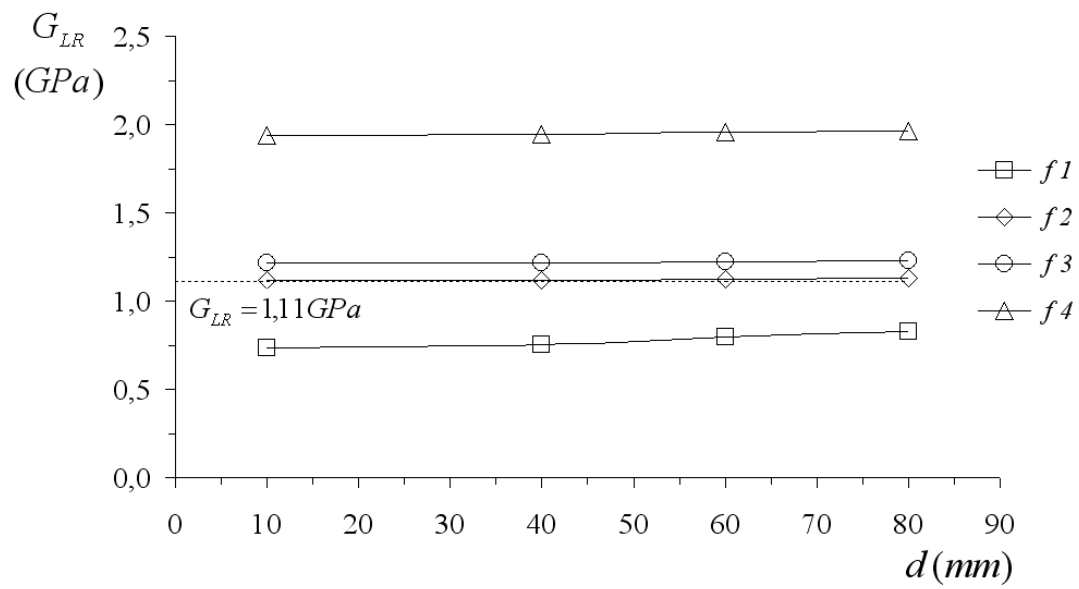


Figura 4.19: Relações  $G_{LR} - d$ , para diferentes definições de flecha e para  $k = 1,2$ .

- (v) o estado de tensão na secção transversal a meio vão (Figura 4.13) é muito distinto do previsto pela Teoria das Vigas de Timoshenko, em concordância com a conclusão do ponto (iv);
- (vi) o estado de tensão na secção transversal do provete a um quarto de vão, entre o cabeçote móvel e os apoios (Figura 4.14), está em bom acordo com o previsto pela Teoria das Vigas de Timoshenko;
- (vii) A distribuição das tensões é praticamente constante ao longo da espessura dos provetes quer a meio vão quer a um quarto de vão (para  $L = 120$  mm Figura 4.15 e para  $L = 400$  mm Figura 4.16);
- (viii) dos pontos anteriores resulta finalmente que o método de vão variável proposto nas normas [13, 14], baseado no ensaio de flexão em três pontos e na Teoria das Vigas de Timoshenko, não é um ensaio fundamental que permita a simultânea e correcta identificação do módulo de elasticidade longitudinal ( $E_L$ ) e do módulo de corte ( $G_{LR}$ ) da madeira de *Pinus Pinaster Ait.*;
- (ix) os resultados da simulação numérica, quando tratados à luz da Teoria das Vigas de Timoshenko, mostram que o factor  $k$  desta teoria, bem como as propriedades elásticas do material em jogo no ensaio de flexão ( $E_L$  e  $G_{LR}$ ) dependem da relação  $(h/L)^2$ , (Figuras 4.11, 4.9 e 4.10 , respectivamente). Esta conclusão reforça a não validade do método de vão variável para a identificação simultânea de  $E_L$  e  $G_{LR}$ ;
- (x) contudo, quando a flecha é medida no ponto central a meio vão (ponto  $B$  na Figura 4.3) e se considera o valor de  $k = 1,2$ , o método de vão variável fornece uma boa estimativa quer para o módulo de elasticidade longitudinal (valor sobrestimado em 6,1%) quer para o módulo de corte (valor sobrestimado em 0,6%), (Tabela 4.1);
- (xi) os resultados da aplicação do método de vão variável não são significativamente influenciados pelo valor do diâmetro do cabeço móvel, independentemente do ponto de medição da flecha considerado (Figuras 4.17 a 4.19).

## Capítulo 5

# Simulação numérica do ensaio de Iosipescu

### 5.1 Objectivos

O ensaio de Iosipescu é um método experimental utilizado para a caracterização do comportamento ao corte de materiais compósitos sintéticos, estando já normalizado para estes materiais (ASTM D5379-93 [74]). De acordo com o procedimento experimental clássico deste ensaio, a deformação de corte de engenharia é medida através de rosetas biaxiais, fixas no centro do provete a  $\pm 45^\circ$  em relação ao seu eixo longitudinal. Por seu lado, o valor da tensão de corte média é calculado através da razão entre a carga global, medida pela célula de carga da máquina de ensaios, e a área inicial da secção transversal entre entalhes. No entanto, como foi revisto na Secção 3.3, vários autores [45, 56] mostraram que os campos das deformações e das tensões, criados na zona útil central do provete de Iosipescu, não são nem homogéneos nem de corte puro. Além do mais, estas heterogeneidades são função da razão de ortotropia de cada material. Desta forma, as propriedades de corte medidas no ensaio de Iosipescu representam valores aparentes que carecem de correcção para a correcta caracterização ao corte do material.

Os objectivos da simulação numérica do ensaio de Iosipescu são os seguintes:

- (i) determinar os campos das tensões e das deformações na zona central útil do provete de Iosipescu de madeira de *Pinus Pinaster Ait.*;

- (ii) calcular os factores de correcção do módulo de corte aparente,  $C$  (Equação 3.10) e  $S$  (Equação 3.11), que levam em consideração, respectivamente, o grau de heterogeneidade da distribuição da tensão de corte ao longo da linha vertical entre entalhes e o grau de heterogeneidade do campo das deformações de corte na área abrangida pela grelha da roseta extensométrica;
- (iii) verificar a influência da estimativa inicial do módulo de corte ( $G_{ij}$ ) no valor do factor global  $CS$ ;
- (iv) investigar o efeito no factor global  $CS$  dos seguintes aspectos: (1) desvios no posicionamento do provete em relação à amarra; (2) desalinhamentos do referencial de simetria material em relação ao referencial do provete; (3) geometria dos entalhes em V do provete;
- (v) estudar a aplicabilidade do provete com entalhes planos [56] para a madeira *Pinus Pinaster Ait.*, orientada nos planos de simetria  $LR$  e  $LT$ .

## 5.2 Modelos de elementos finitos

De acordo com as hipóteses de base apresentadas na Secção 2.1, a madeira foi modelada como um material contínuo, homogéneo e com comportamento linear elástico ortotrópico. Assumindo a hipótese de estado plano de tensão, foram desenvolvidos modelos de elementos finitos bi-dimensionais (2D) do ensaio de Iosipescu usando os códigos ANSYS 7.0® e ABAQUS 6.2-1®. As propriedades elásticas usadas nos modelos de elementos finitos do ensaio de Iosipescu, são aquelas já usadas na simulação do Método de Vão Variável, sumariadas na Tabela 4.1.

Na Figura 5.1 apresentam-se as dimensões nominais do provete de Iosipescu, usadas na construção dos modelos de elementos finitos. Estas dimensões, que correspondem àsquelas dos provetes ensaiados experimentalmente, foram definidas com base nas recomendações da norma ASTM D5379-93 [74], levando também em consideração quer aos aspectos de representatividade do material à escala em estudo quer a considerações práticas da sua manufactura. Apesar da dupla simetria geométrica, todo o provete foi modelado por não haver simetria de carregamento no plano do ensaio.

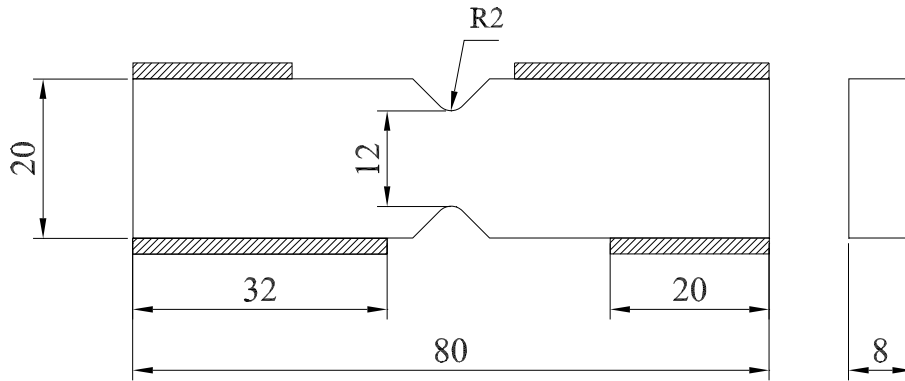


Figura 5.1: Dimensões nominais do provete de Iosipescu.

Os elementos isoparamétricos quadriláteros de 8 nós e 16 graus de liberdade PLANE82 e CPS8 foram escolhidos para a construção dos modelos de elementos finitos no ANSYS [126] e ABAQUS [125], respectivamente. O estudo de convergência numérica foi realizado analisando a evolução do factor de correcção  $C$  (cujo cálculo será apresentado na Secção 5.5.1) com o refinamento da malha (Figura 5.2). Este estudo foi executado no código ANSYS utilizando as condições de fronteira de base, a seguir apresentadas. De acordo com a Figura 5.2, a malha contendo 5577 nós e 1800 elementos foi escolhida para o modelo de elementos finitos do provete de Iosipescu (Figura 5.3), por não se verificar uma variação significativa no valor de  $C$  com o aumento do refinamento do modelo. Para este modelo, o erro de discretização SEPC [126] é, na região central de interesse, de apenas 1,7%. Na construção do modelo foi criada uma zona de transição com o fim de se obter um maior refinamento na zona central de interesse (Figura 5.3). Existem na literatura outras malhas do modelo numérico do ensaio, contudo, após convergência, estas deverão ser equivalentes.

Diferentes condições de fronteira têm sido propostas para modelar as condições reais do ensaio de Iosipescu (Secção 3.3). De entre estas foram escolhidas seleccionadas as condições de fronteira a seguir discredinadas:

- (1) *Condições de fronteira de base*: baseadas na prescrição de deslocamentos verticais uniformes ( $u_y$ ) ao longo dos nós pertencentes às faces de carregamento inicialmente em

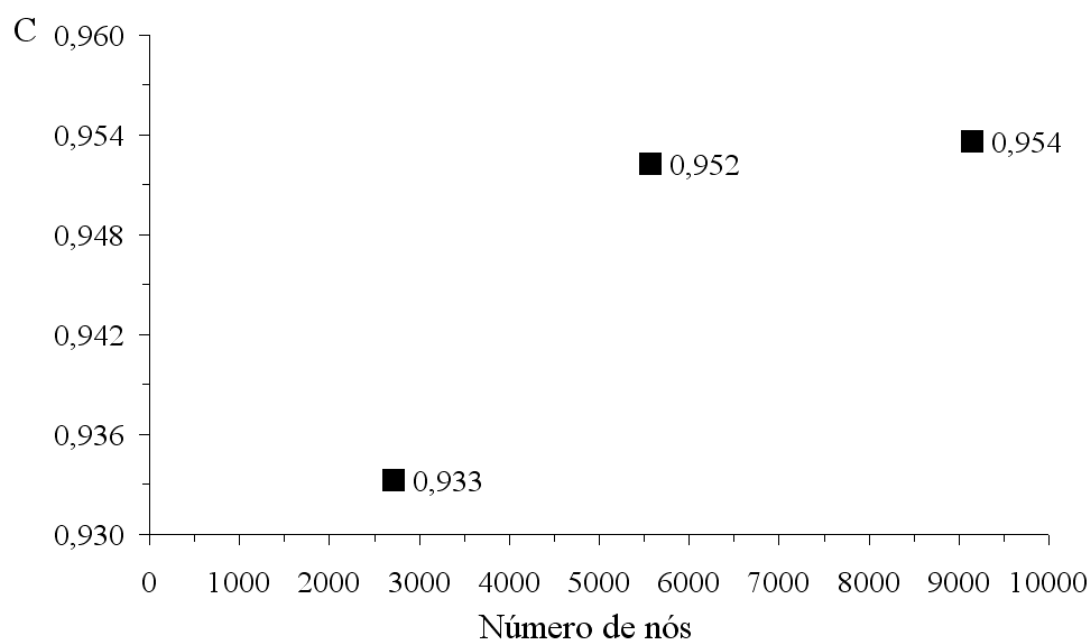


Figura 5.2: Estudo da convergência da malha do modelo de elementos finitos do provete de Iosipescu.

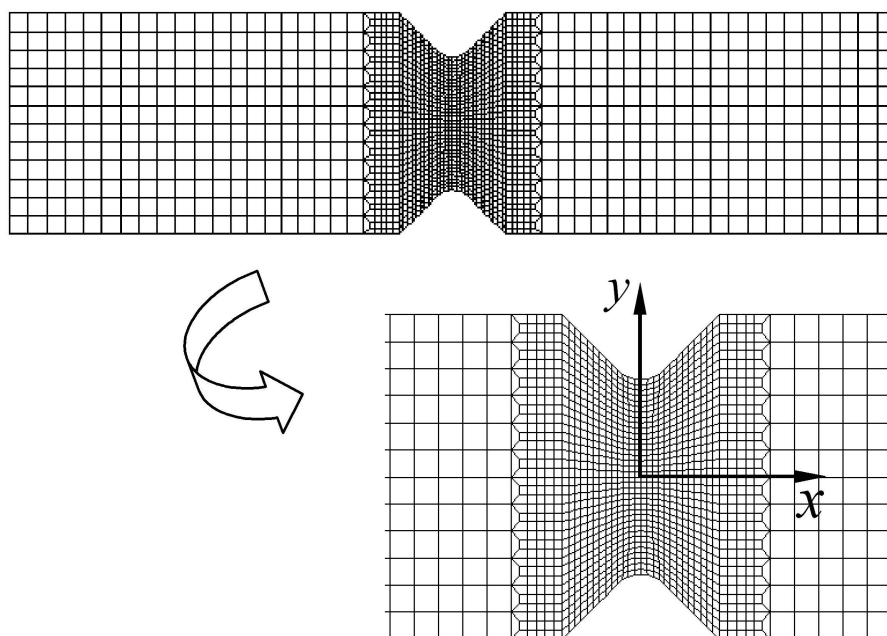


Figura 5.3: Malha do provete de Iosipescu obtida após convergência numérica.

contacto com as cunhas da amarra (Figura 5.4). A longo destes nós, os graus de liberdade horizontais ( $u_x$ ) foram deixados livres. Para impedir o movimento horizontal de corpo rígido foi ainda constrangido o grau de liberdade horizontal do nó extremo da face superior esquerda (Figura 5.4).

- (2) *Condições de fronteira iterativas*: o procedimento iterativo para a prescrição dos deslocamentos verticais uniformes, proposto por Ho *et al.* [45], foi usado para a definição das segundas condições de fronteira. A título de exemplo, uma vez que estas condições de fronteira, definidas após convergência, são função da razão de ortotropia de cada material, e, portanto do plano de simetria considerado, mostra-se na Figura 5.5 as condições de fronteira iteradas para o modelo do provete de Iosipescu orientado no plano  $LR$ .
- (3) *Condições de fronteira de contacto*: nestas condições de fronteira foi considerado o contacto entre o provete e a amarra (Figura 5.6). A amarra foi modelada como uma superfície rígida, admitindo-se a existência de atrito entre a amarra e o provete. O coeficiente de atrito ( $\mu$ ) entre as duas partes não é conhecido *à priori*, tendo sido o seu valor determinado por convergência no processo iterativo de comparação da resposta numérica com a resposta introduzida no modelo (Figura 3.32), de acordo com o procedimento proposto por Ho *et al.* [53].

Os modelos de elementos finitos com condições de fronteira de base e iterativas foram corridos no ANSYS, enquanto que o modelo com condições de fronteira de contacto foi processado no ABAQUS.

### 5.3 Comparação e validação das condições de fronteira

Para a análise linear elástica por elementos finitos do ensaio de Iosipescu é necessário introduzir, para cada plano de simetria, uma estimativa inicial do valor do módulo de corte. Neste trabalho os valores dos módulos de corte da espécie de *Pinus Taeda L.* [124] foram admitidos como as verdadeiras propriedades para a espécie em estudo (Tabela 4.1). A validade desta hipótese será discutida mais à frente. O comportamento elástico ao corte usado como referência para validar as condições de fronteiras (Figuras 5.4, 5.5 e 5.6) é caracterizado pelo módulo de corte no plano

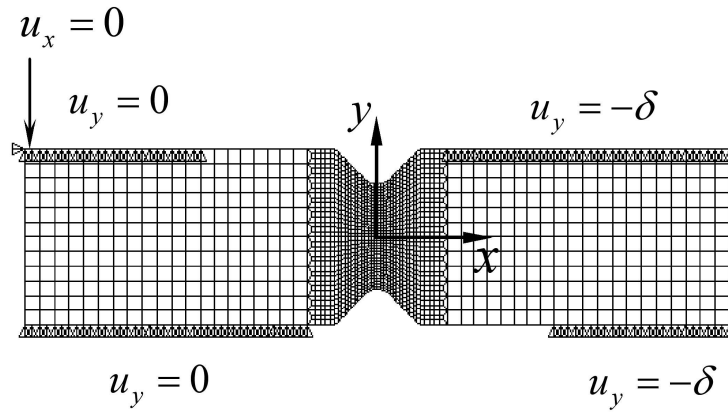


Figura 5.4: Condições de fronteira de base.

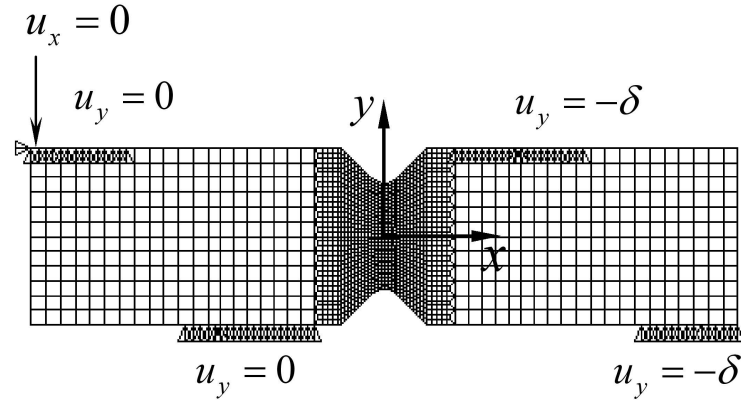


Figura 5.5: Condições de fronteira iterativas do provete *LR*.

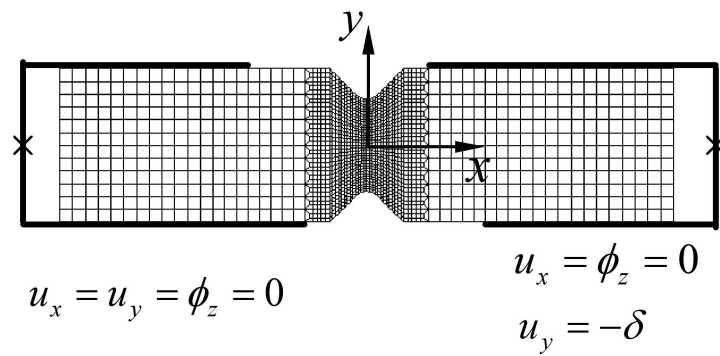


Figura 5.6: Condições de fronteira de contacto.



$LR$ ,  $G_{LR} = 1.109$  GPa (Tabela 4.1). Esta propriedade de referência foi também considerada para calibrar o coeficiente de atrito existente entre o provete  $LR$  e amarra, tendo-se identificado um valor de  $\mu = 0,2$ .

A resposta de referência está representada na Figura 5.7.a, em conjunto com a resposta numérica obtida para cada uma das condições de fronteira utilizadas. As respostas numéricas foram determinadas de acordo com o procedimento experimental, *i.e.*, a tensão de corte foi calculada por

$$\sigma_6^a = \frac{\sum_{i=1}^m F_Y^i}{A}, \quad (5.1)$$

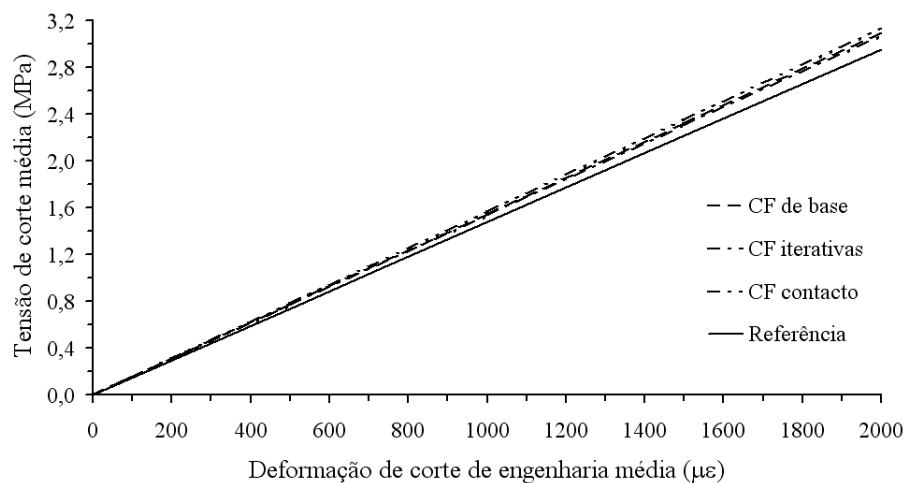
em que  $m$  representa o número de nós com deslocamentos prescritos ao longo das faces do provete que são solicitadas pela amarra móvel e  $F_Y^i$  é o valor da força de reacção vertical nó  $i$  (pelo que  $\sum_{i=1}^m F_Y^i$  representa a força global aplicada ao provete); a deformação de corte de engenharia foi calculada de acordo com a equação

$$\epsilon_6^a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\epsilon_{+45^\circ}^i - \epsilon_{-45^\circ}^i), \quad (5.2)$$

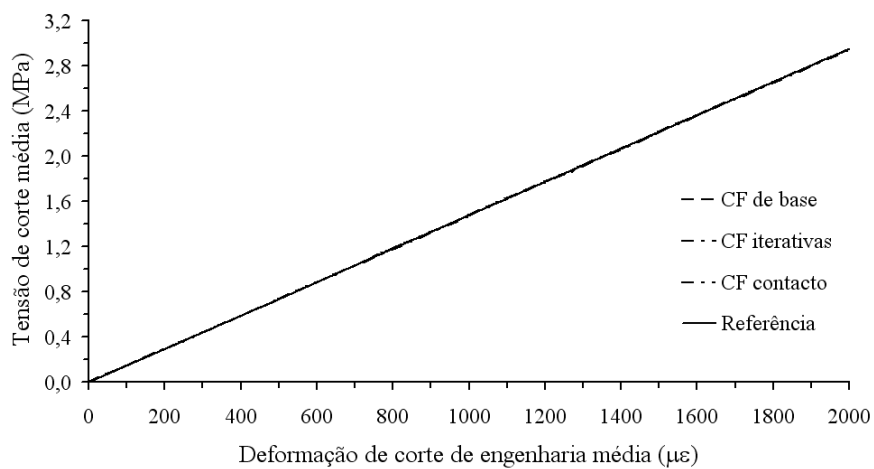
onde  $n$  representa o número total de nós circunscritos pela grelha da roseta e  $\epsilon_{\pm 45^\circ}^i$  são as deformações lineares a  $+45^\circ$  e  $-45^\circ$ , calculadas atendendo à equação de transformação das componentes do estado de deformação nesses nós.

Como se pode concluir pela Figura 5.7.a, as respostas numéricas, associadas às diferentes condições de fronteira, são praticamente equivalentes. Desta forma, dada a sua simplicidade de implementação, as condições de fronteira de base (Figura 5.4) foram escolhidas para o pós-processamento das análises por elementos finitos do ensaio de Iosipescu.

Da Figura 5.7.a é ainda possível observar que existe uma diferença entre a resposta de referência e qualquer uma das respostas numéricas. Esta diferença reside no processo de tratamento dos dados experimentais, o qual conduz a um módulo de corte aparente, dado existirem heterogeneidades quer na distribuição da tensão de corte ao longo da linha entre entalhes, quer no campo das deformações de corte sobre a área abrangida pela grelha da roseta, como mais à frente se mostrará. No entanto, se as respostas numéricas forem corrigidas pelos factores  $C$  e  $S$  é possível obter a resposta de referência introduzida no modelo (Figura 5.7.b). Desta forma



(a)



(b)

Figura 5.7: Resposta linear do provete de Iosipescu, em função das condições de fronteira: (a) numéricas e de referência; (b) numéricas corrigidas (pelos factor global  $CS$ ) e de referência.

fica justificada a necessidade de factores de correcção, a aplicar às grandezas experimentais, para a correcta identificação do módulo de corte usando o ensaio de Iosipescu.

## 5.4 Campos de tensão e de deformação

### 5.4.1 Provete $LR$

Os campos das componentes de tensão de corte ( $\sigma_{LR}$ ) e de tensão normal transversa ( $\sigma_{RR}$ ), normalizados pelo módulo da tensão de corte nominal ( $|P/A|$ ), obtidos para o provete  $LR$ , estão representados na Figura 5.8. A componente de tensão normal horizontal ( $\sigma_{LL}$ ) não é representada, uma vez que os seus valores são desprezáveis em comparação com os valores das outras duas componentes da tensão. Como se pode observar na Figura 5.8.a, existe uma distribuição de  $\sigma_{LR}$  relativamente uniforme no centro do provete, região na qual  $\sigma_{LR}$  tem sinal negativo e é em valor inferior à tensão nominal  $P/A$ . O valor de  $\sigma_{LR}$  aumenta na vizinhança dos entalhes em V, sendo da mesma ordem de grandeza que  $P/A$  ou até mesmo superior nas zonas de transição entre a raiz e o flanco dos entalhes. Por seu lado, a componente  $\sigma_{RR}$  distribui-se de forma anti-simétrica com valores de compressão na região adjacente às condições de fronteira próximas do centro do provete (Figura 5.8.b). O valor máximo de  $\sigma_{RR}$  em compressão ocorre na vizinhança do ponto de transição raiz/flanco dos entalhes superior direito e inferior esquerdo, enquanto que o seu valor máximo de tracção ocorre na vizinhança dos pontos anti-simétricos a estes. Estes valores são da mesma ordem de grandeza que a tensão de corte nominal  $P/A$ . Experimentalmente, é precisamente na vizinhança do ponto de transição raiz/flanco nos entalhes, aonde coexistem quer a componente negativa  $\sigma_{RL}$  quer a componente de tracção  $\sigma_{RR}$  (parte esquerda e direita, respectivamente, dos entalhes superior e inferior), que ocorrem as primeiras fendas dos provetes com fibras orientadas ao longo do seu eixo longitudinal (Figura 7.7). Da análise por elementos finitos conclui-se que estas fendas ocorrem em modo misto, pela combinação das componentes  $\sigma_{RR}$  e  $\sigma_{RL}$ , pelo que o valor de  $\sigma_{RL}$  identificado experimentalmente no momento da primeira fenda junto ao entalhe, não deverá ser considerado como o verdadeira valor da tensão de rotura ao corte do material.

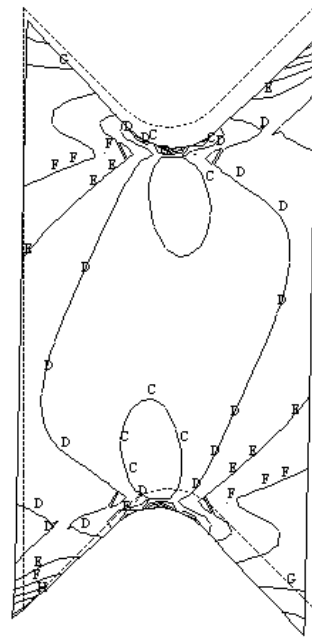
No ensaio de Iosipescu tem interesse particular analisar a distribuição das tensões ao longo da linha vertical entre entalhes. Na Figura 5.9, mostra-se para o provete  $LR$ , os perfis das

componentes  $\sigma_{LR}$  e  $\sigma_{RR}$ , normalizadas por  $P/A$ , ao longo dessa linha. A distribuição de  $\sigma_{LR}$  normalizada, apresenta alguma uniformidade na parte central do provete, tendo, no seu ponto central ( $y = 0$ ), um valor inferior em cerca de 3% em relação a  $P/A$ . O valor máximo de  $\sigma_{LR}$  ocorre a cerca de 1 mm da raiz dos entalhes, devido a concentração de tensões, sendo nesse ponto superior em 12% a  $P/A$ . A componente normalizada  $\sigma_{RR}$  tem uma distribuição aproximadamente parabólica, valendo no ponto central do provete cerca de 21% de  $P/A$  (Figura 5.9).

A fim de ilustrar a pureza e a homogeneidade do campo das deformações no provete  $LR$ , apresentam-se na Figura 5.10, sobre a área que circunscribe a roseta extensométrica (CEA-06-062WT-350, Secção 6.1), respectivamente, as distribuições das componentes de deformação de corte ( $\epsilon_{LR}$ ) e deformação linear transversa ( $\epsilon_{RR}$ ), normalizadas pelo módulo da componente de deformação de corte no ponto central do provete ( $|\epsilon_{LR}^O|$ ). Como se pode observar na área abrangida pela roseta, existe uma distribuição de  $\epsilon_{LR}$  bastante uniforme e uma componente  $\epsilon_{RR}$  não completamente desprezável, que atinge no centro do provete cerca de 12% de  $|\epsilon_{LR}^O|$ .

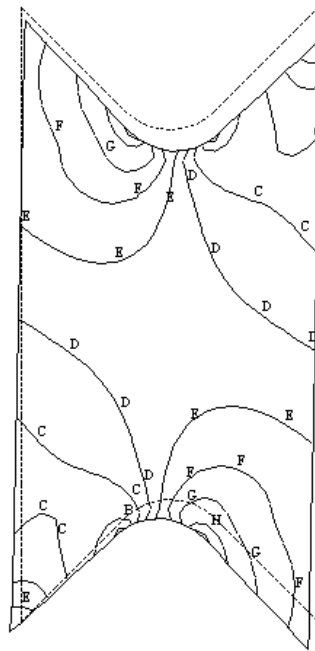
#### 5.4.2 Provete $LT$

Na Figura 5.11, podem analisar-se os campos das componentes de tensão de corte ( $\sigma_{LT}$ ) e de tensão normal transversa ( $\sigma_{TT}$ ), normalizados por  $|P/A|$ , obtidos para o provete  $LT$ . Como se pode concluir através da Figura 5.11.a, existe alguma heterogeneidade da distribuição de  $\sigma_{LT}$  ao longo da região central do provete  $LT$  (maior do que aquela obtida no provete  $LR$ , Figura 5.8.a), sendo nesta região de valor negativo e em módulo inferior a  $P/A$ . Os valores absolutos máximos de  $\sigma_{LT}$ , à semelhança do que acontece com o provete  $LR$ , ocorre na vizinhança dos entalhes em V, particularmente nos pontos de intersecção raiz/flanco. A maior heterogeneidade obtida para  $\sigma_{LT}$  deve-se à maior razão de ortotropia do provete  $LT$  ( $E_L/E_T = 15$ , em comparação com  $E_L/E_R = 8$  para o provete  $LR$ ). A distribuição da componente  $\sigma_{TT}$  na resposta do provete  $LT$  (Figura 5.11.b) segue a mesma forma do que aquela obtida para o provete  $LR$  (Figura 5.8.b), observando-se duas regiões distintas, uma de compressão e outra de tracção, com valores máximos nos pontos de intersecção raiz/flanco dos entalhes (Figura 5.11.b). Mais uma vez, estes valores de  $\sigma_{TT}$  são da mesma ordem de grandeza que  $P/A$ . Na região de interesse, existe uma componente  $\sigma_{TT}$  de compressão não desprezável (Figura 5.11.b) e mais significativa do que a



ANSYS 7.0  
A = -1.338  
B = -1.167  
C = -.995612  
D = -.824375  
E = -.653138  
F = -.4819  
G = -.310663  
H = -.139425  
I = .031812

(a)



ANSYS 7.0  
A = -.990916  
B = -.767657  
C = -.544399  
D = -.32114  
E = -.097881  
F = .125378  
G = .348637  
H = .571896  
I = .795155

(b)

Figura 5.8: Componentes normalizadas do campo das tensões sobre a região central do provete  $LR$ :  
(a)  $\sigma_{LR}/|P/A|$ ; (b)  $\sigma_{RR}/|P/A|$ .

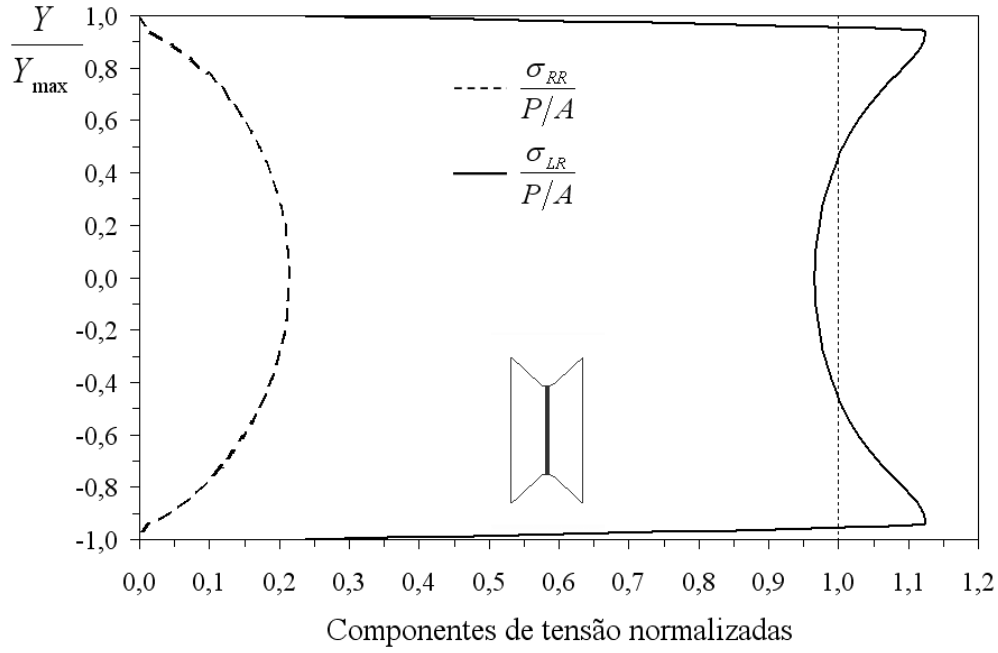
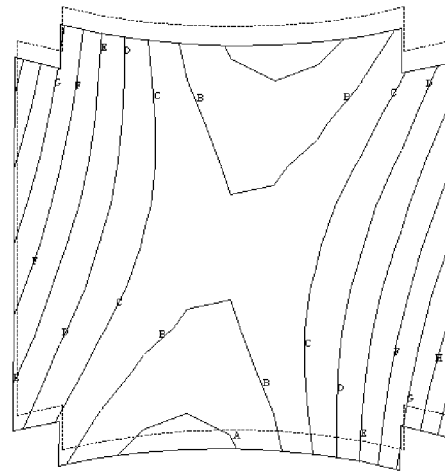


Figura 5.9: Perfil da distribuição das componentes normalizadas de tensão de corte e tensão normal transversa, ao longo da linha vertical entre entalhes do provete  $LR$ .

existente no provete  $LR$  (Figura 5.8.b). Este resultado é originado pela menor resistência do provete segundo a direcção da carga aplicada (direcção tangencial), o que dá origem a uma maior influência das condições de fronteira na resposta central do provete. Experimentalmente, também o provete  $LT$  rompe prematuramente na vizinhança do ponto de transição raiz/flanco dos entalhes, onde existe uma combinação de  $\sigma_{RL}$  e  $\sigma_{RR}$  de tracção (Figura 7.16).

As distribuições das componentes de tensão de corte ( $\sigma_{LT}$ ) e tensão normal transversa ( $\sigma_{TT}$ ), normalizadas por  $P/A$ , ao longo da linha vertical entre entalhes do provete  $LT$ , estão representadas na Figura 5.12. O perfil da tensão de corte normalizada é significativamente não uniforme ao longo de toda a linha entre entalhes, tomando no centro do provete e na vizinhança dos entalhes em V um valor, respectivamente, inferior e superior em cerca de 8% e 30%, em relação a  $P/A$ . A componente normalizada  $\sigma_{TT}$  tem, ao longo da linha vertical, a forma aproximadamente de uma parábola, alcançando no centro do provete cerca de 27% de  $P/A$  (Figura 5.12).

Os campos das componentes das deformações de corte ( $\epsilon_{LT}$ ) e linear transversa ( $\epsilon_{TT}$ ), normalizadas por  $|\epsilon_{LT}^O|$ , na área circunscrita pela roseta no provete  $LT$ , estão representados na Figura 5.13. Destes resultados pode-se concluir que, sobre a área abrangida pela roseta, existe

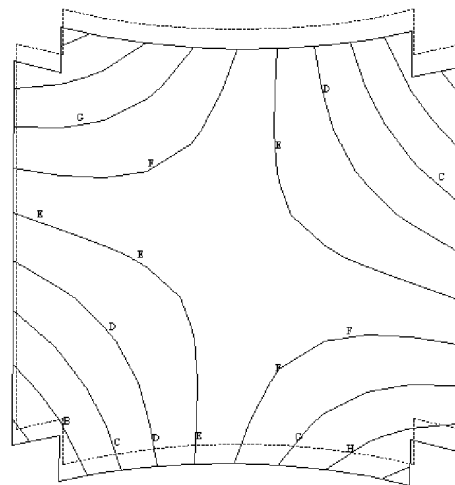


```

ANSYS 7.0
A  =-1.01
B  =-1.001
C  =-.991469
D  =-.982051
E  =-.972634
F  =-.963216
G  =-.953798
H  =-.94438
I  =-.934962

```

(a)



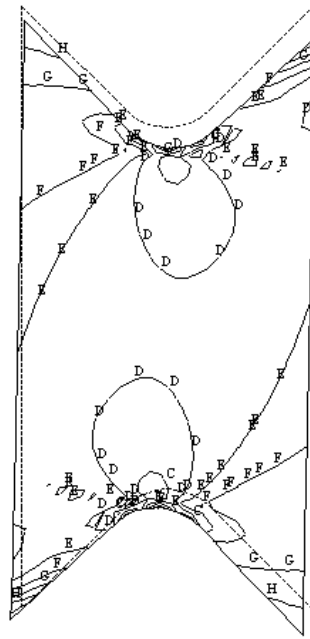
```

ANSYS 7.0
A  =-.17696
B  =-.165867
C  =-.154773
D  =-.14368
E  =-.132586
F  =-.121493
G  =-.1104
H  =-.099306
I  =-.088213

```

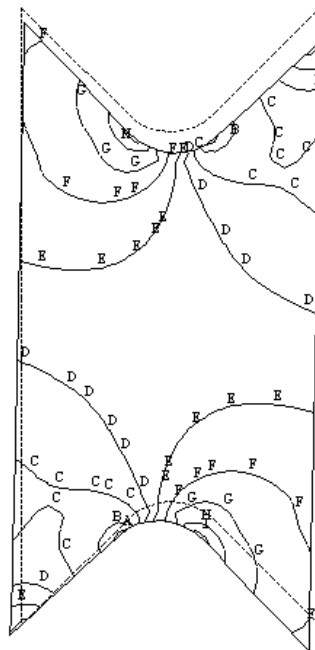
(b)

Figura 5.10: Componentes normalizadas do campo das deformações sobre a área abrangida pela roseta extensométrica do provete *LR*: (a)  $\epsilon_{LR}/|\epsilon_{LR}^O|$ ; (b)  $\epsilon_{RR}/|\epsilon_{LR}^O|$ .



ANSYS 7.0  
A =-1.532  
B =-1.336  
C =-1.139  
D =-.942201  
E =-.745538  
F =-.548876  
G =-.352214  
H =-.155552  
I =.04111

(a)



ANSYS 7.0  
A =-1.047  
B =-.82777  
C =-.608429  
D =-.389088  
E =-.169747  
F =.049594  
G =.268935  
H =.488276  
I =.707618

(b)

Figura 5.11: Componentes normalizadas do campo das tensões sobre a região central do provete *LT*:  
(a)  $\sigma_{LR}/|P/A|$ ; (b)  $\sigma_{TT}/|P/A|$ .



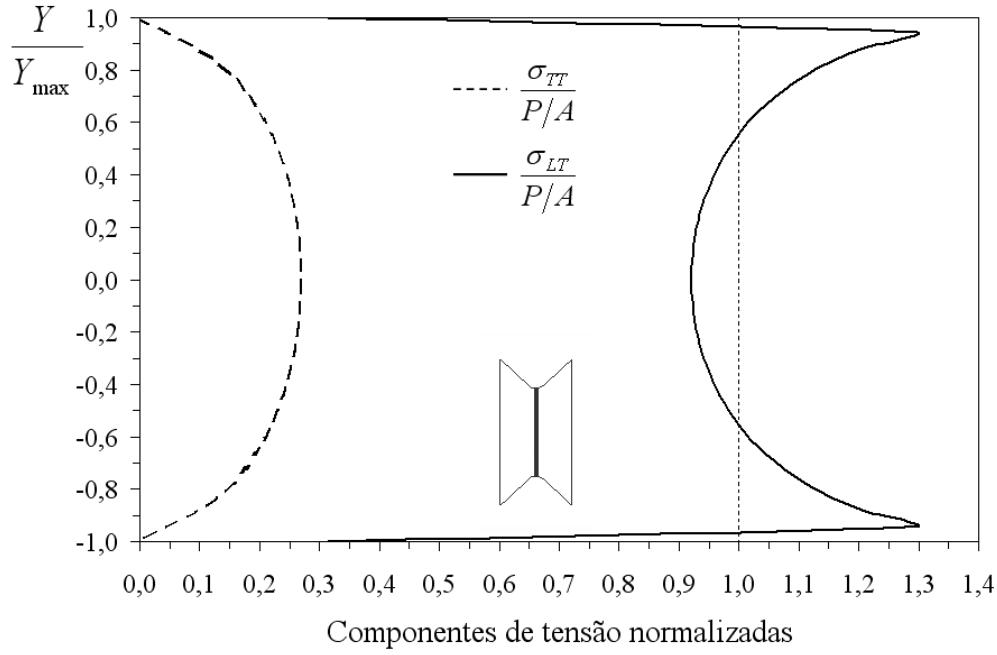
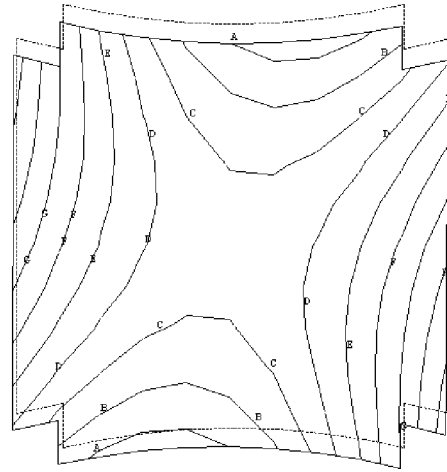


Figura 5.12: Perfil da distribuição das componentes normalizadas de tensão de corte e tensão normal transversa, ao longo da linha vertical entre entalhes do provete  $LT$ .

uma distribuição de  $\epsilon_{LT}$  bastante uniforme e uma componente  $\epsilon_{TT}$  não desprezável, representando no centro do provete cerca de 32% de  $|\epsilon_{LR}^O|$ .

### 5.4.3 Provete $RT$

Na Figura 5.14, ilustram-se os campos das componentes de tensão de corte ( $\sigma_{RT}$ ) e de tensão normal transversa ( $\sigma_{TT}$ ), normalizados por  $|P/A|$ , obtidos para o provete  $RT$ . Como se pode concluir através da Figuras 5.14.a, a distribuição de  $\sigma_{RT}$  é razoavelmente homogênea num vasta zona central do provete, obtendo-se, à semelhança dos provetes anteriores, valores máximos em módulo na vizinhança dos pontos de intersecção raiz/flanco dos entalhes, e da mesma ordem de grandeza de  $P/A$ . A componente de tensão  $\sigma_{TT}$  é praticamente inexistente na parte central do provete, mas com valores máximos significativos, praticamente iguais a  $P/A$ , de compressão ou tracção, nas regiões de transição raiz/flanco dos entalhes (Figura 5.14.b). Experimentalmente, nestes pontos de transição onde existem simultaneamente  $\sigma_{RT}$  e  $\sigma_{TT}$  de tracção, pode ocorrer uma rotura prematura do provete, devido a concentração de tensões e à presença de um estado complexo de tensões (Figura 7.25.a).

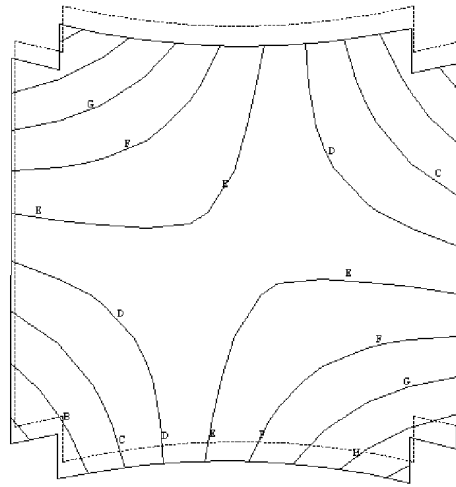


```

ANSYS 7.0
A  =-1.019
B  =-1.011
C  =-1.003
D  =-.994481
E  =-.98641
F  =-.978339
G  =-.970268
H  =-.962198
I  =-.954127

```

(a)



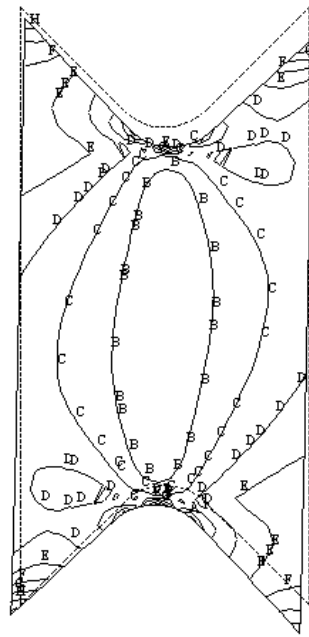
```

ANSYS 7.0
A  =-.380004
B  =-.363882
C  =-.34776
D  =-.331638
E  =-.315516
F  =-.299394
G  =-.283271
H  =-.267149
I  =-.251027

```

(b)

Figura 5.13: Componentes normalizadas do campo das deformações sobre a área abrangida pela roseta extensométrica do provete *LT*: (a)  $\epsilon_{LT}/|\epsilon_{LT}^O|$ ; (b)  $\epsilon_{TT}/|\epsilon_{LT}^O|$ .

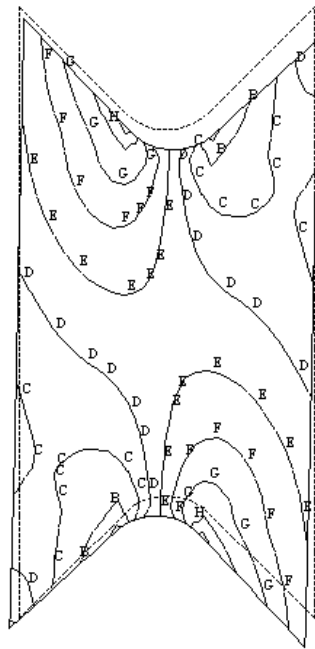


```

ANSYS 7.0
A  =-1.108
B  =-.970441
C  =-.83299
D  =-.695538
E  =-.558086
F  =-.420634
G  =-.283182
H  =-.14573
I  =-.008279

```

(a)



```

ANSYS 7.0
A  =-.907605
B  =-.680739
C  =-.453873
D  =-.227007
E  =-.140E-03
F  =.226726
G  =.453592
H  =.680458
I  =.907324

```

(b)

Figura 5.14: Componentes normalizadas do campo das tensões sobre a região central do provete *RT*:  
(a)  $\sigma_{RT}/|P/A|$ ; (b)  $\sigma_{TT}/|P/A|$ .

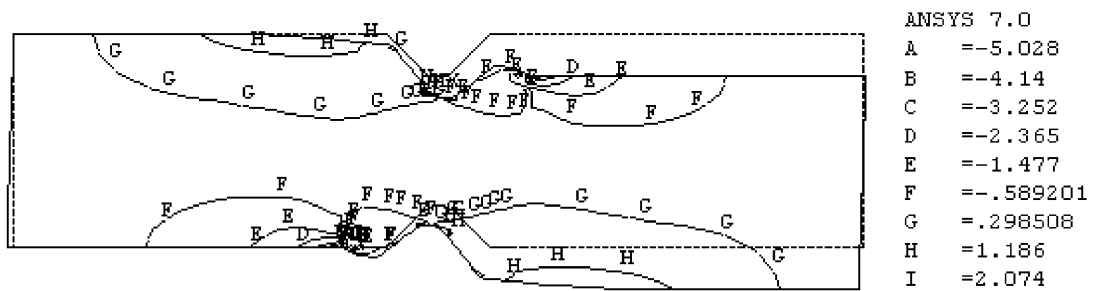


Figura 5.15: Campo da tensão normal longitudinal ( $\sigma_{RR}$ ), normalizada pela tensão de corte nominal ( $P/A$ ) ao longo de todo o provete  $RT$ .

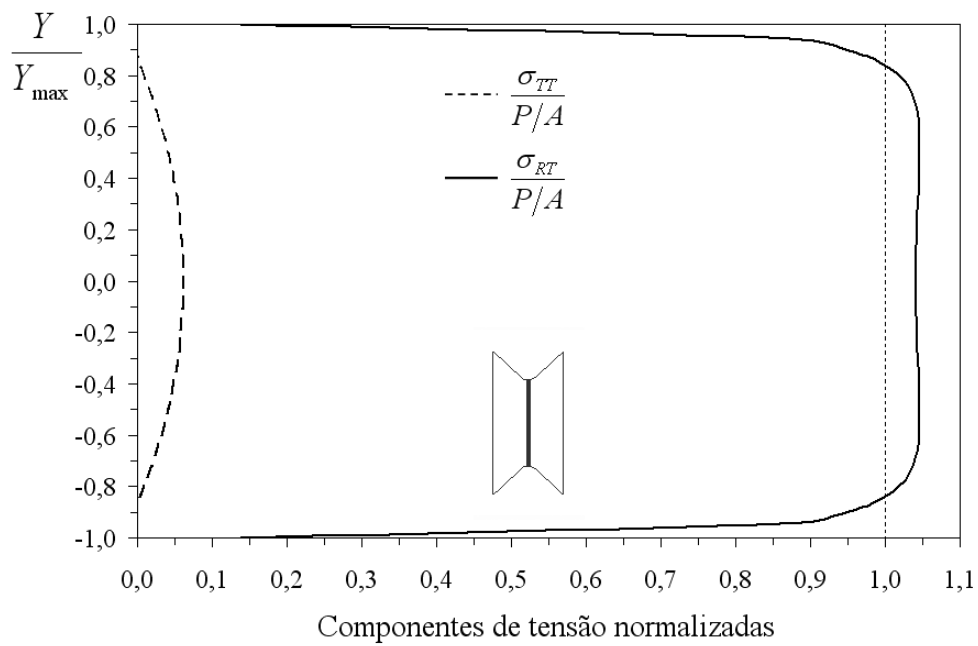
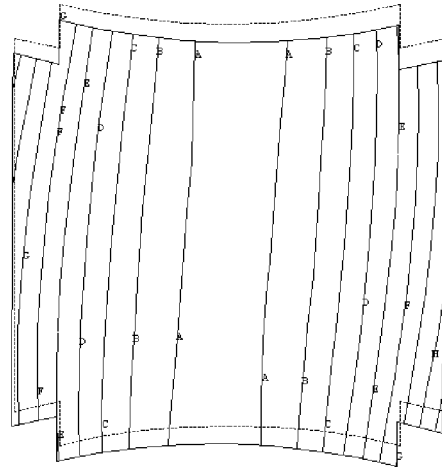


Figura 5.16: Perfil da distribuição das componentes normalizadas de tensão de corte e tensão normal transversa, ao longo da linha vertical entre entalhes do provete  $RT$ .

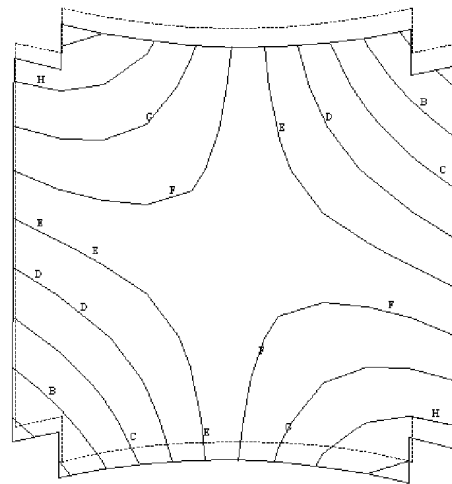


```

ANSYS 7.0
A  =-.996054
B  =-.984481
C  =-.972908
D  =-.961334
E  =-.949761
F  =-.938188
G  =-.926615
H  =-.915041
I  =-.903468

```

(a)



```

ANSYS 7.0
A  =-.033269
B  =-.028155
C  =-.023041
D  =-.017927
E  =-.012813
F  =-.007699
G  =-.002586
H  =.002528
I  =.007642

```

(b)

Figura 5.17: Componentes normalizadas do campo das deformações sobre a área abrangida pela roseta extensométrica do provete  $RT$ : (a)  $\epsilon_{RT}/|\epsilon_{RT}^O|$ ; (b)  $\epsilon_{TT}/|\epsilon_{RT}^O|$ .

Experimentalmente (Secção 7.3) a rotura de alguns provetes  $RT$  ocorreu numa região fora da parte central útil do provete (Figura 7.25.b). A fim de investigar numericamente este facto, mostra-se na Figura 5.15 o campo da tensão normal longitudinal  $\sigma_{RR}$  ao longo de todo o provete  $RT$ , normalizada por  $P/A$ . Observa-se na região da rotura experimental destes provetes, ou seja, na vizinhança da superfície livre oposta às condições de fronteira próximas do centro do provete, uma componente  $\sigma_{RR}$  de tracção da mesma ordem de grandeza de  $P/A$ . Na medida em que a madeira tem uma baixa resistência à tracção nas direcções perpendiculares ao grão (neste caso a direcção radial), o provete  $RT$  rompe de modo inadequado nesta região devido às elevadas tensões longitudinais de tracção existentes nesta zona. Efectivamente, este mesmo comportamento não é obtido nos provetes  $LR$  e  $LT$ , dada a elevada resistência da madeira ao longo das fibras (direcção  $L$ ).

Na Figura 5.16 mostra-se a distribuição da tensão de corte ao longo da linha entre entalhes, obtido para os provetes  $RT$ . A distribuição da tensão de corte normalizada é bastante uniforme ao longo de toda a linha vertical, embora superior a  $P/A$  em cerca de 4% (Figuras 5.16). Existe ainda uma componente normalizada  $\sigma_{TT}$  menos importante, com uma distribuição aproximadamente parabólica e com valor máximo no centro do provete, de cerca de 6% de  $P/A$ .

Ainda para o provete  $RT$ , mostra-se na Figura 5.17, os campos de deformação de corte ( $\epsilon_{RT}$ ) e deformação linear transversa ( $\epsilon_{TT}$ ), normalizados por  $|\epsilon_{RT}^O|$ , na região circunscrita pela roseta extensométrica. Para esta orientação, ao longo dessa região, o campo das deformações é razoavelmente homogéneo e de corte puro. Este resultado justifica-se pelo baixo valor da razão de ortotropia neste plano ( $E_R/E_T = 1.9$ ).

## 5.5 Factores de correcção $C$ e $S$

### 5.5.1 Cálculo dos factores de correcção $C$ e $S$

Uma vez que a homogeneidade dos campos das tensões e das deformações obtidas no ensaio de Iosipescu são função da razão de ortotropia do provete, o valor do módulo de corte determinado experimentalmente neste ensaio, atendendo à Equação 3.8, representará um valor aparente, sobrestimado ou subestimado em relação ao seu verdadeiro valor. É possível corrigir o valor

do módulo de corte aparente através de factores numéricos que levam em consideração a não homogeneidade da distribuição da tensão de corte ao longo da linha entre entalhes (factor  $C$ , Equação 3.10) e o grau de heterogeneidade do campo das deformações na região abrangida pela roseta extensométrica (factor  $S$ , Equação 3.11). Atendendo às Equações (3.10), (3.11), (5.1) e (5.2), estes factores de correcção são numericamente definidos de acordo com as seguintes equações

$$C = \sigma_6^O \frac{A}{\sum_{i=1}^m FY_i}, \quad (5.3)$$

e

$$S = \frac{1}{n\epsilon_6^O} \sum_{i=1}^n (\epsilon_{+45^\circ}^i - \epsilon_{-45^\circ}^i). \quad (5.4)$$

Na Tabela 5.1 apresentam-se os factores de correcção  $C$  e  $S$ , bem como o factor global  $CS$ , determinados para os provetes de Iosipescu de *Pinus Pinaster Ait.* orientados em todos os planos principais de simetria. Os valores do factor de correcção  $S$  são praticamente iguais à unidade em todos os planos de simetria, mostrando haver em todos eles uma distribuição bastante homogénea do campo das deformações de corte na área abrangida pela roseta extensométrica. Dos valores  $CS$  calculados para os provetes  $LR$  e  $LT$  conclui-se que os módulos de corte identificados experimentalmente nos ensaios de Iosipescu ( $G_{LR}^a$  e  $G_{LT}^a$ ) são valores sobrestimados em cerca de 4,8% e 8,6%, respectivamente, em relação aos seus verdadeiros valores (Tabela 5.1). Para o plano  $RT$  praticamente não é necessária qualquer correcção para a correcta identificação de  $G_{RT}$ , uma vez que se identifique neste plano um valor subestimado que difere apenas de 0,6% em relação ao verdadeiro valor (Tabela 5.1). Não deixa de ser interessante evidenciar, todavia, que o erro esperado pela não correcção dos módulos de corte aparentes, em qualquer um dos planos principais de simetria, é inferior ao coeficiente de variação geralmente associado às propriedades elásticas da madeira (10% - 30% [1, 4, 6, 78, 124]).

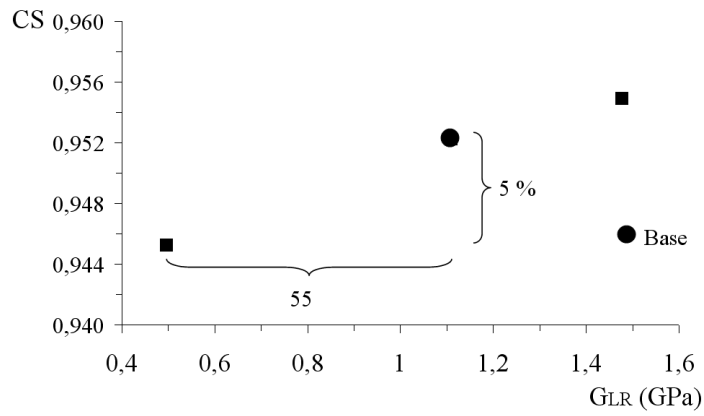
Tabela 5.1: Factores de correcção para os módulos de corte aparente nos três planos principais da madeira de *Pinus Pinaster Ait.*

Planos da madeira	Factores de correcção		
	$C$	$S$	$CS$
$LR$	0,97	0,99	0,95 (4,8%)
$LT$	0,92	0,99	0,91 (8,6%)
$RT$	1,04	0,97	1,01 (0,6%)

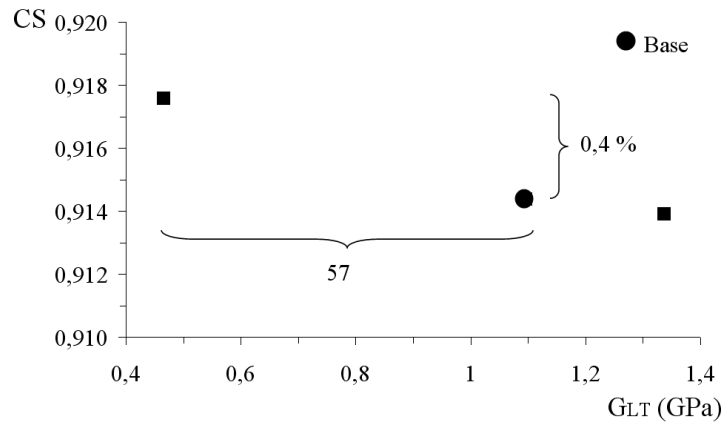
### 5.5.2 Influência da estimativa inicial do módulo de corte no factor $CS$

Para a determinação dos factores de correcção  $CS$  nos planos principais da madeira de *Pinus Pinaster Ait.* (Tabela 5.1), foi necessário introduzir nos modelos de elementos finitos, uma estimativa inicial para cada valor do módulo de corte (Tabela 4.1). Por forma a validar o procedimento proposto [49, 81] para a correcção do módulo de corte aparente, é ainda necessário quantificar a influência dessas estimativas iniciais nos valores  $CS$ . Para proceder a esta análise foram considerados, em cada plano de simetria material, os valores dos módulos de corte publicados na referência [124] para todas as espécies de pinho, bem como os obtidos experimentalmente para a espécie de *Pinus Pinaster Ait.*, usando os ensaios de Iosipescu (Capítulo 7), *off-axis* [102] e Arcan [103]. Desta forma foram identificados domínios que com alguma segurança conterão os verdadeiros valores dos módulos de corte do *Pinus Pinaster Ait.*: [0,496; 1,477], [0,466; 1,337] e [0,051; 0,282] para os planos de simetria  $LR$ ,  $LT$  e  $RT$ , respectivamente. Na Figura 5.18 apresenta-se a variação do factor de correcção global  $CS$  para os intervalos acima referidos para os planos  $LR$ ,  $LT$  e  $RT$ . Como se pode concluir destas figuras, o factor  $CS$  é pouco sensível à estimativa inicial do módulo de corte em todos os planos principais da madeira, ficando desta forma demonstrada a robustez deste procedimento. Este mesmo procedimento encontra-se validado noutros trabalhos sobre a aplicação do ensaio de Iosipescu a materiais compósitos sintéticos [49, 81].

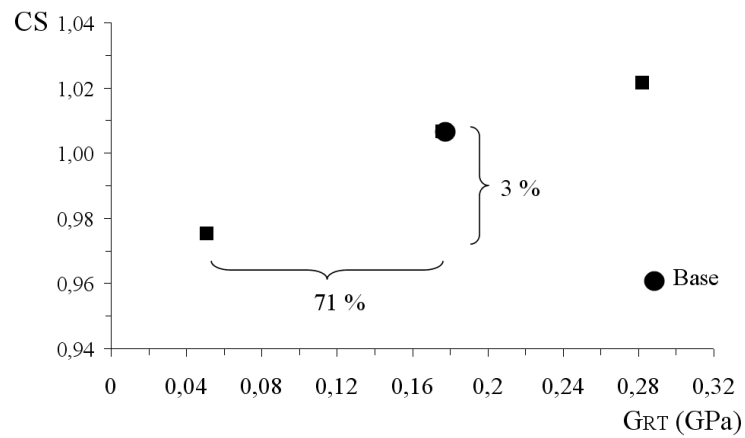




(a)



(b)



(c)

Figura 5.18: Variação do factor de correcção global  $CS$  com a estimativa inicial do módulo de corte no plano de simetria: (a)  $LR$ ; (b)  $LT$ ; (c)  $RT$ .

### 5.5.3 Influência das condições de fronteira no factor $CS$

Pretende-se com este estudo analisar a resposta do provete de Iosipescu, e consequentemente o valor do factor de correcção global  $CS$ , com a distância ( $d$ ), definida entre a linha vertical entre entalhes e o nó prescrito mais próximo do centro do provete (Figura 5.19). Estas variações podem ocorrer experimentalmente devido a pequenos desvios no correcto posicionamento do provete em relação às partes fixa e móvel da amarra, fazendo parte dos erros aleatórios das medições. Este estudo será apresentado apenas para o provete  $LR$ , contudo os resultados qualitativos permanecem válidos para planos de simetria  $LT$  e  $RT$ .

Na Figura 5.20 mostra-se a evolução do perfil das tensões de corte ao longo da linha vertical entre entalhes, normalizadas por  $P/A$ , à medida que a distância  $d$  aumenta de 7 até 14 mm (7, 8, 10, 12 e 14 mm). Como seria de esperar, à medida que  $d$  aumenta, a distribuição da tensão de corte normalizada ao longo da linha entre entalhes, torna-se mais homogénea e mais próxima, no centro no provete, da tensão nominal  $P/A$ . O efeito da distância  $d$  no factor de correcção global  $CS$  está expresso na Figura 5.21. Desta figura pode concluir-se que o valor  $CS$  se aproxima do valor unitário (situação ideal) à medida que  $d$  aumenta. Por outro lado é ainda possível concluir que pequenas variações no posicionamento do provete em relação à amarra, traduzem-se em pequenas variações no valor de  $CS$  (Figura 5.21); por exemplo, variando  $d$  de 8 mm (distância nominal) para 10 mm (erro de posicionamento de 2 mm), obtém-se uma variação do factor  $CS$  de cerca de 2%, ou seja, uma imprecisão que pode ser da mesma ordem de grandeza da que é introduzida pela incerteza na estimativa inicial do valor do módulo de corte a usar na análise por elementos finitos.

Num outro ponto de vista, estes resultados (Figuras 5.20 e 5.21) sugerem que se use experimentalmente um valor para a distância  $d$  superior aquela inicialmente definida (8 mm, Figura 5.1), na medida em que, deste modo, se obtêm campos de tensão (e de deformação) mais homogéneos e de corte puro. Contudo, o aumento desta distância também se traduz numa diminuição da área de contacto de aplicação da força, pelo que, para introduzir o mesmo nível de tensão (ou deformação) no provete será necessário aplicar um valor de força mais elevado. Por esta razão, o excessivo afastamento das condições de fronteira ao centro do provete poderá provocar o esmagamento das faces de contacto do provete e provocar dano no material. Sendo a definição da distância  $d$  uma solução de compromisso, optou-se neste trabalho, con-

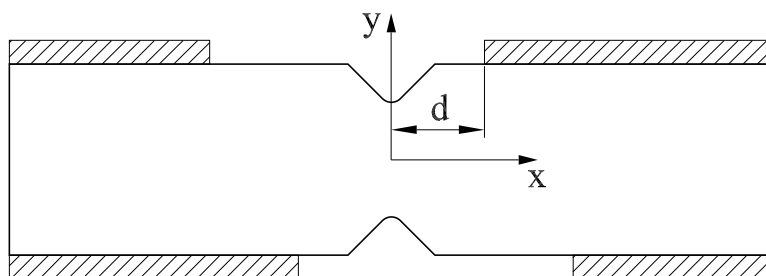


Figura 5.19: Definição da distância das condições de fronteira de base, próximas do centro, à linha vertical entre entalhes.

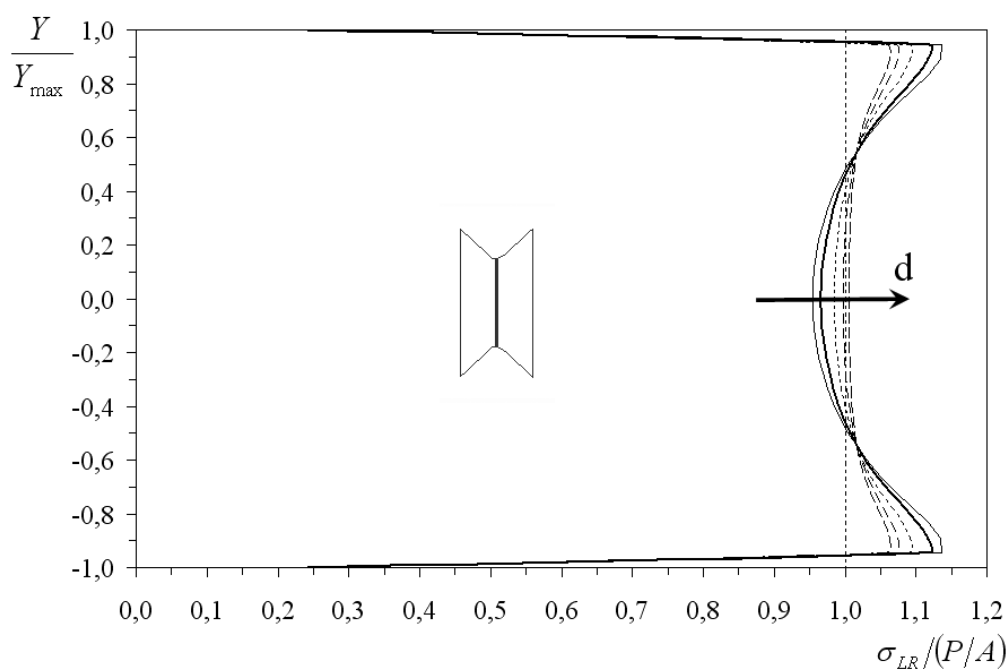


Figura 5.20: Variação do perfil da tensão de corte, normalizada por  $P/A$ , ao longo da linha vertical entre entalhes, com o aumento da distância  $d$ .

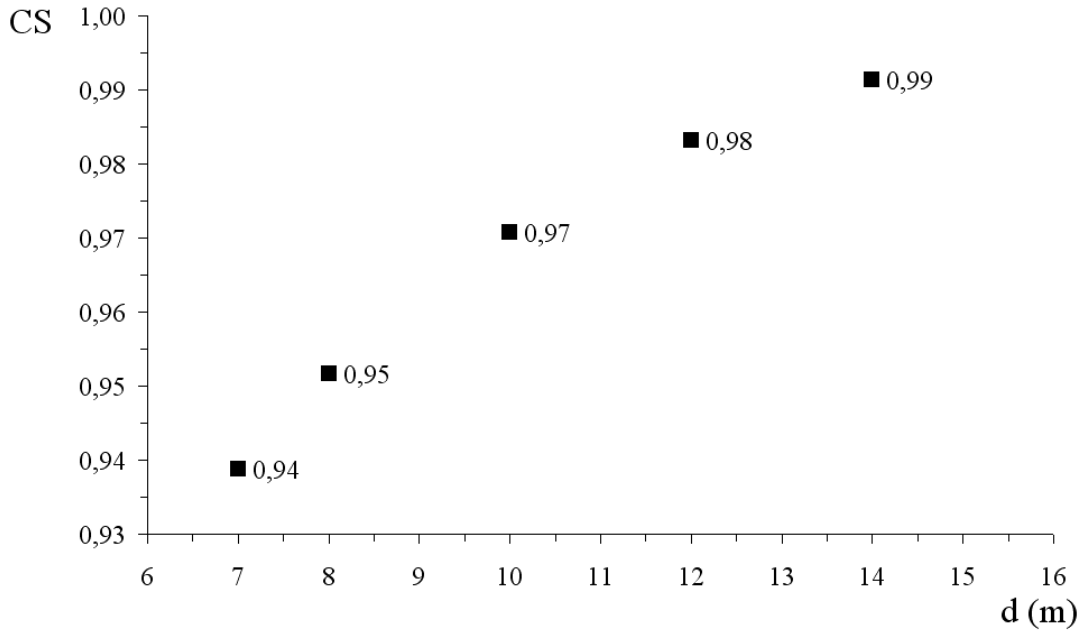


Figura 5.21: Variação do factor de correcção global  $CS$  com a distância das condições de fronteira, próximas do centro, à linha vertical entre entalhes.

siderando a experiência da aplicação do ensaio de Iosipescu aos materiais compósitos sintéticos (por exemplo [28, 74, 81]), por manter a distância  $d = 8$  mm (Figura 5.1).

#### 5.5.4 Influência de imperfeições na simetria material dos provetes no factor $CS$

A evolução do fio da madeira ao longo da árvore bem como a curvatura dos anéis de crescimento, tornam particularmente complexa a manufactura dos provetes de Iosipescu com direcções ortotrópicas (L, R e T) perfeitamente coincidentes com as direcções do próprio provete. Tomando mais uma vez como exemplo o provete  $LR$ , o problema que se coloca neste ponto é o de quantificar o erro cometido nas medições experimentais do módulo de corte na hipótese se existir uma rotação ( $\theta$ ) entre a direcção de simetria longitudinal ( $1 = L$ ) e o eixo longitudinal do provete ( $x$ ), como se representa na Figura 5.22. Nesta análise, embora tivesse sido utilizada a mesma malha e condições de fronteira até aqui usadas (Figura 5.4), o elemento PLANE183 foi seleccionado na medida em que é possível através dele definir directamente a matriz de flexibilidade (ou elasticidade), levando em consideração a rotação do referencial de simetria

material [126]. Os resultados qualitativos obtidos para o provete  $LR$  podem ser extendidos para os provetes  $LT$  e  $RT$ , embora para este último ( $RT$ ) este problema seja minimizado pelo facto de se tratar de uma plano quase isotrópico (Secção 5.4.3).

Da lei de comportamento ortotrópico, no referencial de simetria material ( $\theta = 0$ , Figura 5.22), tem-se, independentemente do estado de tensão (e deformação) existente na zona útil do provete de Iosipescu

$$\frac{\epsilon_6}{\sigma_6} = \frac{\epsilon_{+45^\circ} - \epsilon_{-45^\circ}}{P/A} = S_{66}. \quad (5.5)$$

Por outro lado, se for considerado a rotação do referencial de simetria material em relação ao referencial do provete ( $\theta \neq 0$ , Figura 5.22), e se existir simultaneamente um estado de tensão, na região útil do provete, com tensões de corte ( $\sigma_6$ ) e tensões normais transversais ( $\sigma_2$ ), como é o caso para os provetes  $LR$  e  $LT$  (ilustrado, respectivamente, nas Figuras 5.9 e 5.12), tem-se

$$\frac{\epsilon_6}{\sigma_6} = \frac{\epsilon_{+45^\circ} - \epsilon_{-45^\circ}}{P/A} = \overline{S_{26}} \frac{\sigma_2}{\sigma_6} + \overline{S_{66}}. \quad (5.6)$$

Nestas condições o erro relativo ( $ER$ ) cometido na medição do módulo de corte ( $1/S_{66}$ ) é quantificado por

$$ER = \frac{\overline{S_{26}} \sigma_2 / \sigma_6 + \overline{S_{66}} - S_{66}}{S_{66}} \times 100\%. \quad (5.7)$$

Na Figura 5.23 mostra-se a variação de  $ER$  com o ângulo  $\theta$ , de acordo com a Equação (5.7), na qual os termos  $\sigma_2$  e  $\sigma_6$  (tensões médias ao longo da linha vertical entre entalhes), foram obtidos por simulação numérica, para cada valor de  $\theta$ . O valor de  $ER$  cresce de forma não linear até cerca de  $\theta=10^\circ$ , ângulo para o qual toma um valor de 2,7%. Dentro do intervalo  $\theta=10^\circ$  a  $\theta=35^\circ$ ,  $ER$  varia linearmente com  $\theta$ , atingindo um valor máximo de 27,6% para  $\theta=45^\circ$ . Destes resultados é de esperar que pequenas variações na orientação do referencial de simetria em relação ao referencial do provete não afectem significativamente a medição do módulo de corte.

### 5.5.5 Influência da geometria do entalhe no factor $CS$

Alguns trabalhos de investigação sobre o ensaio de Iosipescu [23, 24, 26, 74] referem o estudo da “melhor” geometria do entalhe em V, para a obtenção de campos de tensão e de deformação o

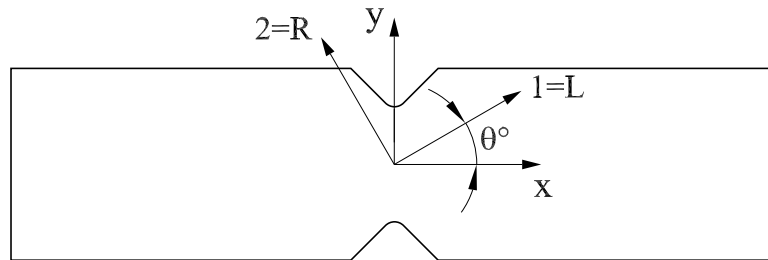


Figura 5.22: Representação da rotação do referencial de simetria material em relação ao referencial do provete.

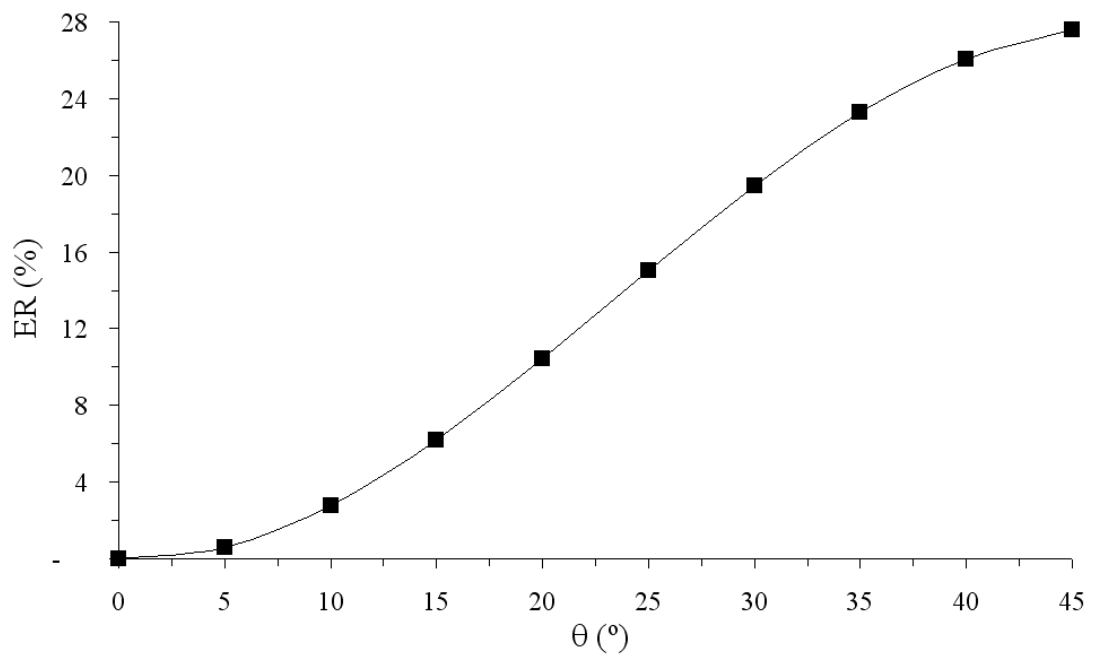


Figura 5.23: Variação do erro na medição do módulo de corte ( $S_{66}$ ) com o ângulo  $\theta$ .

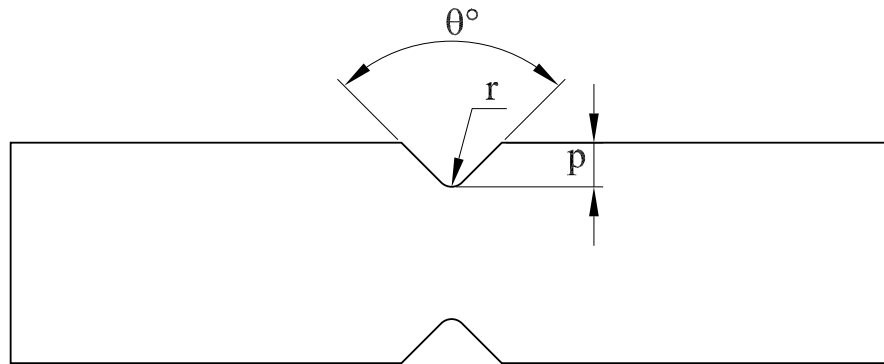


Figura 5.24: Parâmetros geométricos do entalhe em V do provete de Iosipescu ( $\theta$ ,  $r$  e  $p$ ).

mais homogêneos e de corte puro possível, na zona útil do provete. A norma ASTM D5379-93 [74] prevê mesmo alterações nas dimensões da geometria dos entalhes em V (Figura 5.24) em função de cada material específico. Nesse sentido, pretendeu-se estudar a influência dos parâmetros geométricos dos entalhes,  $\theta$ ,  $r$  e  $p$  (Figura 5.24), no factor de correcção global  $CS$ , para os provetes de Iosipescu de *Pinus Pinaster Ait.* orientados em todos os planos de simetria material. Para tal foram considerados os seguintes valores discretos para cada parâmetro geométrica do entalhe (Figura 5.24):  $\theta = 90^\circ$ ,  $100^\circ$  e  $110^\circ$ ,  $p = 0,2l$  e  $0,25l$  (sendo  $l$  a largura total do provete, Figura 3.9) e  $r = 1$  e  $2$  mm.

Os resultados obtidos estão sumariados nas Figuras 5.25, 5.26 e 5.27, onde se mostra, respectivamente, a influência do ângulo do entalhe (para os valores fixos  $p = 0,2l$  e  $r = 2$  mm), da profundidade do entalhe (para  $\theta = 90^\circ$  e  $r = 2$  mm) e da raiz do entalhe (para  $\theta = 90^\circ$  e  $p = 0,2l$ ) no factor global  $CS$ . Analisando esses resultados pode concluir-se que:

- (i) aumentando o ângulo do entalhe, mantendo  $p$  e  $r$  fixos e iguais às dimensões nominais, o valor  $CS$  aumenta proporcionalmente, para todos os planos de simetria;
- (ii) desta forma, o aumento de  $\theta$  tem interesse sobretudo para os provetes  $LR$  e  $LT$ , dado que o factor de correcção global se aproxima, nestes casos, do valor unitário, apesar de, no entanto, a melhoria introduzida não ser propriamente significativa; por exemplo, para o provete  $LT$  aumentando o ângulo do entalhe de  $90^\circ$  para  $110^\circ$ , verifica-se uma passagem

de 8,6% para 7,1%, no desvio relativo do factor  $CS$  em relação à unidade, ou seja, uma variação de apenas 1,8%;

- (iii) com o aumento da profundidade do entalhe, mantendo  $\theta$  e  $r$  constantes, os valores de  $CS$  decrescem proporcionalmente, obtendo-se, em todos os planos de simetria, piores resultados, em termos de homogeneidade dos campos das tensões e deformações;
- (iv) aumentando o raio do entalhe, fixando agora  $\theta$  e  $p$ , os valores de  $CS$  aumentam proporcionalmente e mais rapidamente do que com a variação de  $\theta$ , sendo, esta variação, sobretudo importante para os planos  $LR$  e  $LT$ , dado que o valor  $CS$  se torna mais próximo da unidade.

Utilizando as melhores soluções (aumentando  $\theta$  e  $r$ ), foi ainda analisada a combinação  $\theta = 110^\circ$ ,  $p = 20\%$  e  $r = 3$  mm para os provetes  $LR$  e  $LT$ , tendo-se obtido, neste caso, valores  $CS$ , respectivamente, iguais a 0,99 e 0,95, ou seja, diferentes em relação à unidade de 1% e 5%.

Embora um estudo exaustivo dos efeitos, no factor global de correcção  $CS$ , de todas as possíveis combinações dos parâmetros geométricos do entalhe não tivesse sido apresentado, os resultados obtidos permitiram retirar algumas conclusões genéricas. A extensão deste estudo paramétrico deveria passar pela utilização de uma ferramenta de optimização, que fosse capaz de encontrar, em função das propriedades do material no plano do ensaio, a melhor geometria dos entalhes, pela obtenção de campos de tensão e deformação o mais homogéneos e de corte puro possível. A função objectivo poderia ser, neste caso, a minimização da diferença absoluta entre o valor unitário e o valor  $CS$ .

Optou-se neste trabalho, independentemente dos resultados aqui obtidos, por manter as dimensões padrão dos parâmetros geométricos dos entalhes ( $\theta = 90^\circ$ ,  $p = 0,2l$  e  $r = 2$  mm), levando em consideração através dos factores de correcção  $C$  e  $S$ , respectivamente, a não homogeneidade das tensões e das deformações no provete.



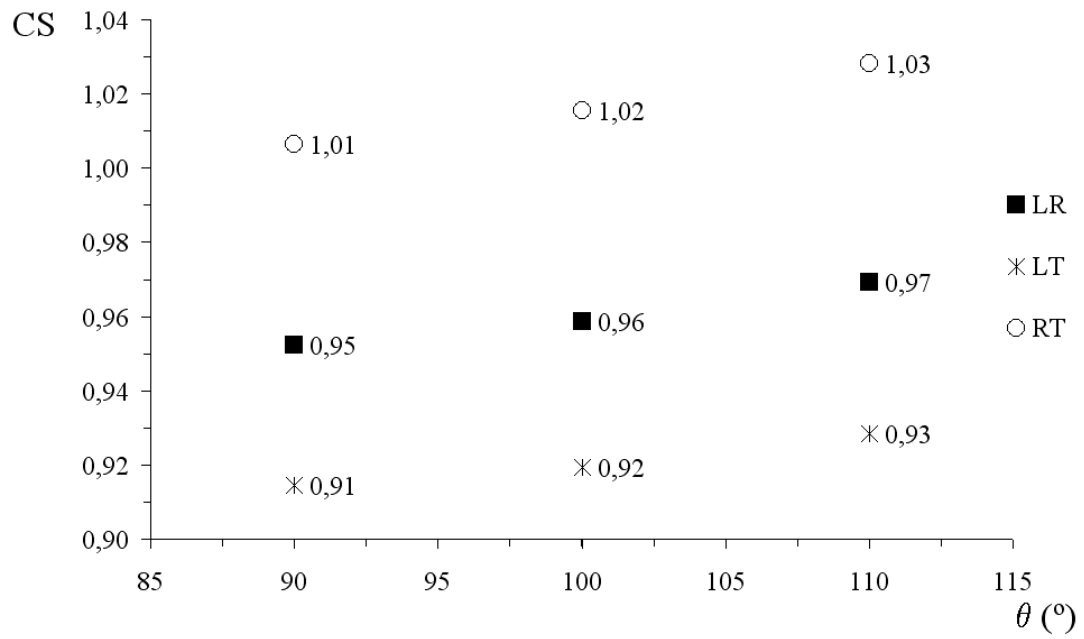


Figura 5.25: Variação do factor  $CS$  com o ângulo do entalhe em V, para  $p=20\%$  e  $r=2$ .

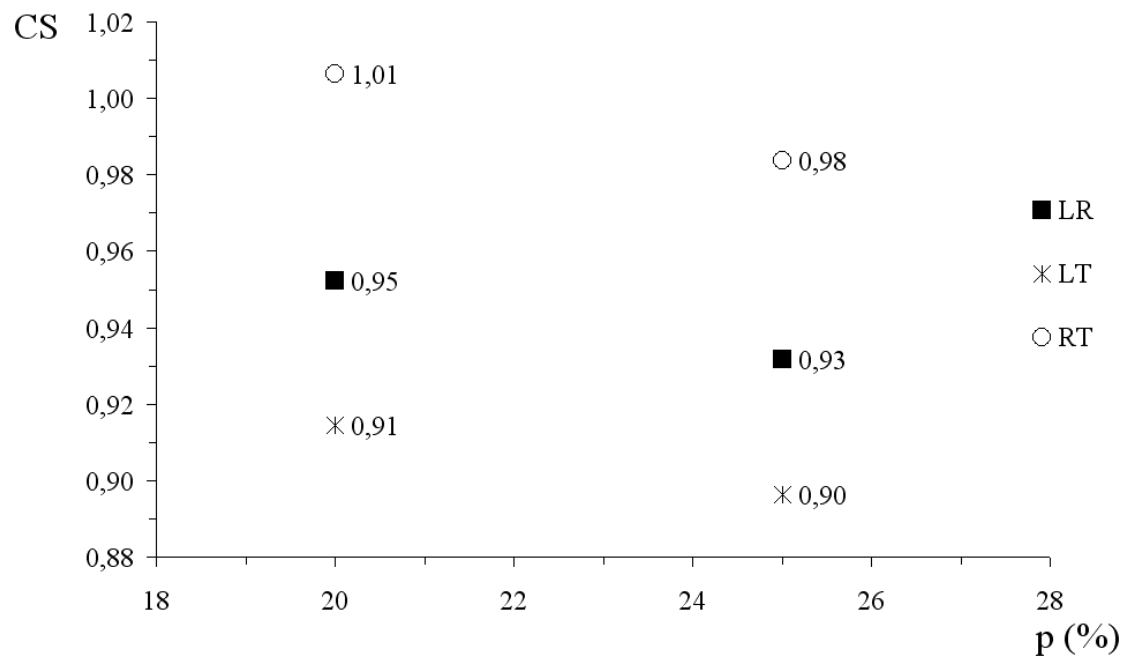


Figura 5.26: Variação do factor  $CS$  com a profundidade do entalhe em V, para  $\theta=90\%$  e  $r=2$ .

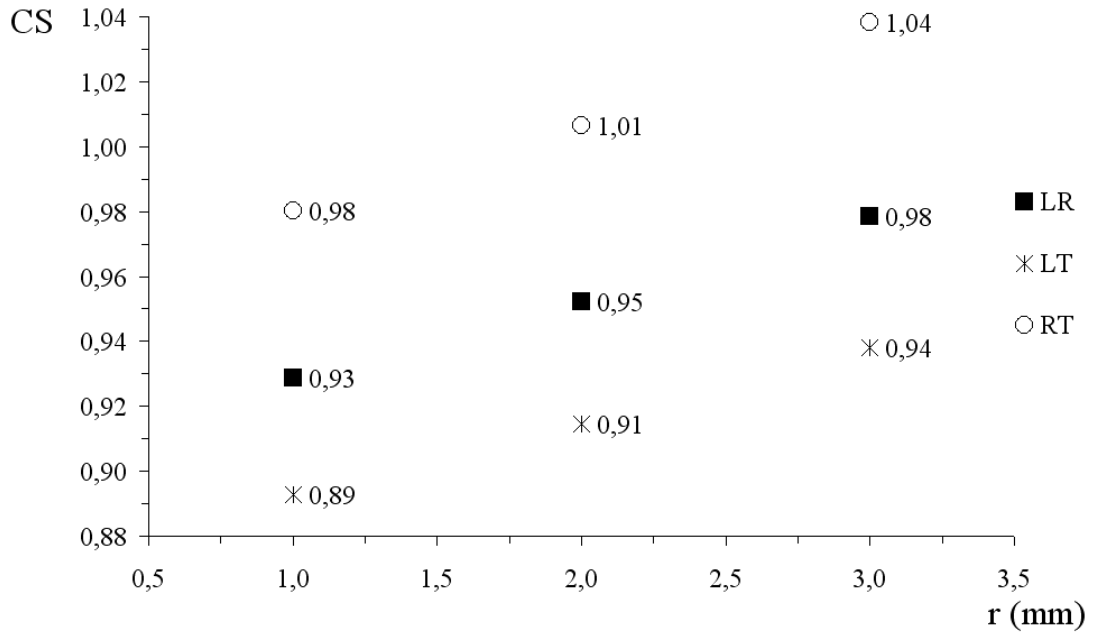


Figura 5.27: Variação do factor CS com a profundidade do entalhe em V, para  $\theta=90\%$  e  $r=2$ .

## 5.6 Aplicação nas orientações *LR* e *LT* do provete de entalhes planos

Alguns investigadores [25, 56, 61] verificaram que após a ocorrência das duas fendas na raiz dos entalhes dos provetes de Iosipescu com fibras orientadas ao longo do seu eixo longitudinal (ver, por exemplo, Figura 7.7), existe um efeito de homogeneização da distribuição das tensões (e das deformações) na zona central útil do provete. Essas observações levaram Adams e Lewis [56] a proporem uma nova configuração para o provete de Iosipescu, pela remoção do material que fica separado após a formação destas duas fendas (Figura 3.26), com a finalidade de antecipar, para o início do ensaio, o efeito de homogeneização produzido por estas. Considerando estes resultados, investigou-se a aplicabilidade desta configuração com entalhes planos para os provetes de *Pinus Pinaster Ait.*, orientados nos planos de simetria *LR* e *LT*. Para a orientação *RT*, esta configuração não se aplica dada a baixa razão de ortotropia do material neste plano.

A geometria e as dimensões do provete com entalhes planos, usadas na análise por elementos finitos, estão ilustradas na Figura 5.28. A dimensão de 11 mm para a abertura do plano do entalhe foi definida atendendo a observações experimentais da propagação das fendas nos

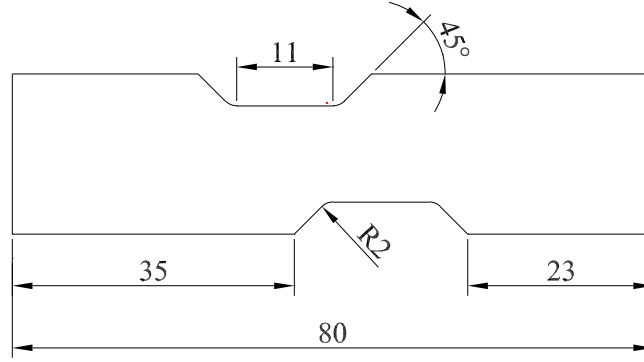


Figura 5.28: Geometria e dimensões do provete de Iosipescu com entalhes planos.

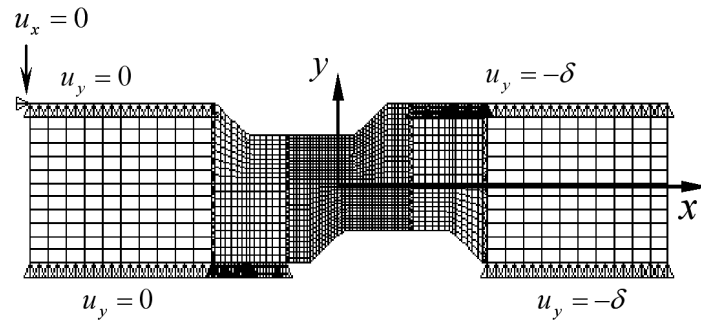
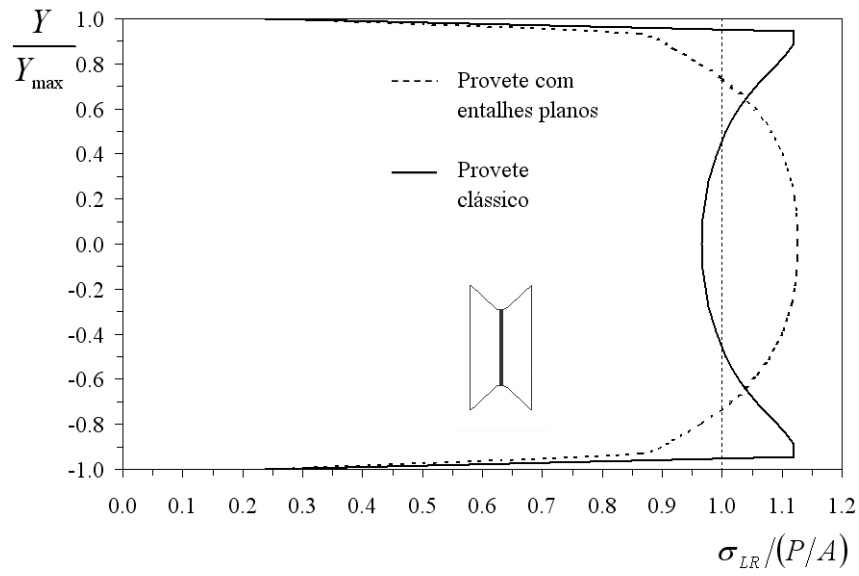


Figura 5.29: Malha e condições de fronteira usadas para o provete de Iosipescu com entalhes planos.

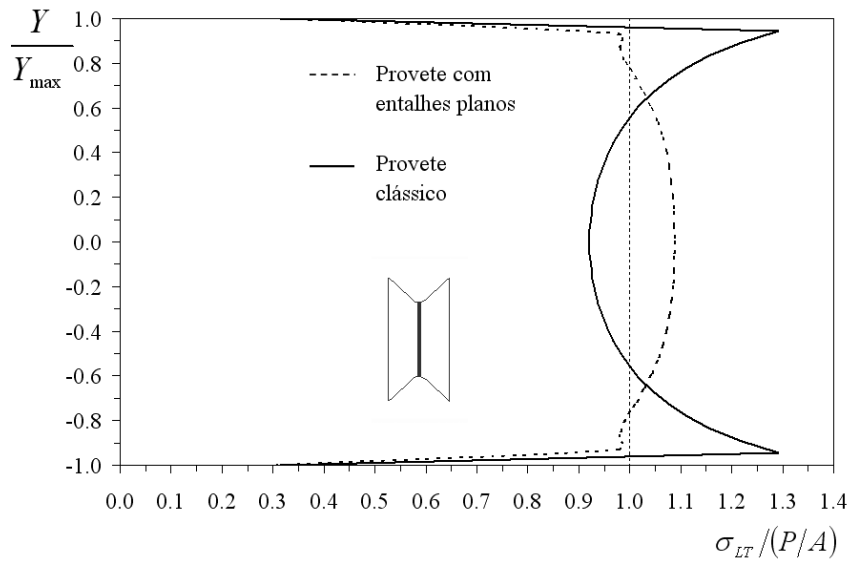
provetes *LR* e *LT*. Na Figura 5.29 mostra-se a malha e condições de fronteira usados no modelo de elementos finitos.

Com o intuito de investigar o interesse em se utilizar esta nova configuração para a madeira de *Pinus Pinaster Ait.* nos planos de simetria *LR* e *LT*, mostram-se nas Figuras 5.30.a e b, respectivamente, os perfis das distribuições das tensões de corte, normalizadas por  $P/A$ , obtidos quer para o provete clássico (Figura 5.1) quer para o provete de entalhes planos (Figura 5.28). Na Tabela 5.2 apresenta-se o factor de correcção global  $CS$  para ambas as configurações dos provetes e para ambos os planos de simetria. Destes resultados (Figura 5.30 e Tabela 5.2) podemos genericamente concluir que:

- (i) no provete de Iosipescu com entalhes planos o perfil da tensão de corte normalizada entre entalhes é invertido, pelo que será de esperar que se determine experimentalmente um valor do módulo de corte aparente subestimado, em ambos os planos de simetria;



(a)



(b)

Figura 5.30: Distribuição da tensão de corte normalizada ao longo da linha entre entalhes, para os provetes de Iosipescu clássico e com entalhes planos, orientados nos planos de simetria: (a)  $LR$  e (b)  $LT$ .

Tabela 5.2: Factor de correcção global  $CS$  dos provetes  $LR$  e  $LT$ , na configuração clássica e com entalhes planos

Proвете de Iosipescu	Factor de correcção $CS$	
	Plano $LR$	Plano $LT$
Clássico	0,95 (4,8%)	0,91 (8,6%)
Com entalhes planos	1,08 (7,8%)	1,05 (4,9%)

- (ii) para esta nova configuração o perfil da tensão de corte normalizada é razoavelmente uniforme na vizinhança do centro do provete, sendo no ponto central superior em 13% e 9% em relação a  $P/A$  para os provetes  $LR$  e  $LT$ , respectivamente;
- (iii) de acordo com o valor do factor de correcção  $CS$  no plano  $LR$ , o provete com entalhes planos contém uma maior heterogeneidade da distribuição das tensões e das deformações de corte;
- (iv) por outro lado, o provete com entalhes planos orientado no plano  $LT$  tem um valor  $CS$  mais próximo do valor ideal;
- (v) estes resultados indicam que, quanto maior for a razão de ortotropia no plano do provete, mais adequada será a configuração com entalhes planos; este resultado está de acordo com conclusões obtidas na aplicação desta configuração aos materiais compósitos sintéticos com elevada razão de ortotropia [61, 67, 70].

Pese embora o facto de haver uma melhoria no factor  $CS$  para o provete com entalhes planos orientado no plano  $LT$  (Tabela 5.2), optou-se por manter, em ambos os planos de simetria, a configuração clássica do provete de Iosipescu (Figura 5.1) para a identificação experimental do módulo de corte.

## 5.7 Conclusões

Do conjunto de resultados apresentados neste capítulo pode genericamente concluir-se que:

- (i) as três condições de fronteira seleccionadas – (1) de base (Figura 5.4), (2) iteradas (Figura 5.5) e (3) com contacto (Figura 5.6) – são praticamente equivalentes entre si (Figura 5.7.a);
- (ii) corrigindo o módulo de corte aparente (determinado numericamente de acordo com o tratamento dos dados experimentais) pelos factores  $C$  (Equação 5.3) e  $S$  (Equação 5.4), é possível obter o valor do módulo de corte introduzido na análise por elementos finitos (Figura 5.7.b);
- (iii) os campos das tensões e das deformações na zona central do provete de Iosipescu são função da razão de ortotropia do provete, sendo mais heterogéneos quando maior for esta razão (Secção 5.4);
- (iv) em todos os provetes ( $LR$ ,  $LT$  e  $RT$ ) o campo das deformações, sobre a área abrangida pela roseta extensométrica (CEA-06-062WT-350), é razoavelmente homogéneo (Figuras 5.10, 5.13 e 5.17); por esta razão, o valor do factor de correcção  $S$  é praticamente unitário em todos os planos de simetria (Tabela 5.1);
- (v) a distribuição das tensões de corte ao longo da linha vertical entre entalhes, contém alguma heterogeneidade para os provetes  $LR$  (Figura 5.9) e  $LT$  (Figura 5.12), sobretudo para este último. Em ambos os casos obtém-se um valor de tensão de corte no centro do provete inferior à tensão nominal  $P/A$ . Os valores do factor de correcção global  $CS$  para os provetes  $LR$  e  $LT$ , indicam que os módulos de corte identificados experimentalmente ( $G_{LR}^a$  e  $G_{LT}^a$ ) representam valores sobrestimados em cerca de 4,8% e 8,6%, respectivamente, em relação aos seus verdadeiros valores (Tabela 5.1);
- (vi) para o provete  $RT$ , a distribuição das tensões de corte ao longo da linha entre entalhes é bastante uniforme, embora superior a  $P/A$  (Figura 5.16); por se tratar de um plano quase isotrópico, praticamente não é necessária qualquer correcção para a correcta identificação de  $G_{RT}$  (Tabela 5.1);
- (vii) atendendo aos itens (iv), (v) e (vi), será de esperar que a necessidade dos factores de correcção para a correcta identificação do módulo de corte se deva sobretudo à hetero-

geneidade da distribuição da tensão de corte ao longo da linha entre entalhes, e seja principalmente importante para provetes com elevada razão de ortotropia;

- (viii) a rotura prematura dos provetes na região de transição raiz/flanco dos entalhes, observada experimentalmente (Capítulo 7) em todos os provetes (excepto para alguns provetes *RT*, Figura 7.25.b), é devida à concentração de tensões e ao estado complexo de tensões (tensão de corte e tensão transversal de tracção) existentes nessa região (Figuras 5.8, 5.11 e 5.14);
- (ix) a rotura prematura de alguns provetes *RT* (Secção 7.3) numa região fora da parte central entre entalhes do provete (Figura 7.25.b), é devida às elevadas tensões longitudinais ( $\sigma_{RR}$ ) de tracção, da mesma ordem de grandeza de  $P/A$ , existentes nessa região (Figura 5.15);
- (x) o factor  $CS$  é pouco sensível à estimativa inicial do módulo de corte introduzido no modelo de elementos finitos, em todos os planos de simetria (Figura 5.18);
- (xi) pequenos desvios no correcto posicionamento do provete em relação às partes fixa e móvel da amarra, não introduzem erros significativos na identificação do módulo de corte aparente, sendo estes da mesma ordem de grandeza dos que são introduzidos pela incerteza na estimativa inicial do módulo de corte a usar nas análises por elementos finitos (Figuras 5.20 e 5.21);
- (xii) a existência duma pequena rotação ( $< 10^\circ$ ) do referencial de simetria material em relação ao referencial do provete não introduz erros relativos importantes no cálculo do módulo de corte aparente (Figura 5.23);
- (xiii) a geometria dos entalhes pode ser optimizada para cada material usando uma ferramenta de optimização adequada, por forma a obter-se campos de tensão e de deformação mais homogéneos e de corte puro, na região de interesse (Figuras 5.25, 5.26 e 5.27);
- (xiv) a aplicação do provete de entalhes planos proposto por Adams e Lewis [56] é adequado para materiais cujo plano de análise tenha uma elevada razão de ortotropia (Figura 5.30 e Tabela 5.2).





# Capítulo 6

## Trabalho experimental

### 6.1 Preparação dos provetes

O material usado nos ensaios experimentais foi retirado de uma única árvore da espécie *Pinus Pinaster Ait.*, de um povoamento localizado em Orgens no distrito de Viseu (Figura 6.1). Após o corte da árvore, e pela contagem dos anéis de crescimento na secção transversal basal, foi identificada a idade de 74 anos. A árvore foi posteriormente seccionada em toros de 2,5 metros de comprimento, e estes, por sua vez, serrados em tábuas atendendo ao Norte local (Figura 6.1). O material foi seco num forno, por forma a garantir um teor em água de 10-12%, e armazenado ao ar livre durante várias semanas antes da preparação dos provetes e dos ensaios mecânicos.

Todos os provetes manufacturados foram retirados das tábuas do segundo toro a uma altura compreendida entre 2,5 e 4,5 metros, em relação ao plano basal da árvore. Os provetes foram cortados na região do borne (no lenho maduro), a uma certa distância da medula, por forma a se obterem provetes com simetria rômbrica, dado que nessa região e atendendo às dimensões dos provetes de Iosipescu (Figura 5.1), é possível desprezar a curvatura dos anéis de crescimento (Figura 2.2). Todos os provetes foram retirados radialmente entre o décimo quinto e o trigésimo anel de crescimento, contando a partir da medula. A definição de uma região bem limitada no interior da árvore para a selecção dos provetes a ensaiar, é importante dada a variabilidade da madeira ao longo da própria árvore e face ao número reduzido de provetes geralmente usados no estudo da aplicabilidade dos ensaios de caracterização.

Na Figura 6.2 está ilustrada a localização e a forma como foram cortados os provetes de



Figura 6.1: Árvore da espécie de *Pinus Pinaster Ait.* de onde foram retirados os provetes para o trabalho experimental.

Iosipescu, orientados nos três planos de simetria material: provetes *LR*, provetes *LT* e provetes *RT*.

Todos os provetes *LR* foram retirados da tábua central (Figura 6.2). Na preparação destes foi inicialmente orientado, no topo da tábua, um rectângulo de dimensões  $15 \times 50 \text{ mm}^2$  numa zona compreendida no intervalo de anéis de crescimento pré-definido. Este rectângulo servirá de base para o corte de tábuas mais pequenas de onde se retirarão os provetes. A sua orientação foi ainda feita por forma a garantir provetes com boa simetria anatómica e com uma pequena espessura dos anéis na zona central entre entalhes. A escolha de anéis de crescimento com uma pequena espessura na região central dos provetes, prende-se com a questão da representatividade

do material à escala em estudo. Como foi analisado na Secção 5.4, o campo das deformações de corte é relativamente homogéneo apenas numa zona central limitada do provete. Este facto conduz à necessidade de se utilizar rosetas extensométricas de reduzidas dimensões, pelo que é importante que os provetes tenham uma largura de anéis de crescimento, na parte central entre entalhes, suficientemente pequena por forma a que se possa medir o comportamento médio macroscópico do material. De seguida foram cortadas, ao longo da tábua central, várias tábuas de secção  $15 \times 50 \text{ mm}^2$  e com 400 mm de comprimento. Cada uma destas tábuas foi reorientada por forma a seguir o fio da madeira (direcção longitudinal), com a finalidade de garantir a simetria anatómica dos provetes. As tábuas de 400 mm foram convertidas em blocos menores de 100 mm de comprimento, e a partir destes foi obtida, numa máquina de comando numérico, a geometria e dimensões finais dos provetes *LR* (Figura 6.2). O uso de uma máquina de controlo numérico foi importante para garantir uma boa simetria dos entalhes, um bom acabamento e perpendicularidade das faces de carregamento dos provetes, e uma boa precisão das dimensões nominais dos provetes. Por fim, deu-se um acabamento final aos provetes usando uma lixa fina.

Os provetes *LT* foram retirados de uma tábua lateral seguindo um procedimento semelhante ao usado na preparação dos provetes *LR*, atrás descrito (Figura 6.2). A região definida pelo bloco de referência para os provetes *LT* foi marcada, tanto quanto possível, sobre os mesmos anéis de crescimento definidos para os provetes *LR*, com a finalidade de reduzir a variabilidade material entre os provetes.

Os provetes orientados no plano de simetria *RT* foram retirados da tábua central, na parte oposta onde se retiraram os provetes *LR* e sobre os mesmos anéis de crescimento (Figura 6.2). Inicialmente, um rectângulo de referência com dimensões  $100 \times 50 \text{ mm}^2$  foi orientado no topo da tábua. A partir dessa área foram cortados blocos com espessura de 8 mm definindo-se a partir destes e usando uma máquina de controlo numérico, a geometria e dimensões finais dos provetes (Figura 6.2).

Seguindo o procedimento descrito foi possível obter, em todos os planos principais de simetria, provetes de Iosipescu sem defeitos visíveis e anatomicamente bem orientados com os eixos do próprio provete. Das amostras preparadas em cada plano de simetria foram escolhidos os provetes mais semelhantes entre si, atendendo à espessura dos anéis de crescimento presentes

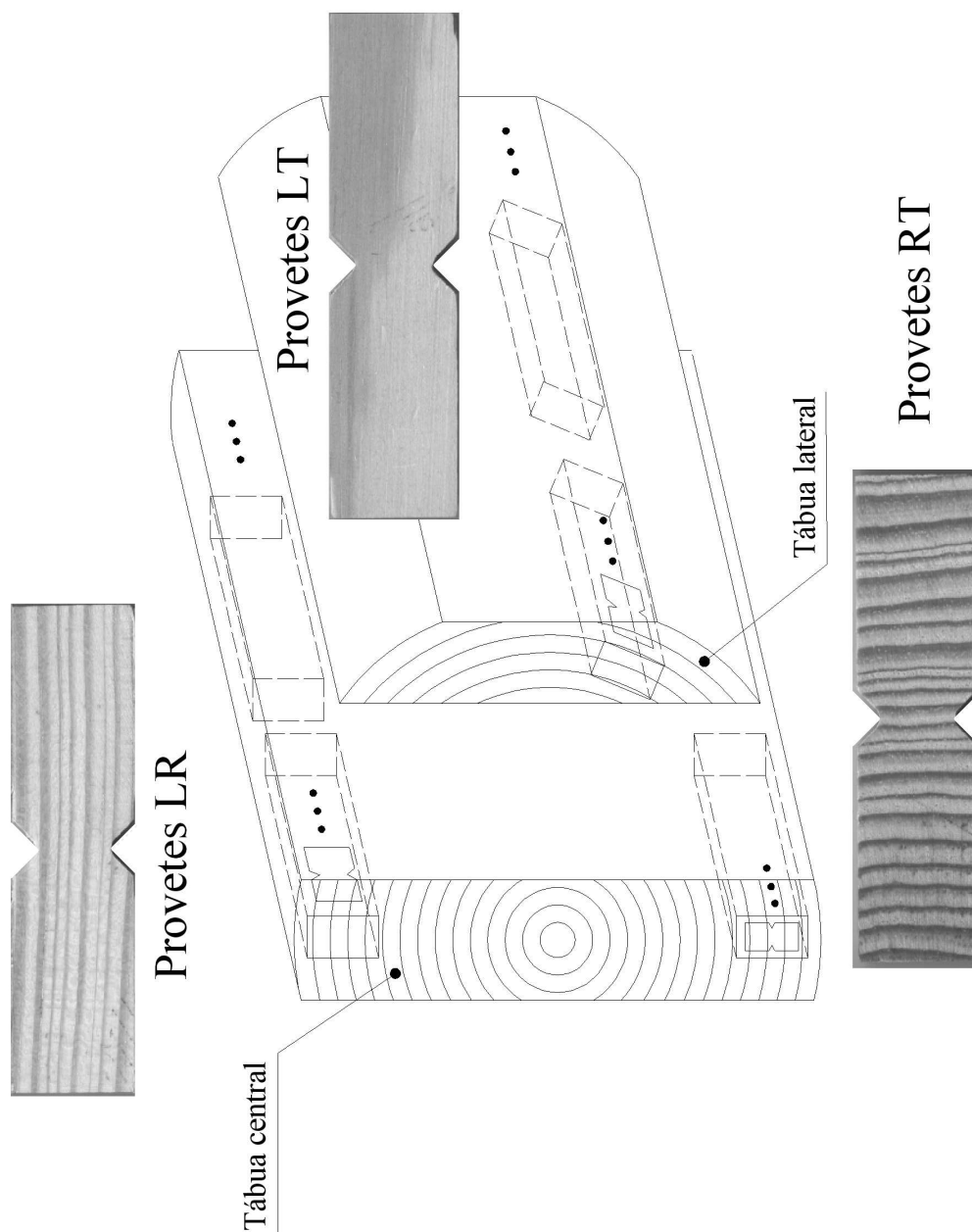


Figura 6.2: Preparação dos provetes de Iosipescu orientados nos três planos principais de simetria: provetes *LR*, provetes *LT* e provetes *RT*.

na região central dos provetes.

Atendendo às propriedades higroscópicas da madeira [1, 4], após a manufactura os provetes foram colocados no laboratório de ensaios mecânicos durante várias horas com a finalidade de atingirem o seu teor em água de equilíbrio (THE), estado em que a madeira não perde nem ganha humidade com o ar. Considerou-se que a estabilização dos provetes é atingida quando o resultado entre duas pesagens sucessivas, registadas num intervalo de tempo de 6h, não difere mais do que 0,1% [13]. As reduzidas dimensões dos provetes de Iosipescu têm a vantagem de evitar, neste processo de estabilização, elevados gradientes de humidade que geralmente estão na origem da sua fissuração e dano [1, 4]. Em geral, esta troca de humidade resulta também numa alteração das dimensões dos provetes [1, 4]. Contudo, após se ter atingido o THE, os provetes atingiram também a sua estabilidade dimensional.

Após a estabilização higroscópica, foram medidos o peso húmido ( $P_u$ ) e as dimensões características (comprimento, largura total, largura entre entalhes e espessura) de todos os provetes. O valor de  $P_u$  foi medido através de uma balança Mettler Type H15, com capacidade de 160 g e com a resolução de 1 mg, e as dimensões características foram medidas através de um micrómetro Mitutoyo com resolução de 0,001 mm. O valor de cada dimensão característica foi calculado como o valor médio de 3 a 5 medições em pontos distintos. Através destas medições foram calculados o volume húmido ( $V_u$ ) e a área de secção transversal entre entalhes ( $A$ ) de cada provete.

Para a medição da deformação de corte no ensaio de Iosipescu podem utilizar-se rosetas extensométricas empilhadas de três elementos [21, 80] ou de dois elementos [27, 28, 49, 64, 74, 81], havendo vantagens e desvantagens em ambas as configurações. As rosetas triaxiais, por definirem completamente o estado de deformação na vizinhança dum ponto, podem ser vantajosamente empregues para registar, além da deformação de corte, as deformações lineares segundo as direcções do provete e, dessa forma, fornecer uma estimativa da presença de momentos parasitas a que o provete pode estar sujeito durante a execução do ensaio. Todavia o custo das roseta triaxiais e a dificuldade de colocação devida às reduzidas dimensões dos provetes são inconvenientes que poderão não justificar a informação suplementar acessível por estas. Por seu lado, as rosetas biaxiais têm a vantagem de serem mais económicas e terem dimensões mais reduzidas, permitindo aceder objectivamente à deformação de corte. Contudo,

a utilização de rosetas biaxiais levanta, do ponto de vista prático, cuidados especiais no que diz respeito ao seu posicionamento, na medida em que, por não se ter acesso ao completo estado de deformação na região abrangida pela grelha da roseta, não é possível corrigir posteriormente, via transformação do tensor das deformações, erros introduzidos por desvios no seu posicionamento. Com a finalidade de preencher os objectivos deste trabalho optou-se pelo uso de rosetas biaxiais, tendo-se seleccionado a roseta CEA-06-062WT-350 (grupo da MicroMeasurement) atendendo: (i) às dimensões dos provetes (Figura 5.1); (ii) à região central limitada para a qual o campo das deformação de corte é relativamente homogéneo (Secção 5.4); (iii) à heterogeneidade do material; (iv) à fraca condutibilidade térmica da madeira [1, 4].

As rosetas biaxiais foram fixas no centro do provete a  $\pm 45^\circ$  em relação ao seu eixo longitudinal (Figura 3.12). Devido aos efeitos intrínsecos de Saint-Venant no provete de Iosipescu (Secção 3.3), foram coladas rosetas nas faces frontal e posterior de todos os provetes. O posicionamento das rosetas foi executado com a ajuda de um microscópico óptico equipado com uma mesa de coordenadas e um goniómetro. Seguidamente colaram-se as rosetas, usando o adesivo M-Bond AE-10, conforme o procedimento recomendado pelo fabricante. Por fim, os terminais das rosetas foram soldados aos fios de ligação do sistema de aquisição de dados.

Após a execução dos ensaios experimentais foram determinados o teor em água ( $u$ ) e a massa volúmica seca ( $\rho_o$ ) de cada provete. O teor em água de cada provete, durante a execução dos ensaios, foi calculado de acordo com o método de secagem em estufa (“*oven-dry method*”) [1, 4, 13]

$$u = \frac{P_u - P_o}{P_o} \quad (6.1)$$

onde  $P_o$  representa o peso seco (a 0% de teor em água) dos provetes de madeira. Para o cálculo de  $P_o$  os provetes ensaiados foram colocados num forno a uma temperatura de  $103 \pm 1^\circ\text{C}$  durante várias horas até atingirem a estabilização do seu peso. Para os provetes de Iosipescu foram necessárias aproximadamente 30 horas para se obter a estabilização do peso a 0% de teor em água. A massa volúmica seca ( $\rho_o$ ) de cada provete foi determinada a partir de  $P_o$  e de  $V_u$  de acordo com seguinte expressão [1, 4]

$$\rho_o = \frac{P_o}{V_u}. \quad (6.2)$$

É frequente normalizar a massa volúmica de uma peça de madeira ( $\rho_o$ ) em termos da massa volúmica da água à temperatura de 4°C ( $\rho_{H_2O} = 1 \text{ g/cm}^3$ ) [1,4]. Esta grandeza, designada por densidade ( $d$ ), é pois definida por

$$d = \frac{\rho_o}{\rho_{H_2O}}. \quad (6.3)$$

O teor em água de todos os provetes ensaiados está compreendido entre 9,5% e 12,1%, e a densidade entre 0,537 e 0,623. A pequena amplitude de valores obtida para estas grandezas, mostra que a preparação e o condicionamento dos provetes foram bem conduzidos, no sentido de se isolar, tanto quanto possível, os seus efeitos nas propriedades mecânicas a caracterizar.

Foram ensaiados 9, 10 e 8 provetes de Iosipescu orientados, respectivamente, nos planos de simetria  $LR$ ,  $LT$  e  $RT$ . O número diferente de provetes ensaiados deve-se ao facto de alguns destes terem ficado danificados na sua preparação. Em particular, encontraram-se dificuldades na colagem das rosetas no plano  $RT$ , devido à maior irregularidade desta superfície e ao facto do lúmen das células estar disposto perpendicularmente ao plano de colagem.

## 6.2 Procedimento experimental

Os ensaios mecânicos foram executados numa máquina universal Instron 1125, com capacidade de 100kN (Figura 6.3), a uma velocidade do travessão móvel de 1 mm/min, num período de tempo não superior a aproximadamente 5 min.

A amarra EMSE [50] foi utilizada para os ensaios de Iosipescu (Figura 6.4), tendo sido montada numa posição invertida por forma a se adaptar à máquina de ensaios. Deste modo os provetes ficam sujeitos a uma pré-carga igual ao peso próprio da parte móvel da amarra (cerca de 14 N).

A força aplicada foi medida por uma célula de carga de 5 kN e as deformações de corte através de rosetas biaxiais (MicroMeasurement CEA-06-125WT-350) fixas a  $\pm 45^\circ$  no centro de ambas as faces do provete (Figura 3.12). A força e o valor das deformações lineares dos elementos das rosetas biaxiais, foram registados ao longo do ensaio, por um sistema de aquisição de dados HBM SPIDER 8 (Figura 6.3). Cada canal foi parametrizado de acordo com a grandeza física associada, e a calibração da ponte de Wheatstone foi feita antes dos ensaios. As leituras



Figura 6.3: Máquina de ensaios e sistema de aquisição, usado nos ensaios de Iosipescu.

das deformações lineares das rosetas foram corrigidas atendendo à não linearidade da ponte de Wheatstone e à sensibilidade transversal [127]. A compensação da temperatura não foi realizada atendendo ao curto intervalo dos ensaios, e a resistência eléctrica introduzida pelos fios de ligação foi desprezada.

Após a ligação dos elementos das rosetas extensométricas ao sistema de aquisição, foram aguardados alguns minutos até se verificar a estabilização das leituras. Uma vez atingido este ponto, foi feito o zero electrónico das leituras das deformações e os provetes montados na amarra. O posicionamento dos provetes foi feito com os devidos cuidados para garantir a centralidade do provete em relação às partes fixa e móvel da amarra. Uma chave dinamométrica foi usada para apertar os parafusos das cunhas de fixação (Figura 6.4), por forma a garantir um aperto constante de 1 Nm. Este valor foi escolhido como um compromisso entre um momento de aperto insuficiente, que permitiria o escorregamento relativo do provete em relação à amarra, e um



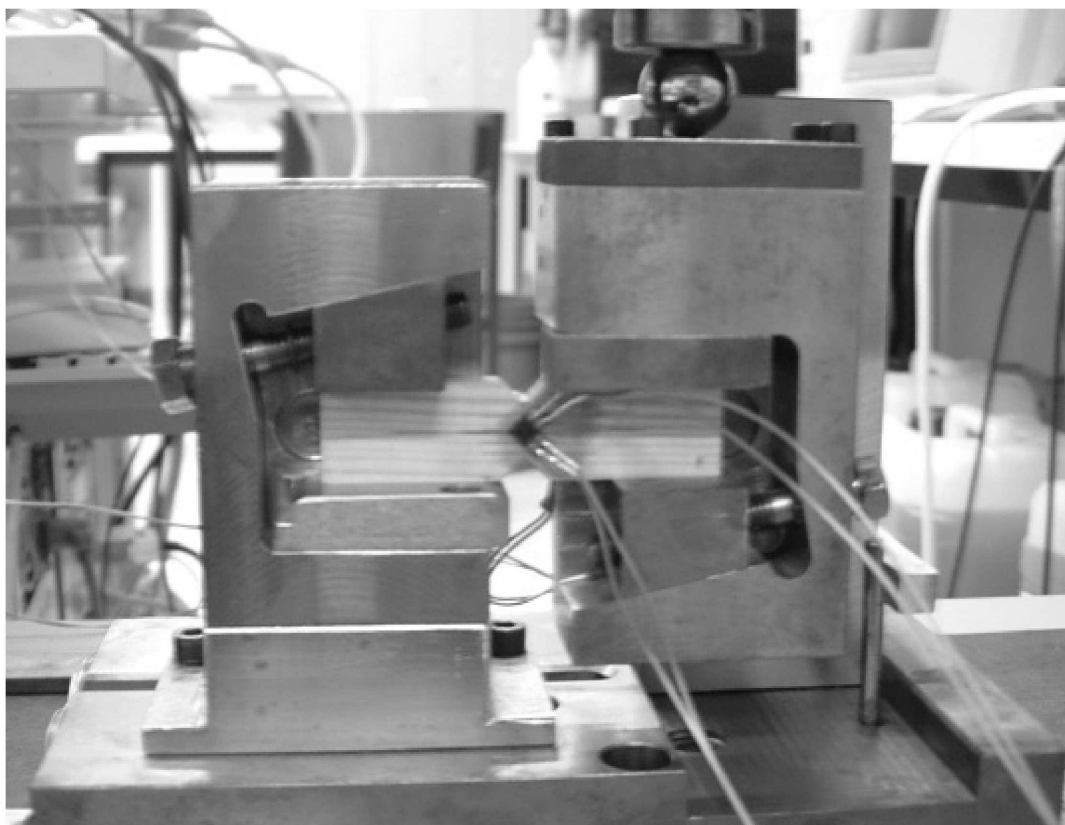


Figura 6.4: Amarra EMSE usada nos ensaios de Iosipescu.

momento de aperto demasiado elevado que poderia introduzir excessivas deformações iniciais e esmagamento local das faces de carregamento dos provetes. Antes de conduzir o ensaio até à rotura, foram executados ciclos de carga e descarga para os provetes *LR* e *LT*, repetidos 5 vezes, até uma força de aproximadamente de 300 N, por forma a acomodar o provete à amarra. Para os provetes *RT*, os ciclos de carga/descarga não foram realizados devido à fragilidade do material neste plano.

A temperatura e humidade relativa do laboratório mantiveram-se enquadrados nos limites de  $23\pm 1^{\circ}\text{C}$  e  $45\pm 5\%$ , respectivamente.



# Capítulo 7

## Apresentação e discussão dos resultados experimentais

### 7.1 Provete $LR$

No ensaio de Iosipescu são registadas a força global aplicada ao provete, medida pela célula de carga da máquina de ensaios, e as deformações lineares dos elementos extensométricos das rosetas biaxiais, coladas nas faces frontal (A) e posterior (B) de cada provete. Na Figura 7.1 ilustram-se os dados experimentais medidos nos provetes de Iosipescu orientados no plano  $LR$  (provetes  $LR$ ). Analisando estes dados conclui-se que: (i) as deformações lineares a  $+45^\circ$  ( $\epsilon_{+45^\circ}$ ) e  $-45^\circ$  ( $\epsilon_{-45^\circ}$ ), em qualquer uma das faces do provete, não são perfeitamente simétricas; (ii) as deformações lineares medidas nas duas faces do provete a  $+45^\circ$  ( $\epsilon_{+45^\circ}^A$  e  $\epsilon_{+45^\circ}^B$ ) e a  $-45^\circ$  ( $\epsilon_{-45^\circ}^A$  e  $\epsilon_{-45^\circ}^B$ ) são diferentes em valor. O primeiro resultado ( $\epsilon_{+45^\circ}^A \neq -\epsilon_{-45^\circ}^A$  e  $\epsilon_{+45^\circ}^B \neq -\epsilon_{-45^\circ}^B$ ), de acordo com a análise por elementos finitos (Secção 5.4.1), é devido à presença de deformações lineares ( $\epsilon_R$ ) de compressão existentes na região abrangida pela roseta extensométrica do provete  $LR$ . O segundo resultado observado ( $\epsilon_{+45^\circ}^A \neq \epsilon_{+45^\circ}^B$  e  $\epsilon_{-45^\circ}^A \neq \epsilon_{-45^\circ}^B$ ) é um comportamento intrínseco ao provete de Iosipescu devido à distribuição heterogénea da carga aplicada nas suas faces de carregamento, ao longo da espessura, provocada por imperfeições geométricas destas [49, 64]. É importante notar que o zero das curvas experimentais (Figura 7.1) foi obtido por translação da origem do referencial. Na verdade, o momento de aperto dos parafusos das cunhas de fixação dos provetes (1 Nm) e o peso próprio da parte móvel da amarra (14 N),

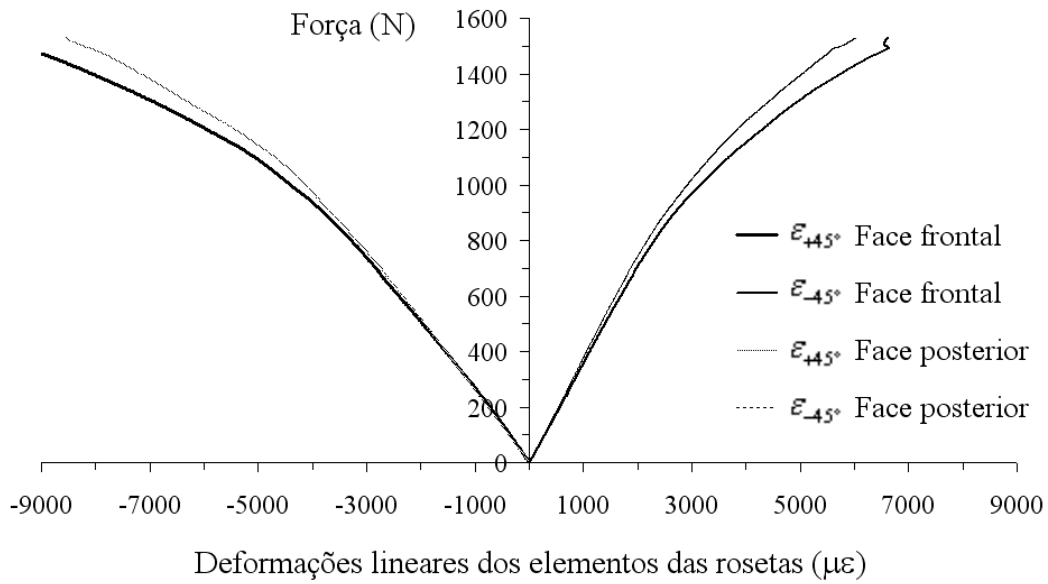


Figura 7.1: Dados experimentais tipicamente obtidos nos provetes  $LR$ .

introduzem no provete uma pré-carga que está na origem da perda de informação sobre uma parte inicial da sua resposta. Contudo, admite-se que essa informação experimental é reduzida e portanto desprezável para efeitos práticos. Por outro lado, alguns elementos extensométricos ficaram danificados antes da rotura final dos provetes, impossibilitando a determinação do valor da deformação de corte máxima.

Para cada provete  $LR$  e a partir de cada ponto experimental, os valores da tensão de corte média ( $\sigma_{LR}$ ) e da deformação de corte de engenharia, registada nas faces frontal ( $\epsilon_{LR}^A$ ) e posterior ( $\epsilon_{LR}^B$ ), foram calculados, respectivamente, a partir das Equações (3.6) e (3.7). Por forma a eliminar a dispersão de resultados devido às condições do ensaio mecânico [49, 64], foi ainda calculada a deformação de corte de engenharia média ( $\epsilon_{LR}$ ), tomando as deformações de corte medidas nas duas faces do provete:  $\epsilon_{LR} = (\epsilon_{LR}^A + \epsilon_{LR}^B)/2$ . Na Figura 7.2 mostra-se a resposta aparente tensão de corte média – deformação de corte de engenharia média ( $\sigma_{LR} - \epsilon_{LR}$ ), obtida para cada provete  $LR$ . Embora os valores de  $\sigma_{LR}$  e  $\epsilon_{LR}$ , medidos no ensaio de Iosipescu, sejam negativos as curvas de comportamento estão construídas no quadrante positivo, por facilidade de leitura. Da resposta mecânica ao corte, medida para os provetes ensaiados (Figura 7.2), é possível observar alguma variabilidade, típica para um material natural como a madeira,

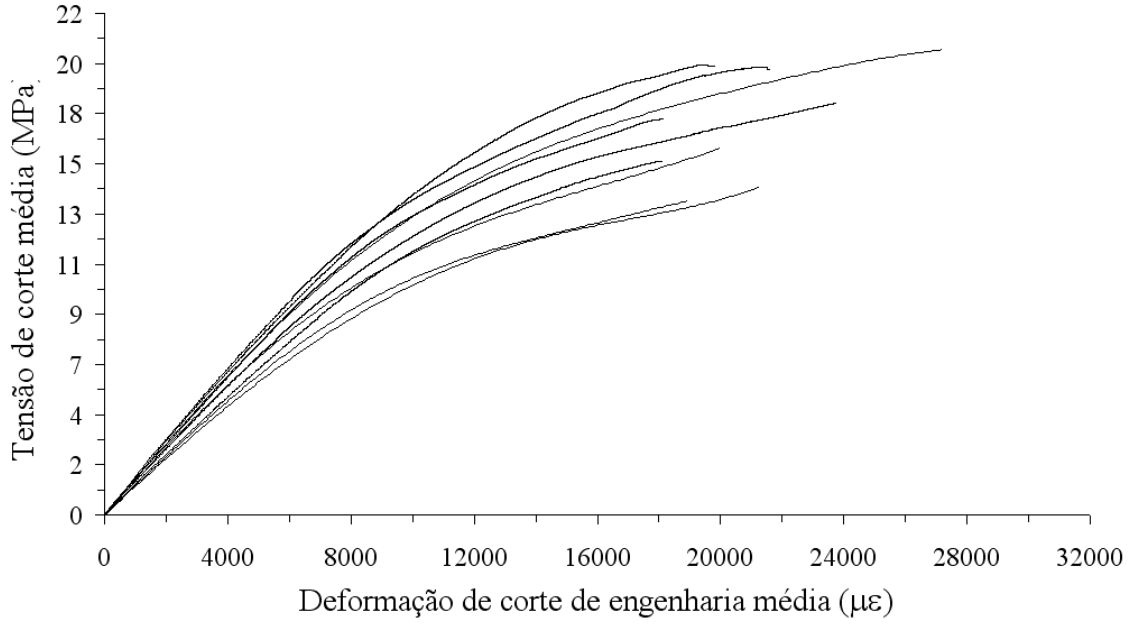


Figura 7.2: Curvas aparentes tensão de corte média – deformação de corte de engenharia média, identificadas para o conjunto de provetes *LR*.

e um andamento claramente não linear que pode não representar o comportamento ao corte intrínseco do *Pinus Pinaster Ait.* Na verdade, a resposta não linear do provete de Iosipescu pode conter, além da não linearidade associada ao comportamento do material, uma não linearidade geométrica e uma não linearidade devida às condições do contacto provete/amarra [53,65,67]. A quantificação, na resposta global ao corte dos provetes, do peso relativo de cada uma destas fontes de não linearidade não será aqui tratada e deverá fazer parte do trabalho futuro.

Os módulos de corte aparentes associados a cada provete ( $G_{LR}^{a,A}$ ,  $G_{LR}^{a,B}$  e  $G_{LR}^a$ ), foram determinados, de acordo com a Equação (3.8), pelo ajuste de um polinómio de segunda ordem ( $\sigma_{ij} = a\epsilon_{ij}^2 + b\epsilon_{ij} + c$ ) aos pontos experimentais no troço inicial das curvas  $\sigma_{LR} - \epsilon_{LR}$ , pelo método dos mínimos quadrados. Cada valor do módulo de corte foi tomado como sendo a primeira derivada da função polinomial na origem ( $G_{ij} = d\sigma_{ij}/d\epsilon_{ij}|_O = b$ ). Este método foi usado uma vez que foi difícil definir uma extensão razoavelmente linear no troço inicial das curvas. Para cada curva, o número total de pontos experimentais usados no ajuste da função polinomial foi escolhido por forma a que o coeficiente de correlação fosse sempre superior a 0,99.

Os módulos de corte aparentes identificados para os provetes *LR* nas faces frontal ( $G_{LR}^{a,A}$ ) e

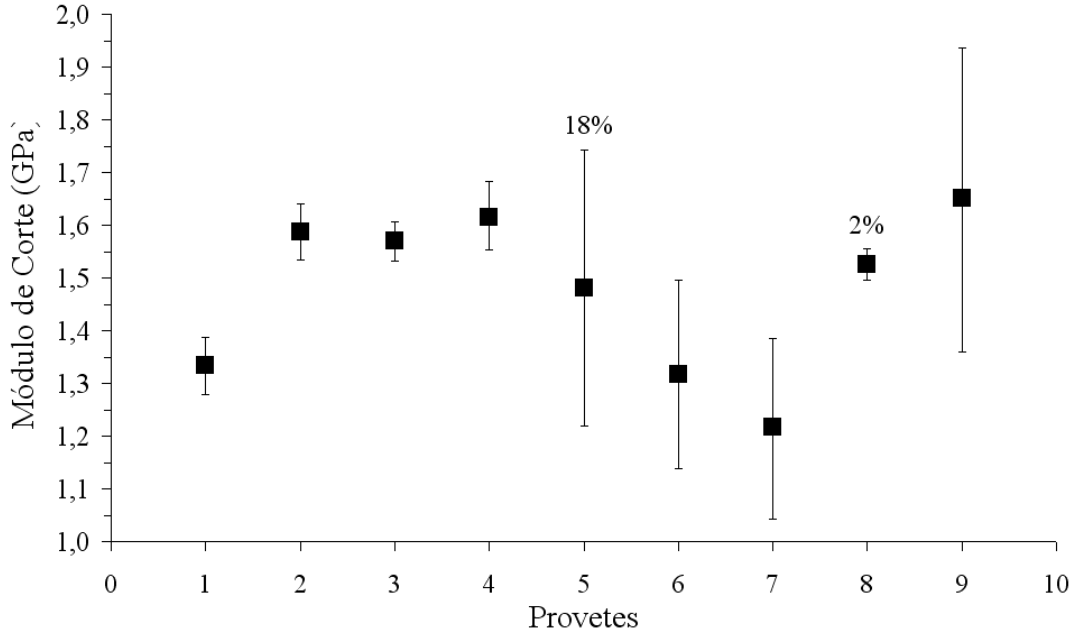


Figura 7.3: Dispersão de valores dos módulos de corte aparentes frontal, posterior e médio, para os provetes  $LR$ .

posterior ( $G_{LR}^{a,B}$ ), bem como o valor médio entre estas grandezas ( $G_{LR}^a$ ), encontram-se representados na Figura 7.3. O desvio relativo, mínimo e máximo, dos valores  $G_{LR}^{a,A}$  e  $G_{LR}^{a,B}$  em relação ao valor médio  $G_{LR}^a$  é de, respectivamente, 2% e 18% (Figura 7.3). Da observação das faces de carregamento dos provetes concluiu-se que para alguns (provetes 1-4 e 8, na Figura 7.3) estas continham sobretudo lenho inicial, enquanto que as faces de outros (provetes 5, 6, 7 e 9, na Figura 7.3) eram essencialmente constituídas por lenho final. Esta análise claramente justifica a existência de dois grupos de provetes, um dos quais apresentando diferenças frontal/posterior menos pronunciadas que o outro (Figura 7.3). Efectivamente, as faces de carregamento dos provetes constituídas por lenho inicial são mais propícias, num estágio inicial, ao esmagamento local (dada a sua menor resistência em comparação com o lenho final), verificando-se, por esta razão, uma melhor uniformização da pressão aplicada ao longo destas e consequentemente a atenuação das discrepâncias nas repostas frontal/posterior. Estas considerações são consistentes com observações feitas por Morton *et al.* [42] e Pierron [64] sobre compósitos de fibras artificiais. Os valores médios de  $G_{LR}^{a,A}$ , de  $G_{LR}^{a,B}$  e de  $G_{LR}^a$ , bem como os respectivos coeficientes de variação (C.V.), apresentam-se na Tabela 7.1. Após verificação da normalidade das distribuições de  $G_{LR}^{a,A}$ ,  $G_{LR}^{a,B}$  e  $G_{LR}^a$ , usando o teste de Shapiro-Wilk (Apêndice A) – para o qual se

obteve  $W = 0,933$ ,  $W = 0,978$  e  $W = 0,906$ , respectivamente – foram calculados os intervalos de confiança sobre a média, a um nível de significância de 95%, usando o teste student  $t$  (Tabela 7.1). Destes resultados conclui-se que:

- (i) se fossem tomadas as medições da deformação de corte em apenas uma das faces dos provetes, frontal ou posterior, ter-se-ia identificado um módulo de corte aparente, respectivamente, subestimado ou sobrestimado, em cerca de 4,5% em relação ao valor calculado considerando a média das medições em ambas as faces;
- (ii) a dispersão de valores dos módulos de corte aparentes é semelhante, sendo no entanto mais reduzida para  $G_{LR}^a$  uma vez que no seu cálculo é eliminada a dispersão devida aos efeitos de Saint-Venant intrínsecos ao ensaio de Iosipescu [49,64];
- (iii) a dispersão de valores obtida para os módulos de corte aparentes (Tabela 7.1), embora bastante aceitável comparativamente à dispersão de resultados geralmente referida para as propriedades elásticas da madeira (10%-30% [1,4,6,78,124]), poderá, no entanto, ser dependente da amostra de provetes, nomeadamente do tipo de lenho predominante nas suas faces de carregamento (Figura 7.3). Por exemplo, Yoshihara *et al.* [21] obtiveram, para provetes orientados no plano  $LR$  da espécie *Pinus glabra*, um C.V. de 38% medindo as deformações de corte em apenas numa das suas faces.

Os módulos de corte aparentes médios no plano  $LR$  ( $G_{LR}^a$ ) foram corrigidos, de acordo com a Equação (3.9), usando o factor global  $CS$ , calculado na análise por elementos finitos (Tabela 5.1). Na Tabela 7.2 apresentam-se os valores do teor em água ( $u$ ), da densidade ( $d$ ) e do módulo de corte corrigido ( $G_{LR}^c$ ), identificados para cada provete  $LR$ . Após a verificação da normalidade da distribuição dos valores de  $G_{LR}^c$ , pelo teste de Shapiro-Wilk ( $W = 0,906$ ), foi calculado o intervalo de confiança sobre a média, a um nível de significância de 95%, usando o teste Student  $t$  (Tabela 7.2).

O teste  $t$  de igualdade das médias entre duas amostras foi usado para verificar a efectiva necessidade de se corrigirem os valores de  $G_{LR}^a$ , pelo factor  $CS$ . Após verificação da homogeneidade das variâncias (Apêndice A) e a um nível de significância de 95%, conclui-se que as médias de  $G_{LR}^a$  (Tabela 7.1) e  $G_{LR}^c$  (Tabela 7.2) pertencem à mesma população ( $t = 0,94$ ). Este

Tabela 7.1: Módulos de corte aparentes frontal, posterior e médio para os provetes *LR*.

Provetes	$G_{LR}^{a,A}$	$G_{LR}^{a,B}$	$G_{LR}^a$
1	1,28	1,39	1,33
2	1,64	1,53	1,59
3	1,61	1,53	1,57
4	1,55	1,68	1,62
5	1,22	1,74	1,48
6	1,50	1,14	1,32
7	1,04	1,39	1,22
8	1,50	1,55	1,53
9	1,36	1,94	1,65
Média (GPa)	$1,41 \pm 0,15^1$	$1,54 \pm 0,18^1$	$1,48 \pm 0,12^1$
C.V. <sup>2</sup> (%)	14,1	15,0	10,3

(1) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(2) Coeficiente de variação (C.V.).

resultado sugere que o ensaio de Iosipescu é um método directo para a identificação do módulo de corte do *Pinus Pinaster Ait.* no plano de simetria *LR*.

Pese embora o facto do valor do coeficiente de variação do módulo de corte (Tabela 7.2) estar em concordância com a dispersão típica para um material como a madeira, a densidade ( $d$ ) e o teor em água ( $u$ ) foram usados para tentar explicar parte desta variabilidade.

Diferentes autores têm procurado estudar as relações entre as propriedades elásticas ( $G$ ) e a densidade para várias espécies de madeira [4, 6, 83, 128, 129]. É geralmente aceite que essas relações tomam a forma exponencial

$$G = ad^b, \quad (7.1)$$

onde  $a$  e  $b$  são constantes a identificar pelo ajuste desta relação aos pontos experimentais. Atendendo a que a dispersão dos valores da densidade dos provetes *LR* é reduzida, compreendida entre 0,537 e 0,615 (Tabela 7.2), assumiu-se existir entre  $G_{LR}$  e  $d$  uma relação do tipo linear



Tabela 7.2: Teor em água ( $u$ ), densidade ( $d$ ) e módulo de corte corrigido ( $G_{LR}^c$ ) obtidos para os provetes  $LR$ .

Provetes	$u$ (%)	$d$	$G_{LR}^c$ (GPa)
1	11,9	0,561	1,27
2	11,8	0,607	1,52
3	12,1	0,612	1,50
4	11,8	0,605	1,54
5	12,1	0,615	1,42
6	10,3	0,538	1,23
7	10,0	0,537	1,16
8	10,4	0,609	1,46
9	9,5	0,614	1,58
Média	11,1	0,589	$1,41 \pm 0,11^1$
C.V. <sup>2</sup> (%)	9,1	5,6	10,3

(1) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(2) Coeficiente de variação (C.V.).

(Figura 7.4). Como é possível concluir da correlação obtida, a dispersão dos valores de  $G_{LR}$  pode ser explicada em 71,1% (coeficiente de correlação  $r^2=0,711$ ) pela densidade.

O teor em água tem uma grande influência nas propriedades mecânicas da madeira, para valores compreendidos entre o estado seco e o estado de saturação [4,6]. Na Figura 7.5 mostra-se a relação linear do tipo:  $G = au + b$ , em que  $a$  e  $b$  são constantes a determinar, existente entre o módulo de corte e o teor em água, para os provetes  $LR$  ensaiados. Como se pode observar, não existe uma correlação significativa entre estas grandezas ( $r^2=0,047$ ), podendo desta forma concluir-se que o teor em água não explica a dispersão de valores do módulo de corte. Guitard [6] propôs uma relação empírica para a correcção do módulo de corte em função do teor em água do provete dada por

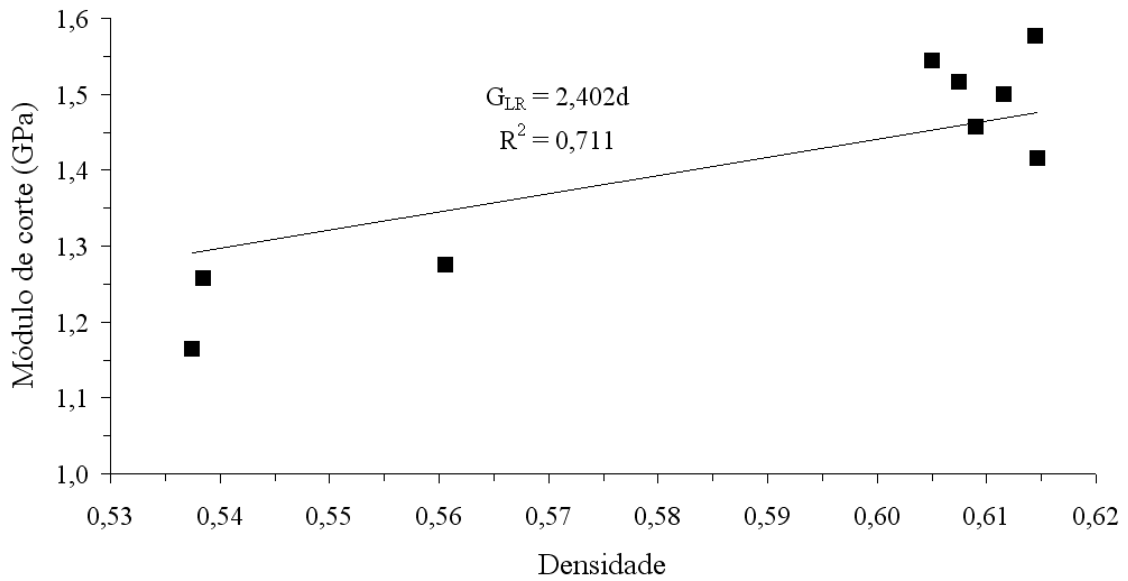


Figura 7.4: Relação módulo de corte – densidade para os provetes *LR*.

$$G_{LR}^c = G_{LR}^{12}[1 - 0,030(u - 12)], \quad (7.2)$$

em que  $G_{LR}^c$  é o módulo de corte a um determinado teor em água ( $u$ ) e  $G_{LR}^{12}$  é o módulo de corte a 12% de teor em água. Utilizando esta relação (Equação 7.2), cada valor de  $G_{LR}^c$  (Tabela 7.2) foi corrigido para o valor  $u = 12\%$ , obtendo-se um novo valor médio  $G_{LR}^c$  igual a 1,38 (GPa) com um C.V. de 11,2%. Desta forma conclui-se que a não correcção dos módulos de corte, atendendo ao teor em água de cada provete (Equação 7.2), conduz a um valor médio  $G_{LR}^c$  sobrestimado em cerca de 2,5%. Este resultado vêm reforçar o facto de que os provetes foram devidamente condicionados, antes e durante os ensaios, por forma a isolar, tanto quanto possível, a influência do teor em água no comportamento dos provetes.

Com a finalidade de validar a aplicabilidade do ensaio de Iosipescu para a caracterização do módulo de corte no plano *LR* do *Pinus Pinaster Ait.*, compararam-se na Tabela 7.3, para esta propriedade e espécie, os resultados obtidos neste ensaio e em ensaios *off-axis* [102, 130]. O ensaio *off-axis*, com provetes devidamente orientados e usando bolachas de reforço oblíquas, foi escolhido na medida em que este é um método directo para a determinação do módulo de corte [109, 110, 113].

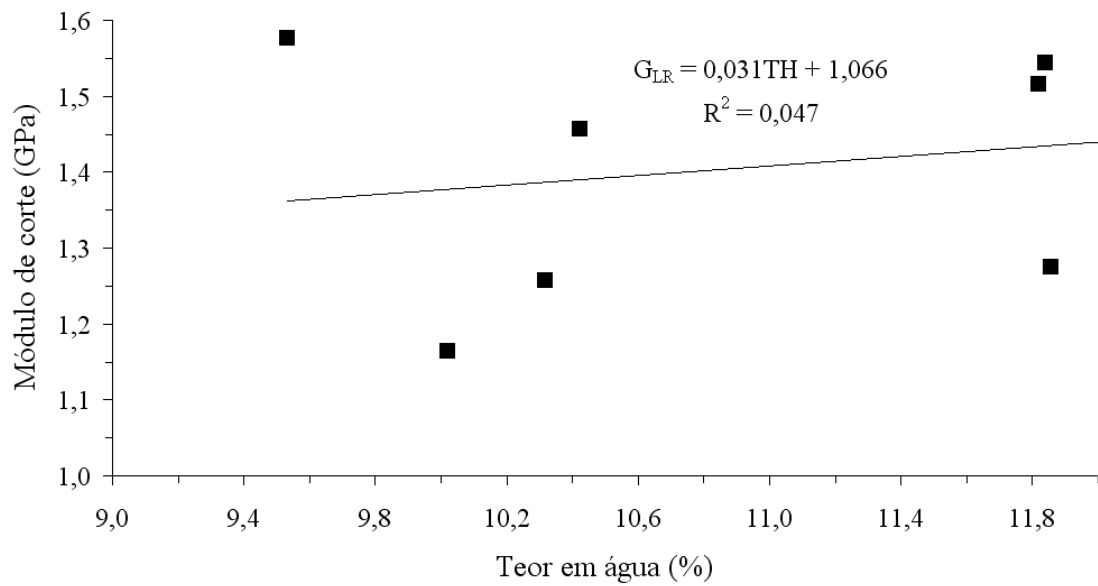


Figura 7.5: Relação módulo de corte – teor em água para os provetes *LR*.

A primeira conclusão que surge da comparação dos resultados associados aos ensaios de Iosipescu e *off-axis* (Tabela 7.3), é que a dispersão dos módulos de corte é da mesma ordem de grandeza, embora menor para os provetes *off-axis*. Esta diferença é no entanto consistente com os volumes úteis de cada provete – dado o maior volume dos provetes *off-axis* estes são menos sensíveis à heterogeneidade do material. Outra conclusão a retirar é que o valor médio de  $G_{LR}$  determinado nos ensaios de Iosipescu é superior em cerca de 26% em relação ao valor obtido nos ensaios *off-axis*. Esta diferença é também posta em evidência pela comparação dos intervalos de confiança sobre o valor das médias, a um nível de significância de 95% (Tabela 7.3). Aplicando o teste  $t$  de igualdade das médias entre duas amostras, após verificação da igualdade das variâncias, conclui-se, a um nível de significância de 95%, que a média dos módulos de corte identificados nos dois ensaios é diferente ( $t = 5,67$ ). Atendendo à correlação  $G_{LR} - d$  obtida para os provetes de Iosipescu (Figura 7.4), seria de esperar que a densidade explicasse parte desta diferença; no entanto, o valor médio e a dispersão das densidades dos provetes de Iosipescu e *off-axis* são bastante semelhantes entre si (Tabela 7.3). Pierron e Vautrin [59] observaram, para um material isotrópico (PMMA), que o valor do módulo de corte medido usando o ensaio de Iosipescu, é sistematicamente superior em cerca de 3% em relação ao valor

Tabela 7.3: Módulo de corte do *Pinus Pinaster Ait.* identificado nos ensaios de Iosipescu e *off-axis* no plano de simetria *LR*.

	Ensaio mecânico			
	Iosipescu		<i>Off-axis</i>	
	<i>d</i>	$G_{LR}$ (GPa)	<i>d</i>	$G_{LR}$ (GPa)
Média	0,589	$1,41 \pm 0,11$ <sup>1</sup>	0,582	$1,11 \pm 0,04$ <sup>1</sup>
C.V. <sup>2</sup> (%)	5,6	10,3	4,0	7,0

(1) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(2) Coeficiente de variação (C.V.).

calculado a partir das propriedades medidas em ensaios de tracção (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson). Contudo, este resultado, por si só, não explica a diferença registada no valor de  $G_{LR}$  para o *Pinus Pinaster Ait.*, obtida na comparação entre os ensaios de Iosipescu e *off-axis*. Na verdade, com base nos resultados obtidos em materiais compósitos sintéticos aplicando estes dois ensaios [49], esperar-se-ia que estes conduzissem à mesma propriedade. As razões para que este mesmo resultado não se verifique para o *Pinus Pinaster Ait.* (Tabela 7.3), são desconhecidas devendo a sua investigação figurar no trabalho futuro.

Na Figura 7.6 apresentam-se as curvas completas da tensão de corte média em função do tempo de duração do ensaio, obtidas para os provetes *LR*. Como se pode observar, existe alguma dispersão, nomeadamente no valor da tensão de corte máxima de para cada provete, ocorrendo ao longo das curvas pequenas quedas no valor da tensão de corte, correspondentes à formação de fendas.

A rotura típica dos provetes *LR* pode observa-se na Figura 7.7. À semelhança do que acontece com provetes de material compósito sintético unidireccional a  $0^\circ$  (Figura 3.24), observa-se nestes provetes (Figura 7.7), a formação inicial de duas fendas na zona de transição entre a raiz e o flanco dos entalhes, provocada por um estado combinado de tensões – tensão de corte e tensão normal transversa de tracção – com concentração (Secção 5.4.1). A propagação das fendas é instantânea até uma certa extensão (aproximadamente 11 mm), sendo retardada

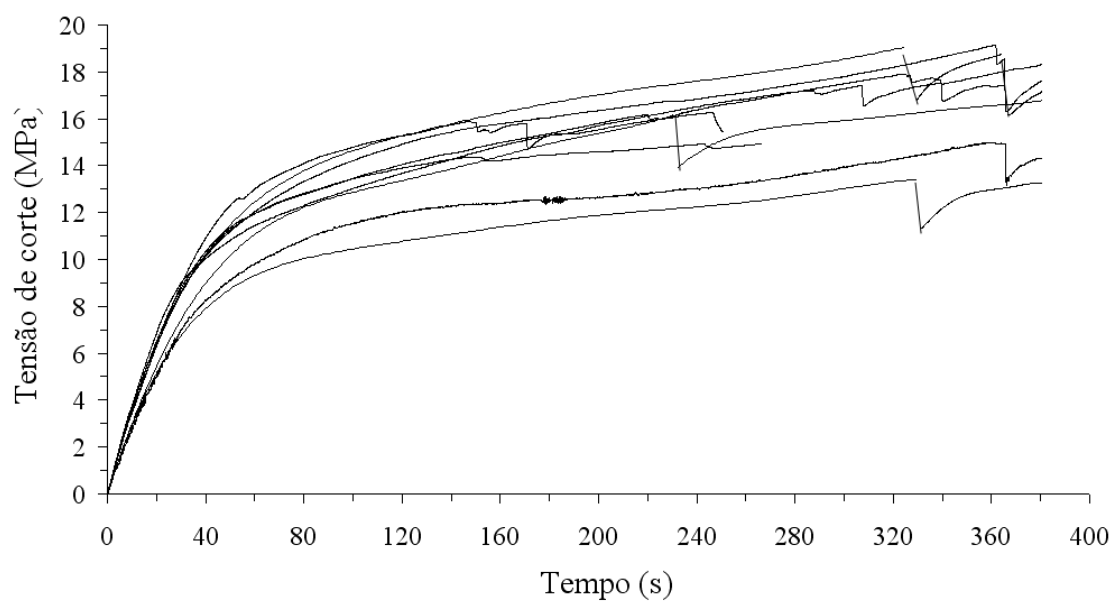


Figura 7.6: Curvas tensão de corte – tempo obtidas para os provetes *LR*.

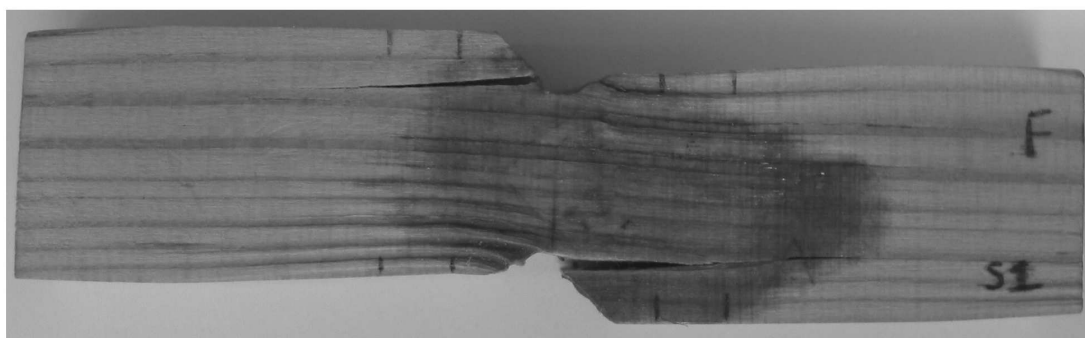


Figura 7.7: Rotura típica dos provetes *LR*.

Tabela 7.4: Tensões de corte identificadas nos provetes de Iosipescu orientados no plano  $LR$ .

Provetes	$\sigma_{LR}^{1f}$	$\sigma_{LR}^{ult}$
1	14,4	14,9
2	12,6	16,3
3	17,2	18,6
4	16,2	17,9
5	19,1	19,1
6	13,2	13,8
7	14,9	15,0
8	15,9	16,8
9	19,5	19,5
Média (MPa)	$15,9 \pm 1,9$ <sup>1</sup>	$16,9 \pm 1,6$ <sup>1</sup>
C.V. <sup>2</sup> (%)	15,2	12,1

(1) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(2) Coeficiente de variação (C.V.).

na região sob as faces de carregamento por elevadas tensões de compressão presentes nesta zona. Devido à existência de algum momento de flexão no plano, introduzido pela amarra EMSE [61, 64], tipicamente a fenda no entalhe superior ocorre primeiro do que a fenda no entalhe inferior (Figura 7.7), havendo no entanto um curto intervalo de tempo entre estas. À medida que a carga aplicada aumenta observa-se um importante esmagamento do provete, sob as suas faces de carregamento próximas do centro, sem no entanto ocorrerem roturas sucessivas na região entre entalhes, como acontece nos compósitos sintéticos (Figura 3.24). Na verdade, este esmagamento é já visível mesmo antes da ocorrência da primeira fenda. Atendendo à natureza celular da estrutura da madeira, a disposição das camadas de lenho inicial e final, neste plano em particular, grandemente contribuem para este comportamento. O provete fica assim sujeito a uma não linearidade geométrica na sua região central, devida à rotação das fibras

(Figura 7.7). É também claramente visível durante a execução do ensaio uma não linearidade devida ao contacto provete/amarra, traduzida na diminuição da área de contacto de aplicação da carga. Embora o tipo de rotura da madeira correspondente à tensão de corte média máxima não seja claro, esta ocorre na secção central do provete sob um estado combinado de tensões – tensão de corte e tensão normal transversa de compressão.

Na Tabela 7.4 apresentam-se, para os provetes  $LR$  ensaiados, as leituras da tensão de corte no momento da primeira fenda ( $\sigma_{LR}^{1f}$ ) e da tensão de corte máxima ( $\sigma_{LR}^{ult}$ ). Após se verificar a normalidade das distribuições  $\sigma_{LR}^{1f}$  e  $\sigma_{LR}^{ult}$ , pelo teste de Shapiro-Wilk (para o qual se obteve  $W = 0,951$  e  $W = 0,942$ , respectivamente), foram calculados os intervalos de confiança sobre os valores da média, a um nível de significância de 95%, usando o teste  $t$  (Tabela 7.4). Comparando as tensões  $\sigma_{LR}^{1f}$  e  $\sigma_{LR}^{ult}$  verifica-se que estas são bastante próximas entre si, diferindo em apenas 1,0 MPa.

À semelhança da análise feita para o módulo de corte, a possível influência da densidade e do teor em água nos valores de  $\sigma_{LR}^{ult}$  foi verificada e encontra-se representada, respectivamente, nas Figuras 7.8 e 7.9. Das relações obtidas é possível concluir que a densidade pode explicar 60,1% ( $r^2=0,601$ ) da variação em  $\sigma_{LR}^{ult}$ , não existindo, contudo, uma correlação significativa ( $r^2=0,036$ ) desta propriedade com o teor em água.

Vários autores [28, 61, 62] mostraram que a média dos valores de  $\sigma_6^{1f}$  não representa a verdadeira tensão de rotura por corte do material ( $S$ ), uma vez que esta não ocorre sob um estado de tensão homogéneo e de corte puro. No entanto, alguns autores [38, 61] propõem que este valor seja considerado como um limite inferior de  $S$ . Além disso, é genericamente aceite [28, 61] que a rotura prematura destes provetes de Iosipescu (na região dos entalhes) não invalida a continuidade do ensaio. É também reconhecido que o ensaio de Iosipescu não é um método directo para a determinação da tensão de rotura por corte, na medida em que a rotura final dos provetes ocorre sobre um estado de tensão que, embora aproximadamente homogéneo, é combinado – predominantemente de tensão de corte ( $\sigma_6$ ) e de tensão normais transversa de compressão ( $\sigma_2$ ) – [61, 62]. A presença de  $\sigma_2$  tende a retardar a rotura dos provetes, identificando-se, por essa razão, valores  $\sigma_6^{ult}$  sobrestimados em relação ao verdadeiro valor para  $S$  [61, 62]. Todavia, se for conhecida a lei de comportamento não linear do material será possível aceder ao estado de tensão (componente  $\sigma_2$ ) na rotura dos provetes, através da

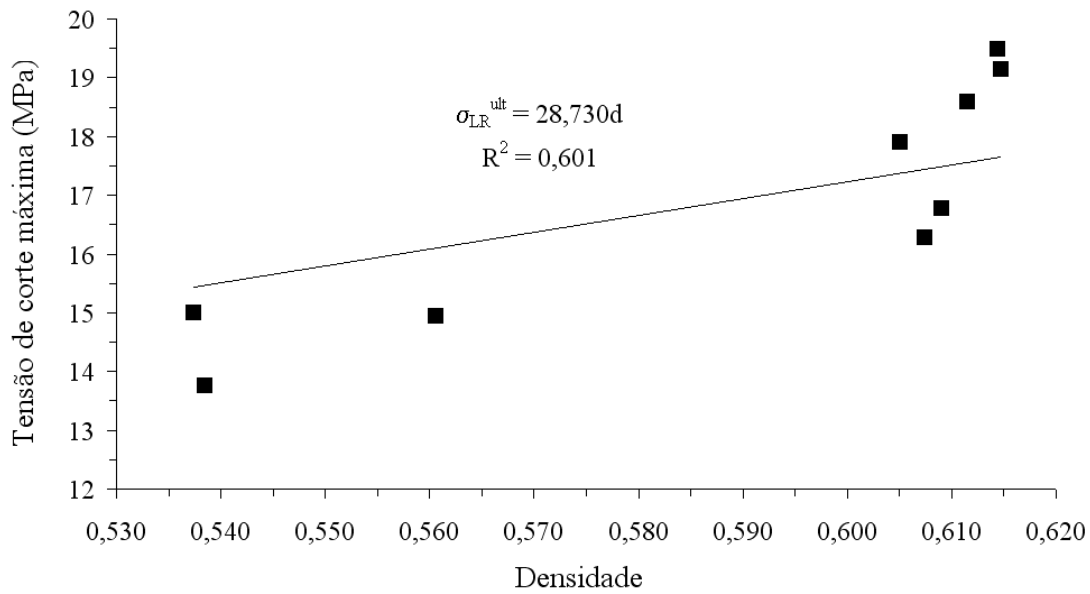


Figura 7.8: Relação tensão de corte máxima – densidade para os provetes *LR*.

análise por elementos finitos, e obter uma estimativa adequada do valor da tensão de rotura por corte, recorrendo a um critério de rotura (por exemplo, o critério de Tsai-Wu para materiais ortotrópicos [86]) [61, 62].

Uma vez que a resposta ao corte dos provetes *LR* é claramente não linear (Figuras 7.2 e 7.6), sendo desconhecida a sua lei de comportamento, não é possível aceder ao estado de tensão na rotura final deste provetes, através da análise por elementos finitos. Assim sendo, também a identificação, através de um critério de rotura adequado, de  $S_{LR}$  do *Pinus Pinaster Ait.* usando o ensaio de Iosipescu é inviabilizada.

Na Tabela 7.5 compara-se os valores das tensões de corte identificados para o *Pinus Pinaster Ait.*, nos ensaios de Iosipescu e *off-axis* [102, 130], no plano de simetria *LR*. O ensaio *off-axis* foi seleccionado uma vez que a partir deste método é possível obter uma boa estimativa do verdadeiro valor da tensão de rotura por corte, fazendo uso de um critério de rotura adequado [62].

Numa primeira análise, comparando os ensaios de Iosipescu e *off-axis* (Tabela 7.5), conclui-se que a dispersão dos valores associados a  $\sigma_{LR}^{ult}$  é semelhante em ambos e dentro dos valores esperados para um material como a madeira. Contudo, o valor médio de  $\sigma_{LR}^{ult}$  identificado nos



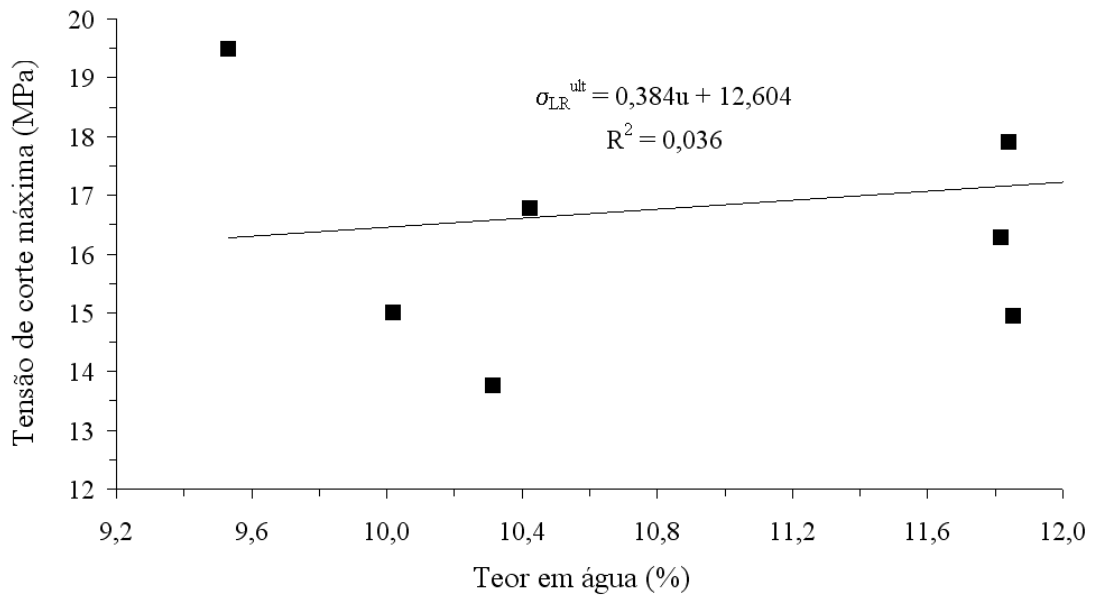


Figura 7.9: Relação tensão de corte máxima – teor em água para os provetes *LR*.

ensaios de Iosipescu é superior em 20% em relação ao valor obtido nos ensaios *off-axis*. Esta diferença é confirmada pela comparação dos intervalos de confiança sobre o valor das médias, a um nível de significância de 95% (Tabela 7.5). Além do mais, aplicando o teste *t* de igualdade das médias entre duas amostras, após verificação da homogeneidade das variâncias e a um nível de significância de 95%, conclui-se que os valores de  $\sigma_{LR}^{ult}$  identificados nos dois ensaios são diferentes ( $t = 3,70$ ).

Para um material compósito sintético T300/914, Pierron e Vautrin [62] identificaram na rotura final dos provetes de Iosipescu e *off-axis* um valor de tensão de corte máxima ( $\sigma_6^{ult}$ ), respectivamente, igual a 120 MPa e 78 MPa (uma diferença de 54%). Os autores concluíram que, em ambos os ensaios, o estado de tensão na rotura é homogêneo mas não de corte puro, existindo importantes tensões normais transversais ( $\sigma_2$ ), de compressão e de tracção, respectivamente, nos provetes de Iosipescu e *off-axis*, responsáveis pelo retardamento e aceleração das suas roturas. Os autores conseguiram no entanto obter uma boa reprodução de resultados entre os dois ensaios, no que diz respeito à interpretação da verdadeira tensão de rotura por corte do material (*S*), usando análises por elementos finitos e o critério de rotura de Tsai-Wu. Seguindo este procedimento os autores obtiveram para o ensaio de Iosipescu e *off-axis* valores de *S* de 97

Tabela 7.5: Tensões de corte identificadas nos ensaios de Iosipescu e *off-axis*, para o *Pinus Pinaster Ait.* no plano de simetria *LR*.

	Ensaio mecânico			
	Iosipescu		<i>Off-axis</i>	
	$\sigma_{LR}^{1f}$	$\sigma_{LR}^{ult}$	$\sigma_{LR}^{ult}$	$S_{LR}^1$
Média (MPa)	$15,9 \pm 1,9^2$	$16,9 \pm 1,6^2$	$14,1 \pm 0,9^2$	$16,5 \pm 1,5^2$
C.V. <sup>3</sup> (%)	15,2	12,1	12,1	16,7

(1) Tensão de rotura por corte determinada usando o critério de rotura de Tsai-Hill;

(2) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(3) Coeficiente de variação (C.V.).

MPa e 95 MPa (uma diferença de 2%), respectivamente. Os valores obtidos para  $\sigma_{LR}^{ult}$  nos ensaios de Iosipescu e *off-axis* para o *Pinus Pinaster Ait.* (Tabela 7.5), são consistentes com os resultados obtidos por Pierron e Vautrin [62].

A partir dos ensaios *off-axis* [102, 130], usando o critério de Tsai-Hill é possível identificar  $S_{LR}$  para o *Pinus Pinaster Ait.* (Tabela 7.5). Como atrás referido, este mesmo procedimento não pode ser aplicado aos resultados do ensaio de Iosipescu porque não é possível aceder ao estado de tensão no momento da rotura final dos provetes, dado que é desconhecida a lei de comportamento não linear ao corte do material. No entanto, comparando o valor de  $S_{LR}$  com os valores de  $\sigma_{LR}^{1f}$  e  $\sigma_{LR}^{ult}$ , identificados nos ensaios de Iosipescu (Tabela 7.5), conclui-se que estes são limites, inferior e superior, respectivamente, para esta propriedade. Desta forma, conclui-se que a partir do ensaio de Iosipescu é possível obter uma boa estimativa de  $S_{LR}$  para o *Pinus Pinaster Ait.* Resultados qualitativamente semelhantes foram obtidos por Odegard e Kumosa [67] para um compósito grafite/epóxico unidireccional a  $0^\circ$ , e por Yoshihara *et al.* [80], em provetes da espécie de madeira *Pinus Taeda L.* orientados no plano de simetria *LR*.

## 7.2 Provete $LT$

Na Figura 7.10 apresenta-se a informação experimental (força global aplicada e leitura dos elementos extensométricos das rosetas biaxiais) tipicamente medida nos provetes orientados no plano de simetria  $LT$  (provetes  $LT$ ). É possível verificar que, em ambas as faces do provete, as deformações lineares  $\epsilon_{+45^\circ}$  e  $\epsilon_{-45^\circ}$  não são perfeitamente simétricas. Os resultados da simulação numérica do provete  $LT$  permitem concluir que este comportamento é devido à presença de componentes de deformação linear transversa ( $\epsilon_2$ ) de compressão, na zona central do provete (Secção 5.4.2). As deformações lineares  $\epsilon_{\pm 45^\circ}^A$  e  $\epsilon_{\pm 45^\circ}^B$  são, em maior ou menor grau, diferentes, mostrando existir uma certa heterogeneidade na distribuição da carga aplicada nas faces de carregamento dos provetes, ao longo da sua espessura [49, 64].

A partir dos dados experimentais, os valores da tensão de corte média ( $\sigma_{LT}$ ) e da deformação de corte de engenharia, medida em ambas as faces ( $\epsilon_{LT}^A$ ,  $\epsilon_{LT}^B$ ), foram calculados de acordo com as Equações (3.6) e (3.7), respectivamente. Seguindo o procedimento descrito para os provetes  $LR$  (Secção 7.1), foi ainda calculada a deformação de corte de engenharia média ( $\epsilon_{LT}$ ). Na Figura 7.11 encontram-se representadas as curvas aparentes  $\sigma_{LT} - \epsilon_{LT}$ , obtidas para o conjunto de provetes  $LT$  ensaiados. Também neste plano a resposta do material contém alguma variabilidade, embora menor do que a registada nos provetes  $LR$  (Figura 7.2), e é claramente não linear. A quantificação das causas da não linearidade do comportamento ao corte dos provetes  $LT$ , à semelhança do descrito para os provetes  $LR$ , não irá ser matéria de estudo neste trabalho.

A partir do troço inicial das curvas  $\sigma_{LT} - \epsilon_{LT}$  (Figura 7.11), de acordo com o procedimento usado para os provetes  $LR$ , foram determinados os módulos de corte aparentes ( $G_{LT}^{a,A}$ ,  $G_{LT}^{a,B}$  e  $G_{LT}^a$ ) identificados em cada provete  $LT$  (Figura 7.12 e Tabela 7.6). O desvio relativo entre os módulos identificados nas duas faces dos provetes ( $G_{LT}^{a,A}$ ,  $G_{LT}^{a,B}$ ) e o seu valor médio ( $G_{LT}^a$ ), está compreendido entre 0% e 16% (Figura 7.12). Estes provetes foram preparados e seleccionados por forma a existirem alguns anéis de crescimento ao longo da sua espessura, pelo que as suas faces de carregamento são constituídas por camadas alternadamente de lenho inicial e lenho final. A uniformização da carga aplicada ao longo destas superfícies, dependerá, portanto, da percentagem relativa de ambos os tipos de lenho. Após verificação da normalidade das

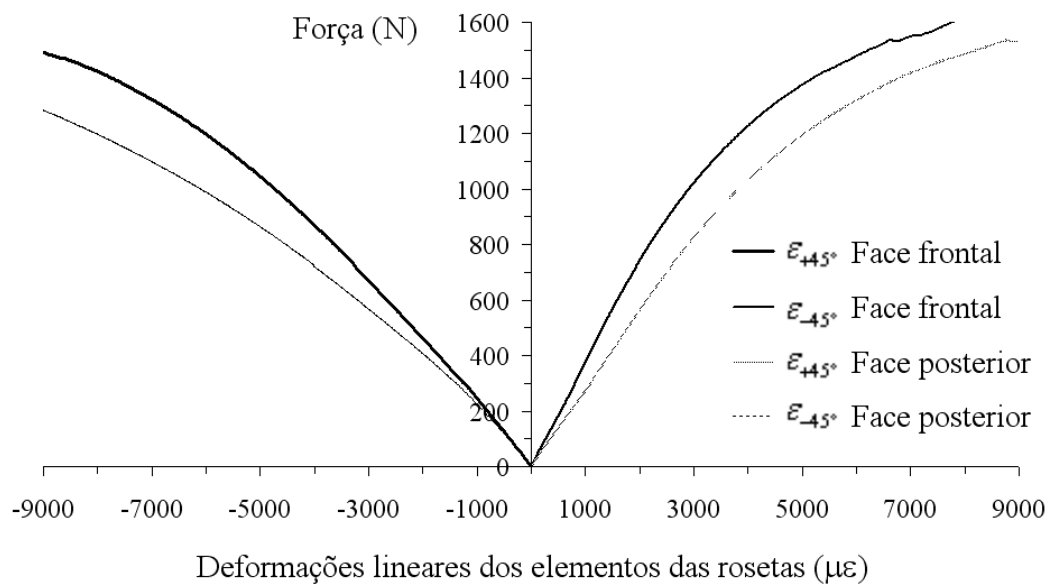


Figura 7.10: Dados experimentais tipicamente obtidos nos provetes *LT*.

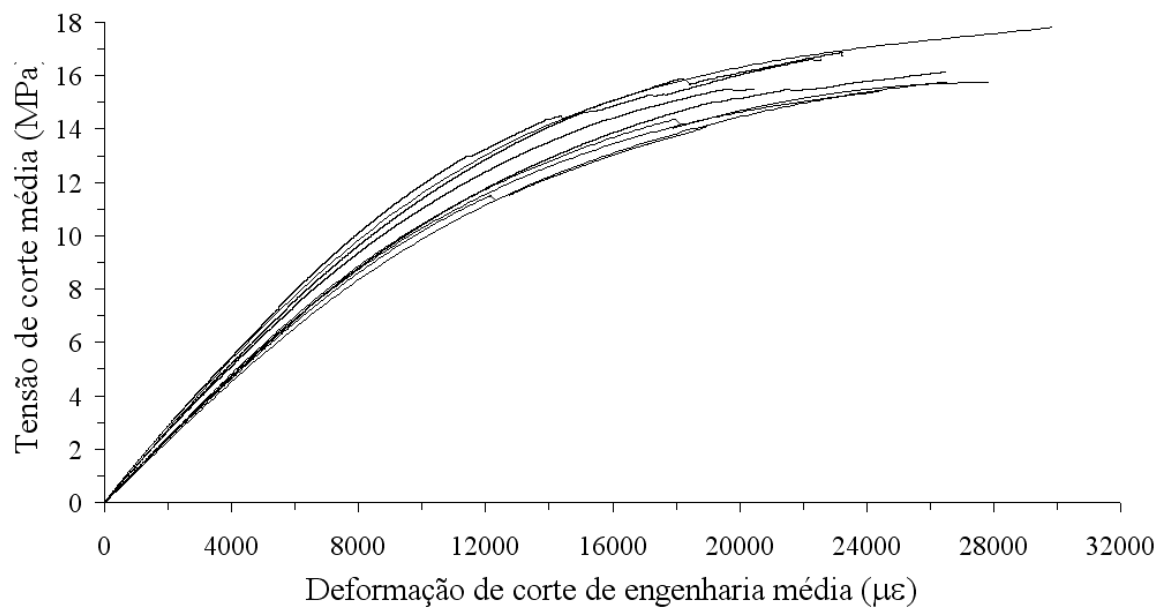


Figura 7.11: Curvas aparentes tensão de corte média – deformação de corte de engenharia média, identificadas para o conjunto de provetes *LT*.

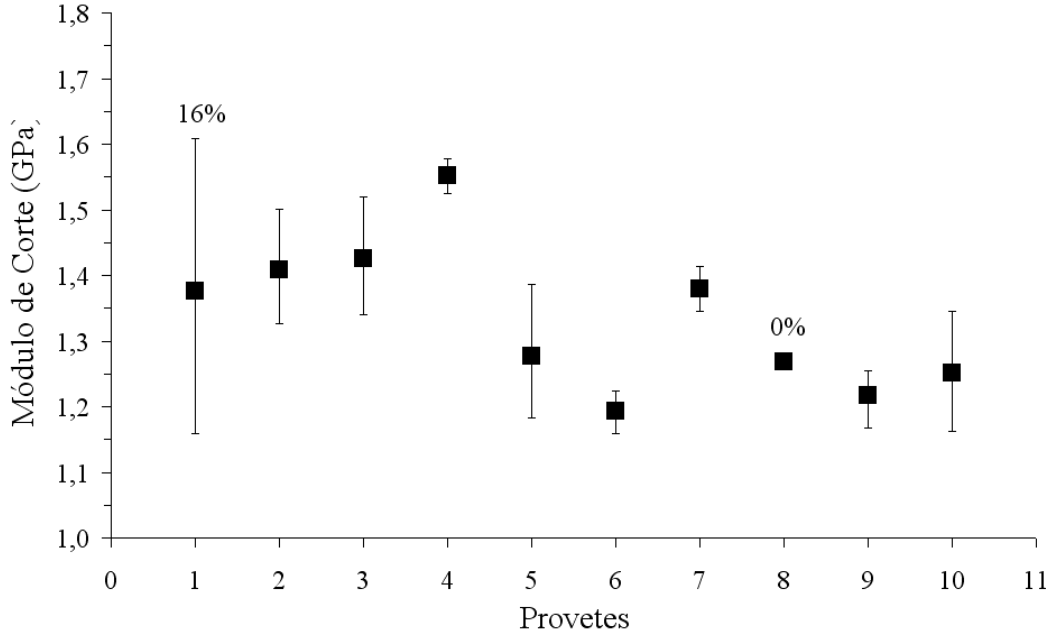


Figura 7.12: Dispersão de valores dos módulos de corte aparentes frontal, posterior e médio, para os provetes  $LT$ .

distribuições de  $G_{LT}^{a,A}$ ,  $G_{LT}^{a,B}$  e  $G_{LT}^a$  pelo teste de Shapiro-Wilk (obtendo-se respectivamente  $W = 0,892$ ,  $W = 0,961$  e  $W = 0,944$ ), foram calculados os intervalos de confiança sobre os valores das médias, a um nível de significância de 95%, usando a distribuição  $t$  (Tabela 7.6). Comparando as médias e os intervalos de confiança dos módulos de corte aparente (frontal, posterior e médio) é possível concluir que existe uma boa reprodutividade de valores. Além disso, os coeficientes de variação dos módulos de corte são semelhantes, embora menor para o  $G_{LT}^a$ , uma vez que no seu cálculo é eliminada a dispersão introduzida pela heterogeneidade da carga aplicada ao longo da espessura dos provetes [49,64].

Os módulos de corte aparentes médios ( $G_{LT}^a$ ), foram corrigidos atendendo à Equação (3.9), pelo factor global  $CS$ , calculado pela modelação por elementos finitos (Tabela 5.1). Na Tabela 7.7 mostram-se os valores do teor em água ( $u$ ), da densidade ( $d$ ) e do módulo de corte corrigido ( $G_{LT}^c$ ), identificados para os provetes  $LT$ . Após a verificação da normalidade dos valores de  $G_{LT}^c$ , pelo teste de Shapiro-Wilk ( $W = 0,944$ ), o teste  $t$  foi usado para calcular o intervalo de confiança sobre o valor da média, a um nível de significância de 95% (Tabela 7.7).

Usando o teste  $t$  de igualdade das média entre duas amostras, após verificação da homogeneidade das variâncias, conclui-se que  $G_{LT}^a$  (Tabela 7.6) e  $G_{LT}^c$  (Tabela 7.7) não são iguais

Tabela 7.6: Módulos de corte aparentes frontal, posterior e médio para os provetes  $LT$ .

Provetes	$G_{LT}^{a,A}$	$G_{LT}^{a,B}$	$G_{LT}^a$
1	1,61	1,16	1,38
2	1,33	1,50	1,41
3	1,52	1,34	1,43
4	1,53	1,58	1,55
5	1,18	1,39	1,29
6	1,16	1,22	1,19
7	1,35	1,41	1,38
8	1,26	1,27	1,27
9	1,25	1,17	1,21
10	1,16	1,35	1,25
Média (GPa)	$1,33 \pm 0,12$ <sup>1</sup>	$1,34 \pm 0,10$ <sup>1</sup>	$1,34 \pm 0,08$ <sup>1</sup>
C.V. <sup>2</sup> (%)	12,2	10,3	8,5

(1) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(2) Coeficiente de variação (C.V.).

a um nível de significância de 95%, mas que pertencem à mesma população a um nível de significância de 99% ( $t = 2,37$ ).

Nas Figuras 7.13 e 7.14 apresentam-se, respectivamente, as relações módulo de corte – densidade e módulo de corte – teor em água, obtidas para os provetes  $LT$ . Destas relações é possível concluir que não existe uma correlação significativa ( $r^2=0,255$  e  $r^2=0,371$ , respectivamente), neste plano, entre estas grandezas. Usando uma relação semelhante à Equação 7.2 para os provetes  $LT$  [6] e recalculando os valores do módulo de corte para 12% de teor em água, obtém-se um valor médio  $G_{LT}^c$  igual a 1,19 (GPa) com um C.V. de 9,5%. Ou seja, não considerando a correcção dos módulo de corte pelo teor em água, identifica-se, para os provetes ensaiados, um valor de  $G_{LT}^c$  sobrestimado em 2,3%.

Na Tabela 7.8 estão resumidos os resultados para o módulo de corte do *Pinus Pinaster*

Tabela 7.7: Teor em água ( $u$ ), densidade ( $d$ ) e módulo de corte corrigido ( $G_{LT}^c$ ) obtidos para os provetes  $LT$ .

Provetes	$u$ (%)	$d$	$G_{LT}^c$ (GPa)
1	11,7	0,603	1,26
2	11,7	0,595	1,29
3	11,7	0,590	1,31
4	11,5	0,599	1,42
5	11,4	0,592	1,17
6	10,8	0,581	1,09
7	10,6	0,606	1,26
8	11,3	0,556	1,16
9	10,8	0,574	1,11
10	10,5	0,593	1,15
Média	11,2	0,589	$1,22 \pm 0,07$ <sup>1</sup>
C.V. <sup>2</sup> (%)	4,5	2,6	8,5

(1) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(2) Coeficiente de variação (C.V.).

*Ait.* identificados nos ensaios de Iosipescu e *off-axis* [102, 130], no plano de simetria  $LT$ . À semelhança do que foi feito para os provetes  $LR$ , também no plano  $LT$  o ensaio *off-axis* foi usado para verificar a aplicabilidade do ensaio de Iosipescu na caracterização do valor de  $G_{LT}$  para a madeira de *Pinus Pinaster Ait.* Comparando os resultados em termos de  $G_{LT}$  obtidos nestes dois ensaios (Tabela 7.8), conclui-se que:

- (i) a dispersão de valores é da mesma ordem de grandeza, embora seja ligeiramente inferior nos provetes *off-axis*, dado que, pelo seu maior volume, estes têm menor sensibilidade à heterogeneidade do material;
- (ii) o valor médio do  $G_{LT}$  determinado nos ensaios de Iosipescu é superior em cerca de 17%

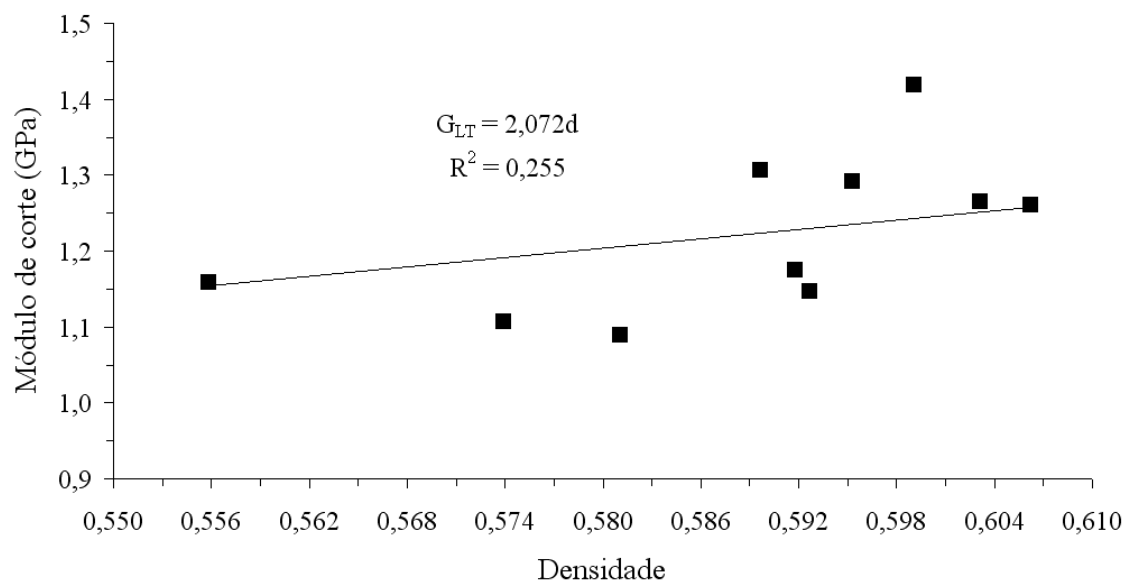


Figura 7.13: Relação módulo de corte – densidade para os provetes *LT*.

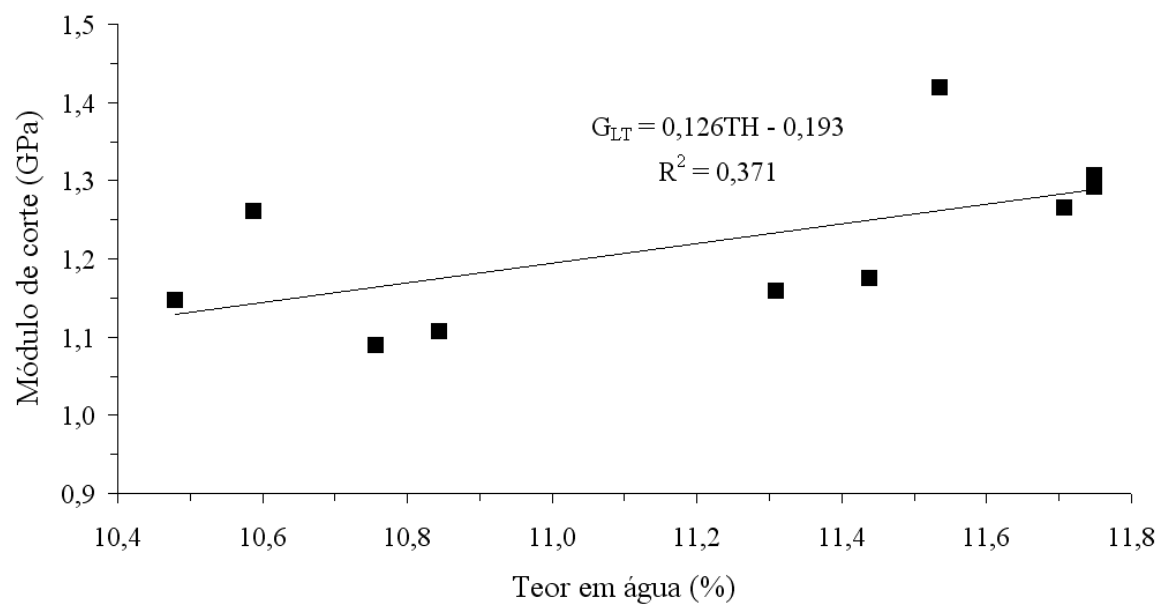


Figura 7.14: Relação módulo de corte – teor em água para os provetes *LT*.



Tabela 7.8: Módulo de corte do *Pinus Pinaster Ait.* identificado nos ensaios de Iosipescu e *off-axis* no plano de simetria  $LT$ .

	Ensaio mecânico			
	Iosipescu		<i>Off-axis</i>	
	$d$	$G_{LT}$ (GPa)	$d$	$G_{LT}$ (GPa)
Média	0,589	$1,22 \pm 0,07$ <sup>1</sup>	0,538	$1,04 \pm 0,05$ <sup>1</sup>
C.V. <sup>2</sup> (%)	2,6	8,5	4,0	8,1

(1) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(2) Coeficiente de variação (C.V.).

em relação ao valor obtido nos ensaios *off-axis*;

- (iii) recorrendo ao teste  $t$  de igualdade das médias entre duas amostras, após verificação da homogeneidade das variâncias, conclui-se, a um nível de significância de 95%, que os valores de  $G_{LT}$  obtidos nos dois ensaios são diferentes ( $t = 4,67$ );
- (iv) também neste plano o valor das densidades dos provetes não explica a diferença entre os módulos determinados nos dois ensaios.

De forma semelhante às conclusões retiradas na comparação dos módulos de corte dos provetes  $LR$ , identificados nos ensaios de Iosipescu e *off-axis* (Secção 7.1), não se conhece a razão da diferença nos módulos  $G_{LT}$  obtida entre os dois ensaios. Estas razões deveram ser analisadas em trabalho futuro.

Nas Figura 7.15 e 7.16 apresentam-se, respectivamente, as curvas da tensão de corte média em função do tempo e a rotura típica dos provetes  $LT$ . As considerações (qualitativas) feitas sobre a rotura dos provetes  $LR$  são igualmente válidas para a rotura destes provetes. Efectivamente, a rotura dos provetes  $LT$  ocorre inicialmente na vizinhança da raiz dos entalhes com a formação de duas fendas, uma a seguir à outra, de forma semelhante ao observado para os provetes  $LR$  (Figura 7.7). Embora menos pronunciado em comparação com os provetes  $LR$ , os provetes  $LT$  sofrem igualmente um esmagamento local na vizinhança das faces de carregamento

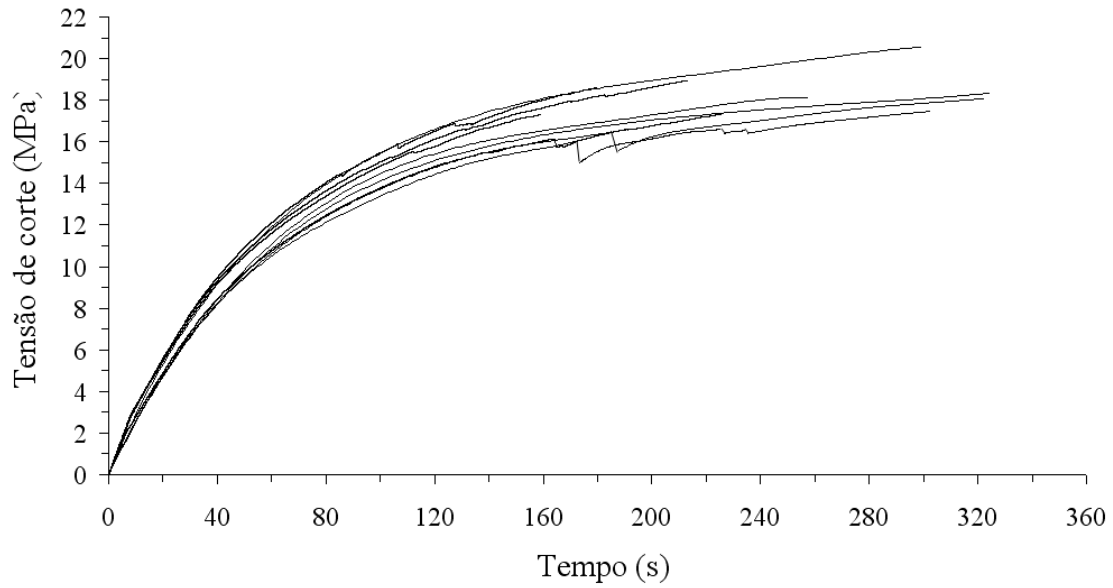


Figura 7.15: Curvas tensão de corte – tempo obtidas para os provetes *LT*.

próximas dos entalhes, observando-se na região central uma não linearidade geométrica devida à rotação das fibras (Figura 7.16).

Na Tabela 7.9 registam-se as leituras, obtidas para todos os provetes *LT* ensaiados, da tensão de corte média no momento da primeira fenda ( $\sigma_{LT}^{1f}$ ) – que ocorre sob um estado de tensões combinado, de tensão de corte e tensão normal transversa de tracção, com concentração de tensões – e a tensão de corte média máxima ( $\sigma_{LT}^{ult}$ ) – que ocorre sob um estado combinado de tensão de corte e tensão normal transversa de compressão. Após verificação da normalidade das distribuições  $\sigma_{LT}^{1f}$  e  $\sigma_{LT}^{ult}$ , pelo teste de Shapiro-Wilk ( $W = 0,833$  e  $W = 0,919$ , respectivamente), conclui-se que apenas os valores de  $\sigma_{LT}^{ult}$  seguem uma distribuição normal, pelo que só para estes foi calculado, usando o teste *t*, o intervalo de confiança sobre o valor da média, a um nível de significância de 95% (Tabela 7.9). À semelhança da observação feita para os provetes *LR*, a diferença registada entre  $\sigma_{LT}^{1f}$  e  $\sigma_{LT}^{ult}$  é relativamente pequena, igual a 2,2 MPa.

Nas Figuras 7.17 e 7.18 apresenta-se a influência da densidade e do teor em água nos valores de  $\sigma_{LT}^{ult}$ , respectivamente. Das correlações obtidas ( $r^2=0,106$ ,  $r^2=0,221$ , respectivamente) conclui-se, para os provetes ensaiados, que nem a densidade nem o teor em água influenciam significativamente os valores de  $\sigma_{LT}^{ult}$ .

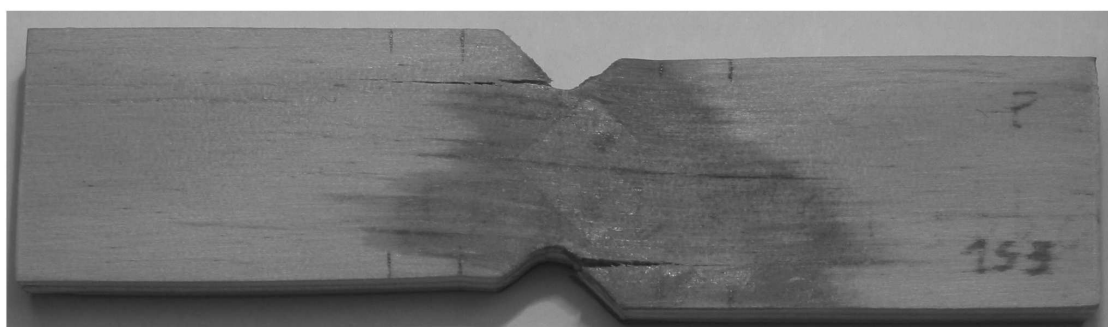


Figura 7.16: Rotura típica dos provetes  $LT$ .

Tabela 7.9: Tensões de corte identificadas nos provetes de Iosipescu orientados no plano  $LT$ .

Provetes	$\sigma_{LT}^{1f}$	$\sigma_{LT}^{ult}$
1	15,4	16,6
2	14,7	19,0
3	15,5	17,3
4	14,5	18,6
5	16,1	17,3
6	16,5	18,1
7	19,1	20,6
8	16,0	17,5
9	14,7	18,1
10	16,1	18,1
Média (MPa)	15,9 <sup>1</sup>	18,1 $\pm$ 0,8 <sup>2</sup>
C.V. <sup>3</sup> (%)	8,4	6,1

(1) Estes valores não seguem uma distribuição Normal (teste de Shapiro-Wilk);

(2) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(3) coeficiente de variação (C.V.).

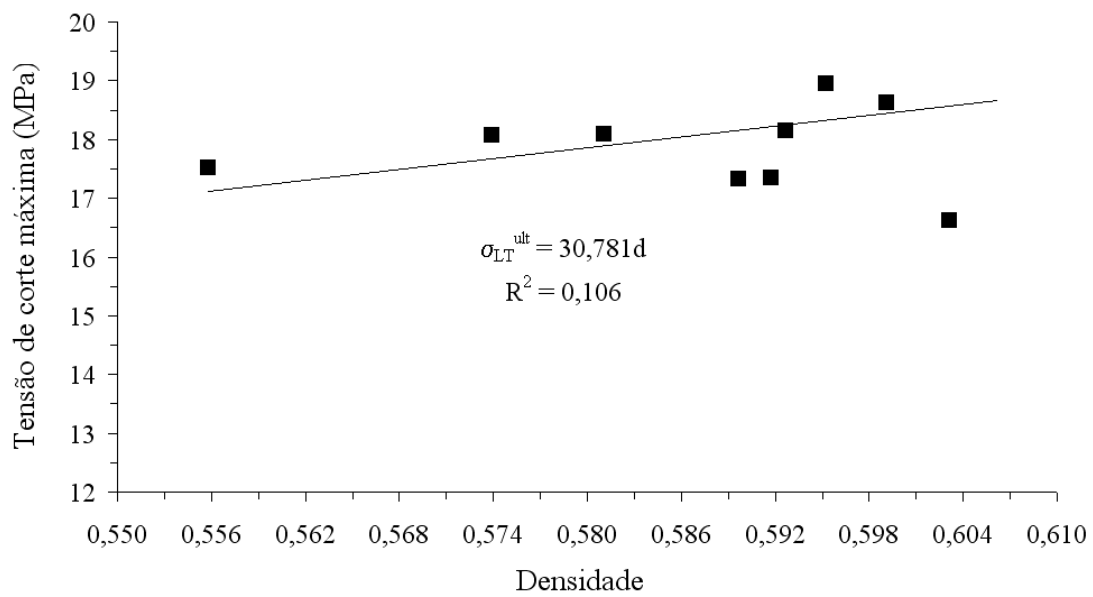


Figura 7.17: Relação tensão de corte média máxima – densidade para os provetes *LT*.

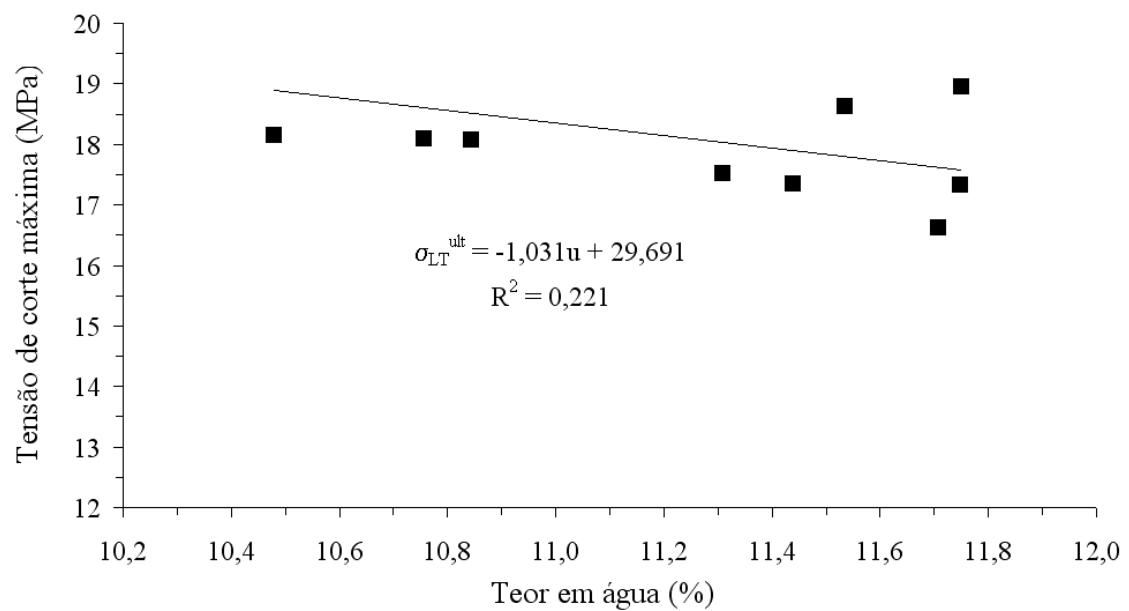


Figura 7.18: Relação tensão de corte média máxima – teor em água para os provetes *LT*.

Tabela 7.10: Tensões de corte identificadas nos ensaios de Iosipescu e *off-axis*, para o *Pinus Pinaster Ait.* no plano de simetria *LT*.

	Ensaio mecânico			
	Iosipescu		<i>Off-axis</i>	
	$\sigma_{LT}^{1f}$	$\sigma_{LT}^{ult}$	$\sigma_{LT}^{ult}$	$S_{LT}^1$
Média (MPa)	15,9	$18,1 \pm 0,8$	$14,0 \pm 0,8$	$16,6 \pm 1,0$
C.V. <sup>3</sup> (%)	8,4	6,1	9,5	10,9

(1) Tensão de rotura por corte determinada usando o critério de rotura de Tsai-Hill;

(2) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(3) Coeficiente de variação (C.V.).

Com a finalidade de investigar a aplicabilidade do ensaio de Iosipescu na identificação da tensão de rotura por corte do *Pinus Pinaster Ait.*, no plano de simetria *LT*, apresenta-se na Tabela 7.10 os resultados das tensões de corte médias obtidas, para esta espécie, usando este ensaio e o ensaio *off-axis* [102, 130]. Da comparação de resultados entre os dois ensaios pode concluir-se que:

- (i) a dispersão de valores é da mesma ordem de grandeza, embora ligeiramente superior para os provetes *off-axis*;
- (ii) o valor médio  $\sigma_{LT}^{ult}$  identificado nos ensaios de Iosipescu é superior em cerca de 29% em relação ao valor medido nos ensaios *off-axis*;
- (iii) de acordo com o teste *t* de igualdade de médias entre duas amostras, após verificação da homogeneidade das variâncias e a um nível de significância de 95%, conclui-se que os valores de  $\sigma_{LT}^{ult}$  associados aos dois ensaios não pertencem à mesma população ( $t = 7,95$ );
- (iv) usando o ensaio *off-axis* foi possível identificar, a partir das componentes da tensão na rotura escritas no referencial de simetria material, o valor da tensão de rotura por corte do *Pinus Pinaster Ait.* ( $S_{LT}$ ), recorrendo ao critério de rotura de Tsai-Hill [102, 130]

(Tabela 7.10). De igual forma ao descrito para os provetes de Iosipescu no plano  $LR$ , a rotura dos provetes  $LT$  embora creiamos que ocorra sob um estado de tensão praticamente homogéneo [28, 31, 38, 61, 62] este não é de corte puro; pelo que, para a correcta identificação de  $S_{LT}$  usando o ensaio de Iosipescu, é necessário usar um critério de rotura que leve em consideração o papel de cada componente de tensão relevante na resposta dos provetes. Contudo, a única forma de aceder ao estado de tensão na rotura final dos provetes de Iosipescu é por simulação numérica, e para tal é necessário conhecer a lei de comportamento não linear ao corte do material neste plano. Uma vez que esta lei é desconhecida para o *Pinus Pinaster Ait.* a identificação de  $S_{LT}$  pelo ensaio de Iosipescu não é possível;

- (v) Seja como for, comparando a média dos valores de  $\sigma_{LT}^{1f}$  e  $\sigma_{LT}^{ult}$ , determinadas nos ensaios de Iosipescu, com o valor de  $S_{LT}$  calculado nos ensaios *off-axis* (Tabela 7.10), é possível concluir que estes são limites, respectivamente, inferior e superior, para esta propriedade. Pelo que, o ensaio de Iosipescu fornece uma estimativa aproximada da verdadeira tensão de rotura por corte do *Pinus Pinaster Ait.* no plano  $LT$ , directamente a partir dos resultados experimentais.

### 7.3 Provetes $RT$

Para os provetes orientados no plano de simetria  $RT$  (provetes  $RT$ ), mostra-se na Figura 7.19 a informação experimental tipicamente medida (força global aplicada em função das deformações lineares das rosetas biaxiais). Neste plano, as deformações lineares  $\epsilon_{\pm 45^\circ}$ , em ambas as faces do provete, são razoavelmente simétricas entre si. De acordo com a simulação numérica do provete  $RT$ , este resultado deve-se ao facto das deformações lineares transversais ( $\epsilon_2$ ) de compressão, na região central entre entalhes, serem menos importante (comparativamente à componente  $\epsilon_6$ ), dada a baixa razão de ortotropia do provete neste plano (Secção 5.4.3). De igual forma, as deformações lineares medidas em ambas as faces do provete,  $\epsilon_{\pm 45^\circ}^A$  e  $\epsilon_{\pm 45^\circ}^B$ , são distintas, em maior ou menor grau, mostrando poder haver alguma heterogeneidade na distribuição da carga aplicada ao longo da espessura destes provetes [49, 64].

A tensão de corte média ( $\sigma_{RT}$ ) e as deformações de corte de engenharia, frontal ( $\epsilon_{RT}^A$ )

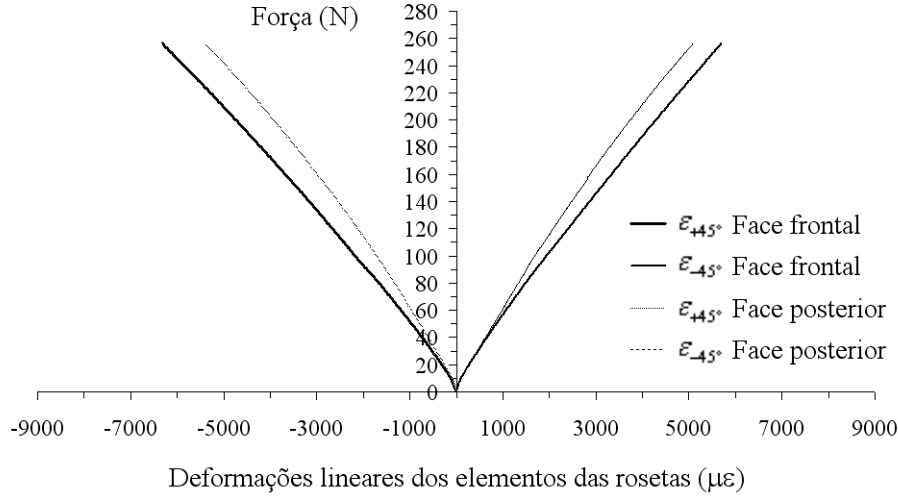


Figura 7.19: Dados experimentais tipicamente obtidos nos provetes  $RT$ .

posterior ( $\epsilon_{RT}^B$ ) e média ( $\epsilon_{RT}$ ), foram determinadas, a partir da informação experimental, de acordo com o procedimento usado para os provetes  $LR$  e  $LT$ . A evolução das curvas aparentes  $\sigma_{RT} - \epsilon_{RT}$ , obtidas para o conjunto de provetes  $RT$  ensaiados, apresenta-se na Figura 7.20. Como se pode observar existe alguma dispersão no comportamento ao corte dos provetes, com alguma não linearidade, havendo claramente dois grupos com tensões de corte máxima bem distintas. Este último aspecto será explorado com detalhe mais à frente.

Os módulos de corte aparentes identificado em cada provete  $RT$  ( $G_{RT}^{a,A}$ ,  $G_{RT}^{a,B}$  e  $G_{LR}^a$ ) foram determinados de acordo com o procedimento usado para os provetes  $LR$  e  $LT$ . A dispersão dos valores dos módulos identificados em cada uma das face dos provetes ( $G_{RT}^{a,A}$  e  $G_{RT}^{a,B}$ ), em relação ao seu valor médio ( $G_{LR}^a$ ), é mais ou menos aleatória, estando compreendida entre 5% e 19% (Figura 7.21). Na Tabela 7.11 apresentam-se os valores dos módulos de corte aparentes ( $G_{RT}^{a,A}$ ), ( $G_{RT}^{a,B}$ ) e ( $G_{RT}^a$ ). Após verificação da normalidade destas distribuições pelo teste de Shapiro-Wilk ( $W = 0,818$ ,  $W = 0,949$  e  $W = 0,951$ , respectivamente), calcularam-se os intervalos de confiança a um nível de significância de 95% (Tabela 7.11). Conclui-se através dos valores das médias que, tomadas apenas as medições numa das faces do provete, frontal ou posterior, identifica-se um módulo de corte aparente subestimado e sobrestimado, respectivamente, em cerca de 1,33% em relação ao valor médio entre as duas medições. Contudo, no caso das medições tomadas na face frontal existe uma elevada dispersão de resultados (C.V.=27,2%).

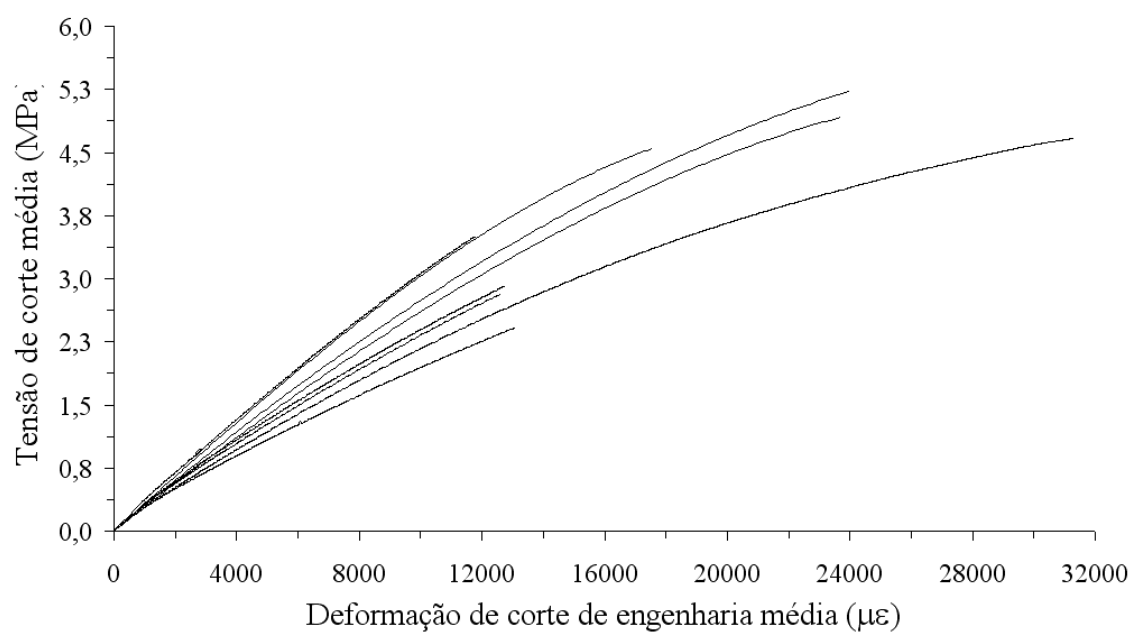


Figura 7.20: Curvas aparentes tensão de corte média – deformação de corte de engenharia média, identificadas para o conjunto de provetes *RT*.

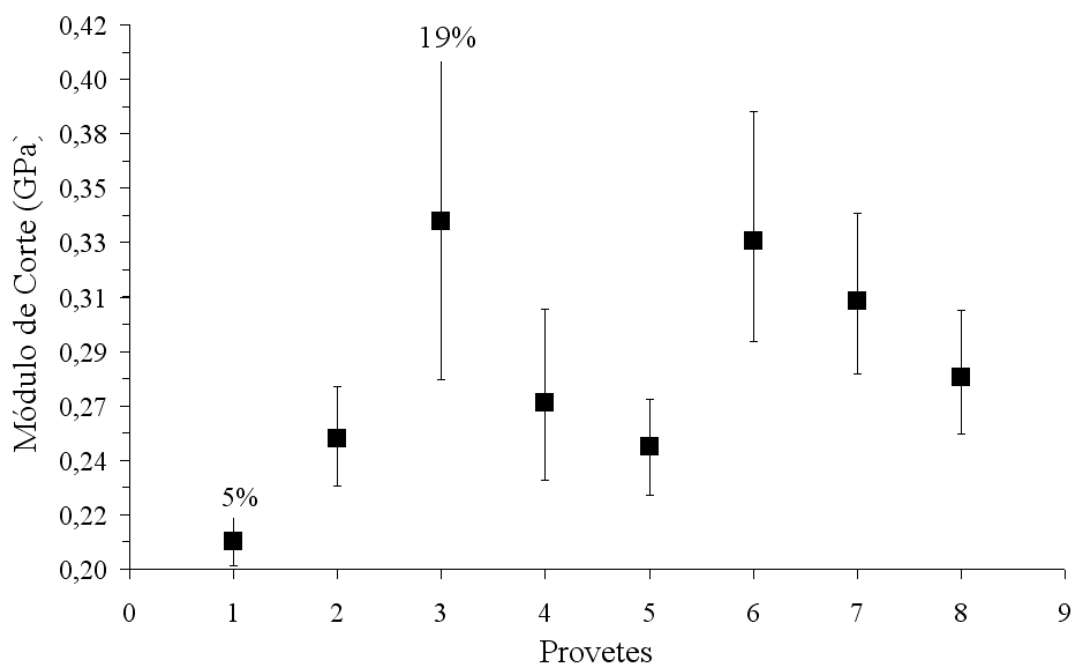


Figura 7.21: Dispersão de valores dos módulos de corte aparentes frontal, posterior e médio, para os provetes *RT*.



Tabela 7.11: Módulos de corte aparentes frontal, posterior e médio para os provetes  $RT$ .

Provetes	$G_{RT,A}^a$	$G_{RT,B}^a$	$G_{RT}^a$
1	0,201	0,221	0,211
2	0,234	0,274	0,254
3	0,405	0,277	0,341
4	0,236	0,305	0,271
5	0,230	0,269	0,249
6	0,385	0,292	0,338
7	0,279	0,344	0,311
8	0,255	0,305	0,280
Média (GPa)	$0,278 \pm 0,063$ <sup>1</sup>	$0,286 \pm 0,030$ <sup>1</sup>	$0,282 \pm 0,038$ <sup>1</sup>
C.V. <sup>2</sup> (%)	27,2	12,4	16,2

(1) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(2) Coeficiente de variação (C.V.).

Seja como for, a consideração do valor médio entre as duas medições elimina a dispersão de resultados devida à heterogeneidade do carregamento ao longo da espessura dos provetes [49,64].

Os módulos de corte aparentes médios dos provetes  $RT$  ( $G_{LR}$ ), foram corrigidos atendendo à Equação (3.9), pelo factor global  $CS$ , calculado pela análise por elementos finitos (Tabela 5.1). Na Tabela 7.12 apresentam-se os valores do teor em água ( $u$ ), da densidade ( $d$ ) e do módulo de corte corrigido ( $G_{RT}^c$ ), identificados para estes provetes. Após a verificação da normalidade da distribuição dos valores de  $G_{RT}^c$ , pelo teste de Shapiro-Wilk ( $W = 0,951$ ), o teste  $t$  foi usado para calcular o intervalo de confiança sobre o valor da média, a um nível de significância de 95% (Tabela 7.12).

Comparando a média dos valores  $G_{RT}^a$  (Tabela 7.11) e  $G_{RT}^c$  (Tabela 7.12), usando o teste  $t$ , após verificação da igualdade das variâncias, conclui-se, a um nível de significância de 95%, que estas propriedades são iguais ( $t = 0,25$ ). Este resultado tinha sido já antecipado na análise por elementos finitos do provete  $RT$ , na qual se obteve um factor de correcção global  $CS$

Tabela 7.12: Teor em água ( $u$ ), densidade ( $d$ ) e módulo de corte corrigido ( $G_{RT}^c$ ) obtidos para os provetes  $RT$ .

Provetes	$u$ (%)	$d$	$G_{RT}^c$ (GPa)
1	11,3	0,542	0,216
2	11,6	0,551	0,259
3	11,7	0,559	0,348
4	11,7	0,556	0,276
5	12,1	0,548	0,254
6	10,2	0,622	0,345
7	9,8	0,622	0,318
8	11,4	0,623	0,285
Média	11,2	0,578	$0,288 \pm 0,039$ <sup>1</sup>
C.V. <sup>2</sup> (%)	7,2	6,5	16,2

(1) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(2) Coeficiente de variação (C.V.).

praticamente unitário (Secção 5.7).

Nas Figuras 7.22 e 7.23 apresentam-se, respectivamente, as relações módulo de corte – densidade e módulo de corte – teor em água, para os provetes  $RT$  ensaiados. Destas relações é possível concluir que não existe uma correlação significativa (respectivamente,  $r^2=0,307$  e  $r^2=0,217$ ) entre estas grandezas. Usando uma relação semelhante à Equação 7.2 para os provetes  $RT$  [6] e recalculando os valores do módulo de corte para  $u = 12\%$ , chega-se a um valor médio  $G_{RT}^c$  igual a 0,281 (GPa) com C.V. de 15,3%. Conclui-se, à semelhança dos provetes  $LR$  e  $LT$ , que a não correcção do valor dos módulos de corte atendendo ao teor em água de cada provete, conduz à identificação, para os provetes ensaiados, de um valor  $G_{RT}^c$  sobrestimado em cerca de 2,5%. Este resultado põe em evidência a pequena influência do teor em água na variabilidade dos valores de  $G_{RT}^c$ .

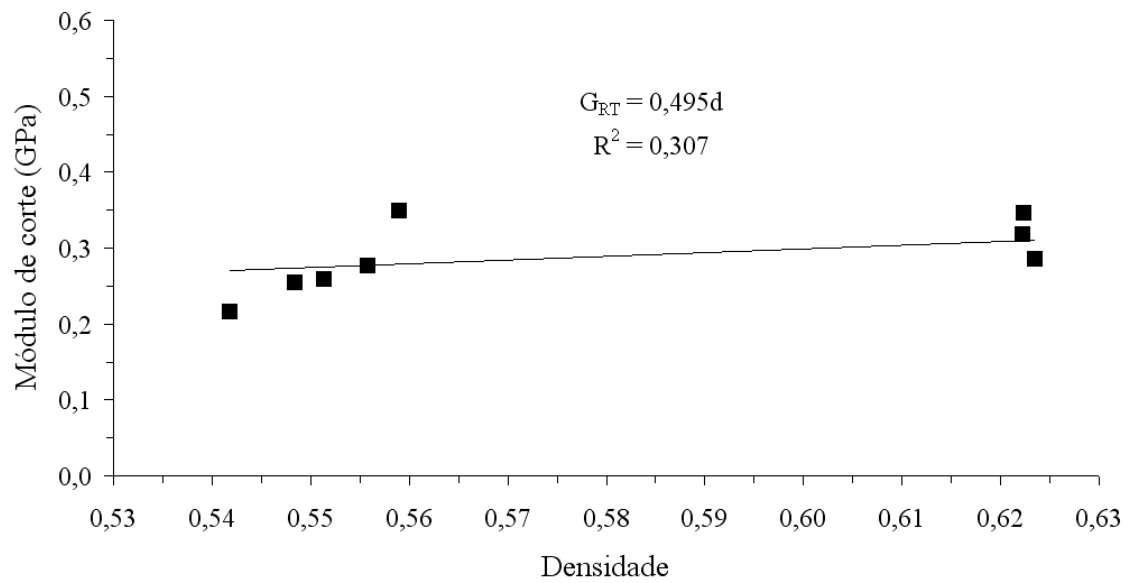


Figura 7.22: Relação módulo de corte – densidade para os provetes *RT*.

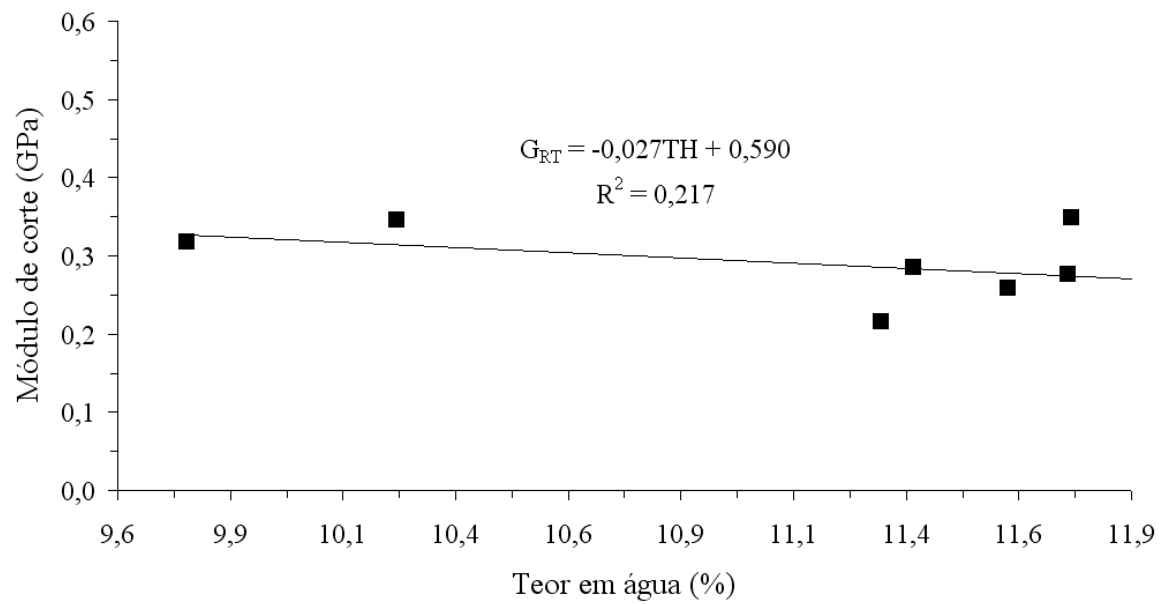


Figura 7.23: Relação módulo de corte – teor em água para os provetes *RT*.

Tabela 7.13: Módulo de corte do *Pinus Pinaster Ait.* identificado nos ensaios de Iosipescu e de Arcan, no plano de simetria  $RT$ .

	Ensaio de corte			
	Iosipescu		Arcan	
	$d$	$G_{RT}$ (GPa)	$d$	$G_{RT}$ (GPa)
Média	0,578	$0,288 \pm 0,039$ <sup>1</sup>	0,650	$0,229 \pm 0,035$ <sup>1</sup>
C.V. <sup>2</sup> (%)	6,5	16,2	5,9	24,0

(1) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(2) Coeficiente de variação (C.V.).

Com a finalidade de averiguar a aplicabilidade do ensaio de Iosipescu na caracterização do módulo de corte do *Pinus Pinaster Ait.*, no plano de simetria  $RT$ , compararam-se na Tabela 7.13 os valores obtidos neste ensaio com os do ensaio de Arcan [103]. O ensaio de Arcan foi escolhido porque neste plano não é possível aplicar o ensaio *off-axis*, para a caracterização do comportamento ao corte da madeira, devido à dificuldade na manufactura dos provetes, bem como à sua baixa razão de ortotropia [130]. Por outro lado, não existem ensaios normalizados previstos para a caracterização do comportamento ao corte da madeira maciça no plano de  $RT$  [6].

Comparando os resultados em termos do  $G_{RT}$  obtidos nos ensaios de Iosipescu e de Arcan (Tabela 7.13), conclui-se que:

- (i) a dispersão de valores é superior nos ensaios de Arcan, em relação à obtida nos ensaios de Iosipescu em cerca de 48%;
- (ii) o valor médio do  $G_{RT}$  determinado nos ensaios de Iosipescu é superior em cerca de 20% em relação ao valor obtido nos ensaios de Arcan;
- (iii) de acordo com o teste  $t$  de igualdade das médias entre duas amostras, após verificação da homogeneidade das variâncias, conclui-se que os valores de  $G_{LT}$  obtidos nos dois ensaios são diferentes para um nível de significância de 95%, mas iguais a um nível de significância

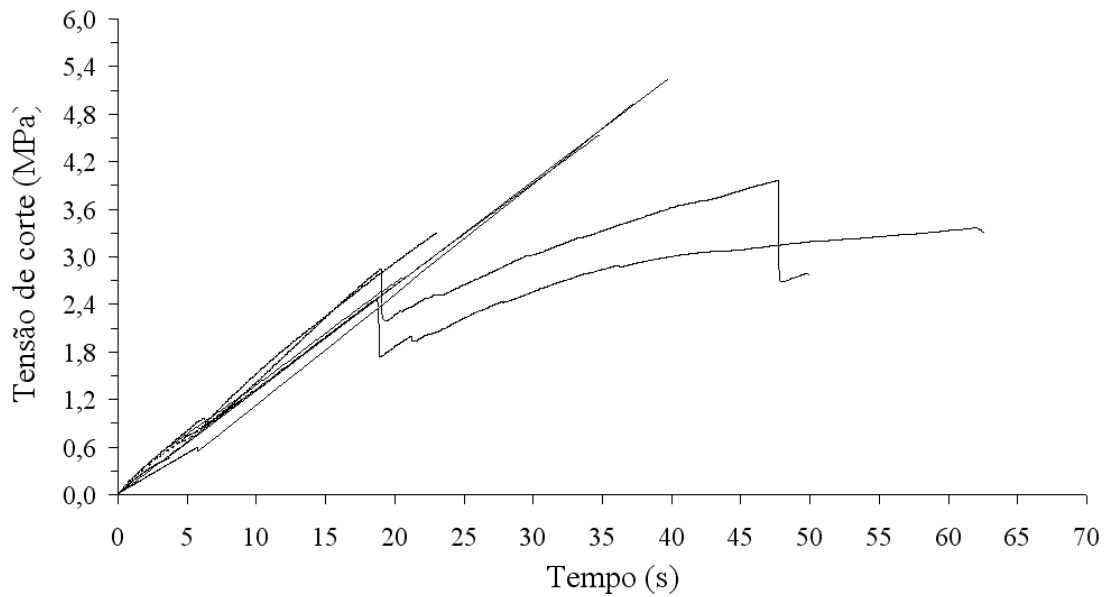
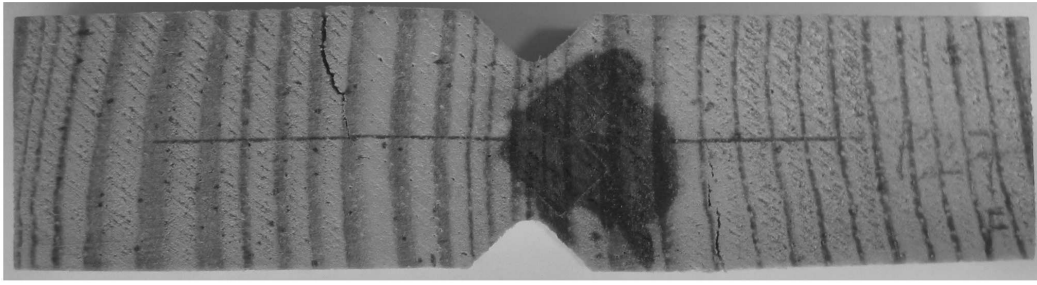


Figura 7.24: Curvas tensão de corte – tempo obtidas para os provetes *RT*.

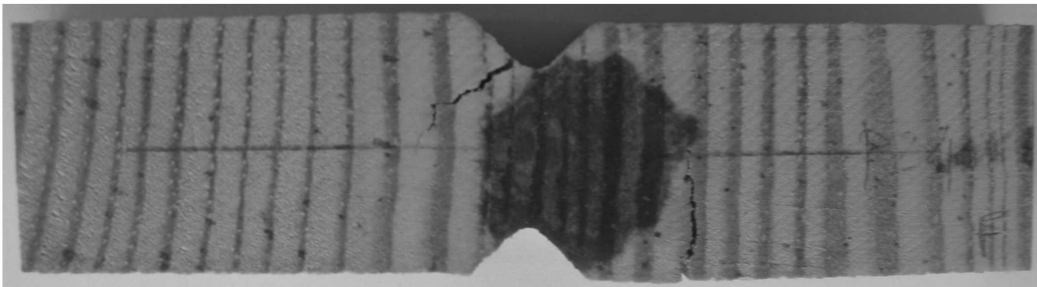
de 99% ( $t = 2, 48$ );

- (iv) também neste plano o valor das densidades dos provetes não explica a diferença entre os módulos.

Na Figura 7.24 apresentam-se as curvas completas da tensão de corte média em função do tempo, obtidas para os provetes *RT*. Destas curvas é possível observar uma vasta dispersão na resposta dos provetes, nomeadamente no valor de tensão de corte máxima no momento da sua rotura. Esta dispersão está estritamente associada ao modo de rotura frágil dos provetes. Na Figura 7.25 ilustram-se as duas formas de rotura observadas nos provetes *RT*. Para um grupo de provetes observa-se a formação prematura de duas fendas, numa zona fora da parte central útil do provete, iniciando-se nas superfícies livres opostas às faces de carregamento, próximas do centro do provete, e propagando-se ao longo da direcção tangencial, na zona de transição entre o lenho inicial e lenho final (Figura 7.25.a). De acordo com os resultados da simulação numérica para o provete *RT* (Secção 5.4.3), este tipo de rotura deve-se à presença, nestas regiões, de tensões normais longitudinais ( $\sigma_{LL}$ ), da mesma ordem de grandeza da tensão de corte nominal ( $P/A$ ). Para o outro grupo de provetes, a primeira rotura ocorre na vizinhança da raiz do entalhe superior, propagando-se de uma forma tipicamente isotrópica, a aproximadamente  $45^\circ$



(a)



(b)

Figura 7.25: Típicas roturas dos provetes *RT*.

em relação ao eixo longitudinal do provete (Figura 7.25.b). Com o aumento da carga aplicada, observa-se neste último grupo de provetes, a formação de uma segunda fenda ocorrendo numa zona fora da região entre entalhes, de forma semelhante ao observado para o primeiro grupo de provetes (Figura 7.25.b). A ocorrência de um tipo (Figura 7.25.a) ou outro (Figura 7.25.b) de rotura para um provete *RT* em particular, será dependente da distribuição espacial aleatória dos defeitos no provete.

Na Tabela 7.14 apresenta-se as leituras da tensão de corte média no momento da primeira fenda ( $\sigma_{RT}^{1f}$ ) e a tensão de corte média máxima ( $\sigma_{RT}^{ult}$ ), obtidas para os provetes *RT* ensaiados. Após verificação da normalidade das distribuições  $\sigma_{RT}^{1f}$  e  $\sigma_{RT}^{ult}$ , pelo teste de Shapiro-Wilk ( $W = 0,917$  e  $W = 0,966$ , respectivamente), foram calculados, usando o test *t*, os intervalos de confiança sobre o valor da média a um nível de significância de 95% (Tabela 7.14). Os dois modos de rotura obtidos para estes provetes (Figura 7.25) justificam a grande dispersão de valores para  $\sigma_{RT}^{1f}$  (54,3%) e a maior diferença entre esta e  $\sigma_{RT}^{ult}$ .

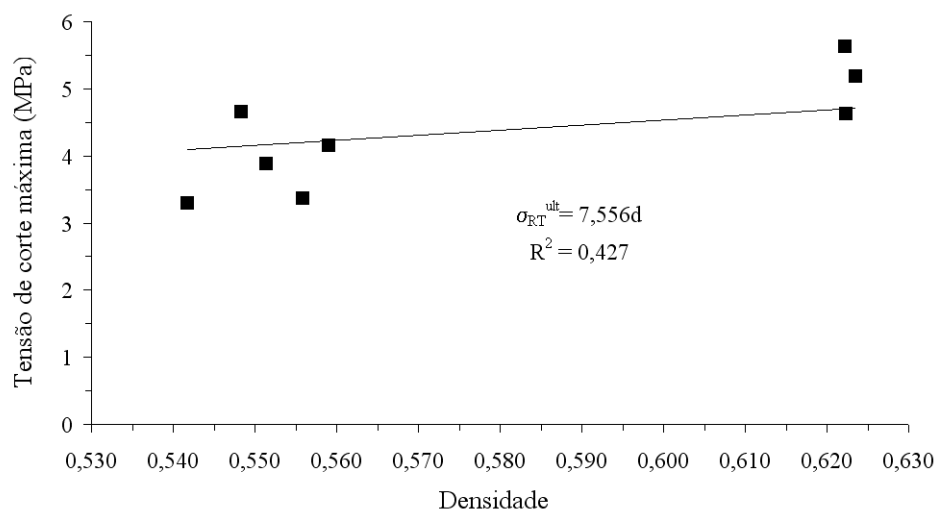


Figura 7.26: Relação tensão de corte média máxima – densidade para os provetes *RT*.

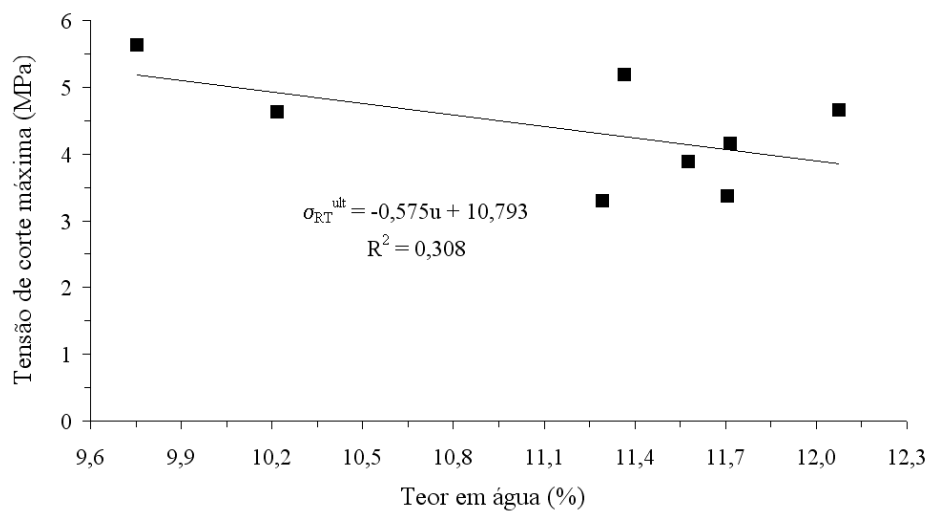


Figura 7.27: Relação tensão de corte média máxima – teor em água para os provetes *RT*.

Tabela 7.14: Tensões de corte identificadas nos provetes de Iosipescu, orientados no plano  $RT$ .

Provetes	$\sigma_{RT}^{1f}$	$\sigma_{RT}^{ult}$
1	2,38	3,29
2	2,76	3,88
3	0,97	4,16
4	2,86	3,36
5	4,65	4,65
6	1,01	4,62
7	1,16	5,63
8	3,27	5,18
Média (MPa)	$2,38 \pm 1,08$ <sup>1</sup>	$4,35 \pm 0,70$ <sup>1</sup>
C.V. <sup>2</sup> (%)	54,3	19,2

(1) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(2) Coeficiente de variação (C.V.).

Nas Figuras 7.26 e 7.27 apresenta-se, respectivamente, a relação de  $\sigma_{RT}^{ult}$  com a densidade e o teor em água, para os provetes  $RT$  ensaiados. Das correlações obtidas (respectivamente,  $r^2=0,427$  e  $r^2=0,308$ ) é possível concluir que não existe uma relação significativa entre estas grandezas.

Na Tabela 7.15 comparam-se os valores médios das tensões de corte máxima ( $\sigma_{RT}^{ult}$ ) obtidos nos ensaios de Iosipescu e de Arcan [103]. Destes resultados pode concluir-se que:

- (i) a dispersão de valores no ensaio de Iosipescu é superior à obtida nos ensaios de Arcan em cerca de 4%;
- (ii) o valor médio  $\sigma_{RT}^{ult}$  identificado nos ensaios de Iosipescu é inferior em cerca de 5% ao valor correspondente obtido nos ensaios de Arcan;
- (iii) de acordo com o teste  $t$  de igualdade de médias entre duas amostras, após verificação da



Tabela 7.15: Tensões de corte máximas identificadas nos ensaios de Iosipescu e de Arcan, no plano de simetria  $RT$ .

	Ensaio de corte	
	Iosipescu	Arcan
	$\sigma_{RT}^{ult}$	$\sigma_{RT}^{ult}$
Média (MPa)	$4,35 \pm 0,70$ <sup>1</sup>	$4,54 \pm 0,31$ <sup>1</sup>
C.V. <sup>2</sup> (%)	19,2	12,1

(1) Intervalo de confiança a um nível de significância de 95%;

(2) Coeficiente de variação (C.V.).

igualdade das variâncias, conclui-se, a um nível de significância de 95%, que os valores de  $\sigma_{RT}^{ult}$  dos dois ensaios pertencem à mesma população ( $t = 0,76$ );

- (iv) embora se tenha obtido uma boa concordância no valor de  $\sigma_{RT}^{ult}$  entre os dois ensaios, uma vez que o modo de rotura dos provetes  $RT$  não é o desejado (Figura 7.25), serão necessários mais ensaios experimentais para se poder concluir que o valor de  $\sigma_{RT}^{ult}$ , identificado no ensaio de Iosipescu, representa uma boa estimativa para a tensão de rotura por corte  $S_{RT}$  do *Pinus Pinaster Ait.*

## 7.4 Comparação entre os provetes $LR$ e $LT$

Pretende-se nesta secção verificar se as propriedades ao corte do *Pinus Pinaster Ait.* medidas no ensaio de Iosipescu para os provetes  $LR$  e  $LT$ , são ou não propriedades diferentes.

A comparação da média e intervalos de confiança associados aos módulo de corte identificados no ensaio de Iosipescu nos planos  $LR$  (Tabela 7.2) e  $LT$  (Tabela 7.7), sugere que estas propriedades são diferentes, obtendo-se um valor  $G_{LR}$  superior em cerca de 13,5% em relação a  $G_{LT}$ . Recorrendo ao teste  $t$  de igualdade das médias, após verificação da homogeneidade das variâncias e a um nível de significância de 95%, conclui-se efectivamente que  $G_{LR}$  e  $G_{LT}$  são diferentes ( $t = 3,30$ ). Além do mais, esta diferença não é explicada pelo valor da densidade

dos provetes.

Comparando os valores das tensões de corte – na primeira fenda e máxima – medidos para os provetes  $LR$  (Tabela 7.4) e  $LT$  (Tabela 7.9) conclui-se que:

- (i) em ambos os provetes, o valor médio da tensão de corte no momento da primeira rotura é igual ( $\sigma_{LR}^{1f} = \sigma_{LT}^{1f} = 15,9 MPa$ ), e com uma dispersão dentro dos valores esperados para um material como a madeira;
- (ii) em média, o valor máximo de tensão de corte nos provetes  $LT$  ( $\sigma_{LT}^{ult}$ ) é superior em cerca de 7% em relação ao valor análogo para os provetes  $LR$  ( $\sigma_{LR}^{ult}$ ), com valores de dispersão dentro dos valores esperados para as propriedades mecânicas da madeira;
- (iii) usando o teste  $t$  de igualdade da média entre duas amostras, após verificação da igualdade das variâncias, conclui-se, a um nível de significância de 95%, que os valores de  $\sigma_{LR}^{ult}$  e  $\sigma_{LT}^{ult}$ , medidos em ambos os provetes, dizem respeito à mesma propriedade ( $t = 1,64$ );
- (iv) na medida em que para o plano  $LR$ ,  $\sigma_{LR}^{1f}$  e  $\sigma_{LR}^{ult}$ , e para o plano  $LT$ ,  $\sigma_{LT}^{1f}$  e  $\sigma_{LT}^{ult}$ , representam limites inferior e superior de  $S_{LR}$  e  $S_{LT}$ , respectivamente, e estes valores são bastante próximos entre si (1,0 MPa e 2,2 MPa para os planos  $LR$  e  $LT$ , respectivamente), é possível dizer, atendendo ao itens (ii) e (iii), que a madeira de *Pinus Pinaster Ait.* tem a mesma tensão de rotura por corte nestes dois planos:  $S_{LR} = S_{LT}$ .

## 7.5 Conclusões

Dos ensaios de Iosipescu aplicação à madeira de *Pinus Pinaster Ait.* nos três planos de simetria material ( $LR$ ,  $LT$  e  $RT$ ) pode-se concluir que:

- (i) a preparação e o condicionamento dos provetes foram bem conduzidos uma vez que nem a densidade (Figuras 7.4, 7.8, 7.13, 7.17, 7.22 e 7.26) nem o teor em água (Figuras 7.5, 7.9, 7.14, 7.18, 7.23 e 7.27) têm uma influência significativa nas propriedades ao corte identificadas nos três planos de simetria material;
- (ii) as curvas aparentes tensão de corte média – deformação de corte de engenharia média são não lineares em todos os planos de simetria material (Figuras 7.2, 7.11, 7.20). Contudo,

a não linearidade dessas curvas pode reflectir não só a não linearidade do comportamento do material, mas também a não linearidade geométrica e a não linearidade resultante das condições de fronteira no contacto provete/amarra [53, 65, 67]. A quantificação do peso relativo de cada uma destas fontes de não linearidade na resposta global ao corte dos provetes, não foi objecto de estudo neste trabalho;

- (iii) a dispersão das propriedades medidas pelo ensaio de Iosipescu nos três planos de simetria material (propriedades elásticas e tensões de corte médias) está dentro dos valores geralmente referidos nos ensaios de caracterização do comportamento mecânico da madeira (Tabelas 7.2, 7.4, 7.7, 7.9, 7.12 e 7.14);
- (iv) a consideração da deformação de corte como a média das deformações de corte medidas em ambas as faces dos provetes, conduz a uma menor dispersão dos módulos de corte em todos os planos de simetria material (Tabelas 7.1, 7.6 e 7.11);
- (v) a diferença entre os módulos de corte aparentes (Tabelas 7.1, 7.6 e 7.11) e corrigidos (Tabelas 7.2, 7.7 e 7.12), nos três planos de simetria material, é inferior ao típico coeficiente de variação esperado para as propriedades elásticas da madeira (da Tabela 5.1, obtém-se 4,8%, 8,6% e 0,6% para os planos  $LR$ ,  $LT$  e  $RT$ , respectivamente). Como tal, a necessidade da correcção dos valores experimentais pelos factor  $CS$ , para a correcta identificação dos módulos de corte do *Pinus Pinaster Ait.*, poderá ser desnecessária. Efectivamente, de acordo os resultados do teste  $t$  de igualdade das médias entre duas amostras, conclui-se que os módulos de corte, aparentes e corrigidos, nos planos  $LR$ ,  $RT$  e  $LT$  são iguais, os dois primeiros a um nível de significância de 95% e o último a um nível de significância de 99%;
- (vi) os módulos de corte  $G_{LR}$ ,  $G_{LT}$  e  $G_{RT}$ , identificados através do ensaio de Iosipescu (1,41 MPa, 1,22 MPa e 0,288 MPa) são propriedades distintas, para um nível de significância de 95%;
- (vii) os valores de  $G_{LR}$  e  $G_{LT}$  medidos nos ensaios de Iosipescu são superiores (26% e 17%, respectivamente) aos valores para as mesmas propriedades medidos nos ensaios *off-axis*, para um nível de significância de 95% (Tabelas 7.3 e 7.8, respectivamente). As razões para

esta diferença estão ainda por esclarecer, uma vez que os dois ensaios deveriam conduzir aos mesmos valores para estas propriedades [49,81];

- (viii) o valor de  $G_{RT}$  identificado nos ensaios de Iosipescu é superior em 20% em relação ao valor medido nos ensaios de Arcan (Tabela 7.13). De acordo com o teste  $t$ , conclui-se que estes valores são iguais, para um nível de significância de 99%;
- (ix) nos planos  $LR$  e  $LT$ , foram identificadas a tensão de corte média no momento da primeira rotura e a tensão de corte máxima (Tabelas 7.4 e 7.9, respectivamente). Em ambos os planos, os valores destas tensões são bastante próximos e, por comparação com os resultados dos ensaios *off-axis* (Tabelas 7.5 e 7.10, respectivamente), conclui-se que a verdadeira tensão de rotura por corte está compreendida entre estes:  $15,9 \leq S_{LR} \leq 16,9$  e  $15,9 \leq S_{LT} \leq 18,1$  (MPa). Daqui se conclui que é possível obter uma boa estimativa de  $S_{LR}$  e  $S_{LT}$  para o *Pinus Pinaster Ait.*, directamente a partir dos resultados experimentais do ensaio de Iosipescu;
- (x) para o plano  $RT$  (Tabela 7.14) a diferença entre a tensão de corte média na primeira rotura e a tensão de corte máxima é elevada (45%). Por outro lado, a rotura destes provetes é dominada pela distribuição dos defeitos (nomeadamente canais de resina, predominantemente localizados na região de transição entre os lenhos inicial e final) e por concentração de tensões quer nas superfícies livres opostas às faces de carregamento próximas do centro do provete, que na região da raiz dos entalhes (Figura 7.25). Por esta razão não é possível garantir que o ensaio de Iosipescu forneça uma estimativa aceitável para a verdadeira tensão de rotura por corte no plano  $RT$ , mesmo tendo sido obtida uma boa concordância entre os ensaios de Iosipescu e de Arcan no que diz respeito à tensão de corte máxima (Tabela 7.15);
- (xi) os resultados obtidos nos ensaios de Iosipescu e *off-axis* sugerem que as tensões de rotura por corte nos planos  $LR$  e  $LT$  são iguais (Tabelas 7.5 e 7.10). Por outro lado, o valor dessas tensões de rotura por corte são claramente diferentes da do plano  $RT$  (Tabela 7.15).

Os valores das propriedades ao corte identificados nos três planos de simetria material para o *Pinus Pinaster Ait.*, não devem ser vistos como valores representativos para esta espécie. Para a identificação desses valores seria necessário um estudo experimental mais exaustivo, usando um ensaio adequado, e provetes retirados de árvores provenientes de diferentes povoamentos e seleccionados de forma aleatória no interior destas, o que está fora do alcance deste trabalho.



# Conclusões e trabalho futuro

Neste trabalho foi examinada a aplicabilidade do ensaio de Iosipescu para a identificação do comportamento ao corte (módulos de corte e tensões de rotura por corte) em todos os planos de simetria material da madeira de *Pinus Pinaster Ait.* (pinho marítimo). Os ensaios foram executados usando a amarra EMSE [50], em provetes com dimensões definidas com base nas recomendações da norma ASTM D5379-93 [74]. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados fornecidos pelo ensaio *off-axis* (planos  $LR$  e  $LT$ ) e pelo ensaio de Arcan (plano  $RT$ ), apresentados nas referencias [102] e [103], respectivamente. Neste trabalho foi ainda analisada, recorrendo ao método dos elementos finitos, a possibilidade de utilizar o ensaio de flexão em três pontos (método de vão variável), preconizado nas normas prEN 408 (2000) [13] e ASTM D198-94 (1994) [14], para a determinação simultânea do módulo de elasticidade longitudinal ( $E_L$ ) e dos módulos de corte paralelos às fibras ( $G_{LR}$  ou  $G_{LT}$ ). Relativamente à simulação numérica do método de vão variável concluiu-se que (Capítulo 4):

- (i) Para razões  $h/L \leq 20$  obtém-se uma dependência linear entre  $E_L^a$  e  $(h/L)^2$ , tal como previsto pela Teoria das Vigas de Timoshenko. Essa relação depende porém da definição de flecha adoptada, e em consequência, os valores de  $E_L$  e de  $G_{LR}$  determinados pelo método de vão variável dependem também desta.
- (ii) As hipóteses cinemáticas em que se baseia a Teoria das Vigas de Timoshenko não se verificam na secção transversal do provete a meio vão, o que explica os resultados indicados no ponto (i). De facto, constata-se a ocorrência de idetação nessa secção, que não é contemplada pelas hipóteses cinemáticas desta Teoria das Vigas.
- (iii) O estado de tensão na secção transversal a meio vão é muito distinto do previsto pela Teoria das Vigas de Timoshenko, em concordância com a conclusão do ponto (ii).

- (iv) Dos pontos anteriores resulta que o método de vão variável proposto nas normas [13,14], baseado no ensaio de flexão em três pontos e na Teoria das Vigas de Timoshenko, não é um ensaio fundamental que permita a simultânea e correcta identificação do módulo de elasticidade longitudinal ( $E_L$ ) e do módulo de corte ( $G_{LR}$ ) da madeira de *Pinus Pinaster Ait.*
- (v) Os resultados da simulação numérica, quando tratados à luz da Teoria das Vigas de Timoshenko, mostram que o factor  $k$  desta teoria, bem como as propriedades elásticas do material em jogo no ensaio de flexão ( $E_L$  e  $G_{LR}$ ) dependem da relação  $(h/L)^2$ . Esta conclusão reforça as considerações do ponto (iv).
- (vi) contudo, quando a flecha é medida no ponto central a meio vão e se considera o valor de  $k = 1,2$ , o método de vão variável fornece uma boa estimativa quer para o módulo de elasticidade longitudinal quer para o módulo de corte.

Por sua vez, das análises por elementos finitos do ensaio de Iosipescu foram retiradas as seguintes conclusões principais (Capítulo 5):

- (i) Os campos das tensões e das deformações na zona central do provete de Iosipescu são função da razão de ortotropia do provete, sendo mais heterogéneos quando maior for esta razão.
- (ii) Em todos os provetes ( $LR$ ,  $LT$  e  $RT$ ) o campo das deformações, sobre a área abrangida pela roseta extensométrica (CEA-06-062WT-350), é razoavelmente homogéneo. Por esta razão, o valor do factor de correcção  $S$  é praticamente unitário em todos os planos de simetria.
- (iii) A distribuição das tensões de corte ao longo da linha vertical entre entalhes contém alguma heterogeneidade para os provetes  $LR$  e  $LT$ , sobretudo para este último. Em ambos os casos, obtém-se um valor de tensão de corte no centro do provete inferior à tensão nominal  $P/A$ . Os valores do factor de correcção global  $CS$  para os provetes  $LR$  e  $LT$ , indicam que os módulos de corte identificados experimentalmente ( $G_{LR}^a$  e  $G_{LT}^a$ ) representam valores sobrestimados em cerca de 4,8% e 8,6%, respectivamente, em relação aos seus verdadeiros valores.



- (iv) Para o provete  $RT$ , a distribuição das tensões de corte ao longo da linha entre entalhes é bastante uniforme, embora superior a  $P/A$ . Por se tratar de um plano quase isotrópico, praticamente não é necessária qualquer correcção para a correcta identificação de  $G_{RT}$ .
- (v) Atendendo aos pontos (ii), (iii) e (iv), é de esperar que a necessidade dos factores de correcção para a correcta identificação do módulo de corte se deva sobretudo à heterogeneidade da distribuição da tensão de corte ao longo da linha entre entalhes, e seja principalmente importante para provetes com elevada razão de ortotropia.
- (vi) A rotura prematura dos provetes na região de transição raiz/flanco dos entalhes, observada experimentalmente (Capítulo 7) em todos os provetes (excepto para alguns provetes  $RT$ ), é devida à concentração de tensões e ao estado complexo de tensões (tensão de corte e tensão transversal de tracção) existentes nessa região.
- (vii) A rotura prematura de alguns provetes  $RT$ , numa região fora da parte central entre entalhes do provete, é devida às elevadas tensões longitudinais ( $\sigma_{RR}$ ) de tracção, da mesma ordem de grandeza de  $P/A$ , existentes nessa região.
- (viii) O factor  $CS$  é pouco sensível à estimativa inicial do módulo de corte introduzido no modelo de elementos finitos, em todos os planos de simetria.

Finalmente, dos resultados experimentais do ensaio de Iosipescu concluiu-se genericamente que (Capítulo 7):

- (i) A preparação e o condicionamento dos provetes foram bem conduzidos uma vez que nem a densidade nem o teor em água têm uma influência significativa nas propriedades ao corte identificadas nos três planos de simetria material.
- (ii) As curvas aparentes tensão de corte média – deformação de corte de engenharia média, são não lineares em todos os planos de simetria material. Contudo, a não linearidade dessas curvas pode reflectir não só a não linearidade do comportamento do material, mas também a não linearidade geométrica e a não linearidade devido às condições de fronteira no contacto provete/amarra. A quantificação do peso relativo de cada uma destas fontes de não linearidade na resposta global ao corte dos provetes, não foi objecto de estudo neste trabalho.

- (iii) A dispersão das propriedades medidas pelo ensaio de Iosipescu nos três planos de simetria material (propriedades elásticas e tensões de corte médias) está dentro dos valores geralmente referidos nos ensaios de caracterização do comportamento mecânico da madeira.
- (iv) A consideração da deformação de corte como a média das deformações de corte medidas em ambas as faces dos provetes, conduz a uma menor dispersão dos módulos de corte em todos os planos de simetria material.
- (v) A diferença entre os módulos de corte aparentes e corrigidos, nos três planos de simetria material, é inferior ao típico coeficiente de variação esperado para as propriedades elásticas da madeira (4,8%, 8,6% e 0,6% para os planos  $LR$ ,  $LT$  e  $RT$ , respectivamente). Como tal, a necessidade da correcção dos valores experimentais pelos factor  $CS$ , para a correcta identificação dos módulos de corte do *Pinus Pinaster Ait.*, poderá ser desnecessária. Efectivamente, de acordo os resultados do teste  $t$  de igualdade das médias entre duas amostras, concluiu-se que os módulos de corte, aparentes e corrigidos, nos planos  $LR$ ,  $RT$  e  $LT$  são iguais, os dois primeiros a um nível de significância de 95% e o último a um nível de significância de 99%.
- (vi) Os módulos de corte  $G_{LR}$ ,  $G_{LT}$  e  $G_{RT}$ , identificados através do ensaio de Iosipescu (1,41 MPa, 1,22 MPa e 0,288 MPa) são propriedades distintas, para um nível de significância de 95%.
- (vii) Os valores de  $G_{LR}$  e  $G_{LT}$  medidos nos ensaios de Iosipescu são superiores (26% e 17%, respectivamente) aos valores para as mesmas propriedades medidos nos ensaios *off-axis*, para um nível de significância de 95%. As razões para esta diferença estão ainda por esclarecer, uma vez que os dois ensaios deveriam conduzir aos mesmos valores para estas propriedades.
- (viii) O valor de  $G_{RT}$  identificado nos ensaios de Iosipescu é superior em 20% em relação ao valor medido nos ensaios de Arcan. De acordo com o teste  $t$ , concluiu-se que estes valores são iguais, para um nível de significância de 99%.
- (ix) Nos planos  $LR$  e  $LT$ , foram identificadas a tensão de corte média no momento da primeira rotura e a tensão de corte máxima. Em ambos os planos, os valores destas tensões são

bastante próximos e, por comparação com os resultados dos ensaios *off-axis*, concluiu-se que a verdadeira tensão de rotura por corte está compreendida entre estes:  $15,9 \leq S_{LR} \leq 16,9$  e  $15,9 \leq S_{LT} \leq 18,1$  (MPa). Daqui se conclui que é possível obter uma boa estimativa de  $S_{LR}$  e  $S_{LT}$  para o *Pinus Pinaster Ait.*, directamente a partir dos resultados experimentais do ensaio de Iosipescu.

- (x) Para o plano  $RT$  a diferença entre a tensão de corte média na primeira rotura e a tensão de corte máxima é elevada (45%). Por outro lado, a rotura destes provetes é dominada pela distribuição dos defeitos (nomeadamente canais de resina, predominantemente localizados na região de transição entre os lenhos inicial e final) e por concentração de tensões quer nas superfícies livres opostas às faces de carregamento próximas do centro do provete, quer na região da raiz dos entalhes. Por esta razão não é possível garantir que o ensaio de Iosipescu forneça uma estimativa aceitável para a verdadeira tensão de rotura por corte no plano  $RT$ , mesmo tendo sido obtida uma boa concordância entre os ensaios de Iosipescu e de Arcan no que diz respeito à tensão de corte máxima.
- (xi) Os resultados obtidos nos ensaios de Iosipescu e *off-axis* sugerem que as tensões de rotura por corte nos planos  $LR$  e  $LT$  são iguais. Por outro lado, o valor dessas tensões de rotura por corte são claramente diferentes da do plano  $RT$ .

Dada a sua origem biológica, a madeira é um material com uma grande variabilidade, sendo a sua estrutura anatómica caracterizada por uma forte anisotropia e heterogeneidade. Por esta razão, a caracterização do comportamento mecânico duma espécie de madeira requer a realização, em grande número, de diferentes ensaios: ensaios de tracção em todas as direcções de simetria material e ensaios de corte em todos os planos de simetria material. Geralmente, nos métodos experimentais clássicos (como é o caso do ensaio de Iosipescu) as deformações são medidas localmente através de extensómetros de resistência eléctrica, pelo que estes métodos se tornam incomportáveis para a efectiva caracterização das espécies de madeira, quer do ponto de vista prático quer do ponto de vista económico. Por outro lado, uma vez que os ensaios clássicos se baseiam na hipótese de criação de campos homogéneos, mesmo que se utilizem instrumentos de medida não destrutivos, como são por exemplo as técnicas ópticas, estes apenas permitem a identificação de um número reduzido de propriedades, embora permitam, à partida, estudar

quer o comportamento linear quer o comportamento não linear do material. Nos últimos anos, tem-se assistido a um crescente interesse em métodos de campo directos ou iterativos, para a caracterização de materiais anisotrópicos e heterogéneos. Estes métodos usam técnicas ópticas (portanto não destrutivas) para a medição do campo dos deslocamentos ou das deformações, e permitem, uma vez que se baseiam na criação de campos heterogéneos, a identificação de múltiplas propriedades mecânicas, num único ensaio. Embora os métodos de campo, entre outras, tenham a desvantagem de se restringirem à identificação de propriedades elásticas, nomeadamente os métodos iterativos, o uso destes métodos é na nossa perspectiva uma área relevante para a investigação do comportamento mecânico da madeira.

A variabilidade duma espécie de madeira reflecte-se numa estrutura anatómica diferenciada entre árvores e para cada árvore individual, ao longo do seu tronco; nomeadamente no que diz respeito à massa volúmica e ao ângulo das microfibrilas na camada  $S_2$  da parede celular. Atendendo a esta característica, uma área de investigação importante, na nossa opinião, para o estudo do comportamento mecânico da madeira é o uso de técnicas micro/macro mecânicas, que permitam através da caracterização micro – estrutural da madeira prever o seu comportamento macroscópico. Esta abordagem poderá possibilitar a melhor compreensão do comportamento não linear e a rotura da madeira uma vez que estas estão fortemente interligadas com a sua heterogeneidade local, difícil de observar ou medir à escala macroscópica.

# Apêndice A

## Análise estatística na mecânica experimental

### A.1 Introdução

As propriedades mecânicas de um material são identificadas experimentalmente sobre um número limitado de amostras representativas, através de métodos apropriados e de acordo com um procedimento bem definido. Intrinsecamente, as medições experimentais contêm em si uma certa dispersão. Esta pode ser devida, por um lado, a variações na estrutura interna do próprio material e, por outro, à precisão e sensibilidade das medições. Os erros de medição são sistemáticos ou aleatórios, dependendo da sua fonte, e podem ter origem em diferentes vários factores, como por exemplo, a habilidade do operador, instabilidade dos instrumentos de medida e variações nas condições do laboratório [131, 132]. Na medida em que os dados observados, em repetidas medições, não conduzem geralmente a um resultado exacto, estatisticamente as propriedades dos materiais são consideradas como variáveis aleatórias. Assim, para se extrair o máximo de informação a partir dos dados experimentais, é necessário recorrer a métodos estatísticos.

Neste apêndice apresenta-se uma breve revisão dos métodos estatísticos frequentemente usados no tratamento de resultados experimentais.

## A.2 Estimadores estatísticos de uma amostra

Suponhamos registadas  $n$  medições de uma propriedade mecânica de um material (variável aleatória), usando o mesmo método e de acordo com um procedimento experimental bem definido. O primeiro estimador estatístico que caracteriza a série de  $n$  medições observadas é a média aritmética ( $\bar{x}$ ) definida por

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}, \quad (\text{A.1})$$

onde  $x_i$  representa cada medida individual  $i$ . A média (Equação A.1) é uma quantidade bastante sensível a erros sistemáticos e pode, alternativamente, ser expressa por outras quantidades estatísticas, a mediana ou a moda.

A variabilidade dos resultados é quantificada por um estimador de dispersão designado por desvio padrão e definido como a raiz quadrada da variância ( $s^2$ )

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}. \quad (\text{A.2})$$

Apesar do desvio padrão fornecer directamente uma medida de dispersão, é frequente expressar essa variabilidade em relação à média dos resultados. Em estatística essa quantidade é designada por coeficiente de variação,  $CV$ , definido por

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \%. \quad (\text{A.3})$$

Os valores  $\bar{x}$  e  $s$  calculados, respectivamente, pelas Equações (A.1) e (A.2) são susceptíveis de variações, dependendo do número de medições independentes observadas. Este facto conduz à necessidade de se introduzir parâmetros não aleatórios que caracterizam a variável a determinar pelas medições. Tais parâmetros são estatisticamente definidos com base em todos os resultados que poderiam ser obtidos a partir de um número “infinito” de medições, a que se dá o nome de população.

## A.3 Funções de distribuição estatística

Um passo fundamental no tratamento estatístico de uma série de medições observadas passa pela caracterização da sua distribuição. Na prática as curvas de distribuição são desconhecidas na medida em que estas correspondem a um caso limite: um número de observações ilimitado e uma grande sensibilidade dos instrumentos de medida [132]. Contudo, vários modelos de distribuição têm sido propostos e que podem ser correctamente assumidos na prática para representar situações experimentais. As distribuições mais frequentemente usadas na mecânica experimental são a distribuição Normal (ou de Gauss) e a distribuição de Weibull. Iremos de seguida abordar a distribuição Normal; notas sobre a distribuição de Weibull podem ser obtidas nas referências [4, 127, 131].

### A.3.1 Distribuição Normal

A distribuição Normal é muito importante na mecânica experimental porque permite descrever quer os erros aleatórios, envolvidos nas medições experimentais, quer a variabilidade observada na identificação das propriedades mecânicas de um material [132].

A distribuição Normal é completamente definida por dois parâmetros: a média populacional ( $\mu$ ) e o desvio padrão populacional ( $\sigma$ ). Estes parâmetros são os valores limites, quando  $n$  tende para infinito, dos correspondentes estimadores estatísticos de uma amostra, Equações (A.1) e (A.2), respectivamente,

$$\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum x_i}{n}, \quad (\text{A.4})$$

e

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}. \quad (\text{A.5})$$

Uma variável aleatória  $X$  diz-se ter uma distribuição Normal se verificar todas as seguintes condições, que constituem o Teorema de Limite Central [132, 133]: (i) existem vários factores que introduzem erros; (ii) os erros são da mesma ordem de grandeza; (iii) as variabilidades associadas aos diferentes factores são independentes e aditivas. Simbolicamente uma variável

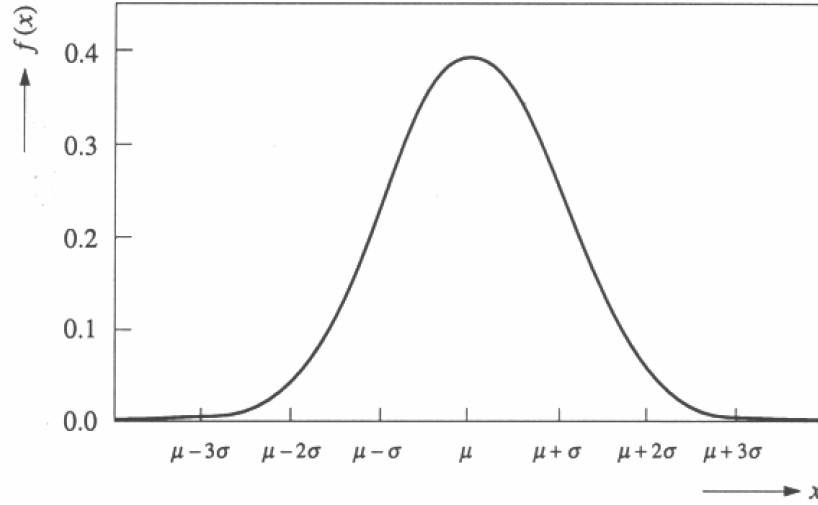


Figura A.1: Função densidade de probabilidade de uma variável  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ .

aleatória  $X$ , que segue uma distribuição Normal com parâmetros  $\mu$  e  $\sigma$ , representa-se por:  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ .

A função densidade de probabilidade da distribuição Normal é definida, para todo o valor real  $x$ , pela expressão [132, 133]

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-[(x-\mu)^2/2\sigma^2]}. \quad (\text{A.6})$$

Na Figura A.1 [133] está representada a função densidade de probabilidade de uma variável  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . De acordo com esta distribuição a probabilidade da variável  $X$  tomar valores situados nos intervalos  $\mu \pm \sigma$ ,  $\mu \pm 2\sigma$  e  $\mu \pm 3\sigma$  é de, respectivamente, 68,26%, 95,44% e 99,73%.

Por forma a simplificar as tabelas da distribuição Normal é usual recorrer a uma transformação linear da variável  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , definida por

$$Z = (X - \mu)/\sigma, \quad (\text{A.7})$$

para a qual  $Z$  segue uma distribuição Normal com média zero e desvio padrão unitário:  $Z \sim N(0, 1)$ . A distribuição  $N(0, 1)$  designa-se por distribuição Normal padronizada e a variável  $Z$



por variável Normal padronizada. Substituindo  $\mu$  e  $\sigma$  por 0 e 1, na Equação (A.6), obtêm-se a função densidade de probabilidade da variável  $Z \sim N(0, 1)$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}. \quad (\text{A.8})$$

Existe uma tabela, para a distribuição  $N(0, 1)$ , com os valores das probabilidades [133]

$$\alpha = \int_{z(\alpha)}^{+\infty} f(u) du = \int_{-\infty}^{-z(\alpha)} f(u) du = F[-z(\alpha)]. \quad (\text{A.9})$$

O interesse da tabela reside no facto de que, a partir dela, é possível calcular a probabilidade de o valor de uma qualquer variável aleatória Normal se situar num intervalo qualquer.

### A.3.2 Testes de normalidade

A hipótese de normalidade de uma distribuição pode ser verificada, entre outros, pelos seguintes testes [127, 132]: Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darlings e Chi-square. A aplicação dos testes de normalidade aos dados de uma série de medições, conduzem, muitas vezes, a conclusões contraditórias. Por essa razão, não é a partida evidente qual dos testes se deve utilizar, sendo a sua escolha depende da natureza dos dados a tratar. Para a verificação da normalidade de resultados experimentais, é usual utilizar o teste de Shapiro-Wilk [81, 131, 132].

O teste de Shapiro-Wilk pode ser utilizado sempre que o número de dados ( $n$ ) é menor do que 50. A hipótese nula,  $H_o$ , e a hipótese alternativa,  $H_a$ , do teste são

$H_o$ : lei de distribuição Normal

$H_a$ : a distribuição não é Normal.

Na implementação do teste, os dados são ordenados de forma crescente,

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_{n-1} \leq x_n.$$

A estatística de teste é

$$W = \frac{\sum_{j=1}^k (a_j d_j)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (\text{A.10})$$

em que as quantidades  $d_j$  são definidas por,

$$d_j = x_{n-j+1} - x_j \quad \text{com } j = 1, 2, \dots, k,$$

e

$$\begin{cases} k = n/2 & \text{se } n \text{ for par} \\ k = (n-1)/2 & \text{se } n \text{ for ímpar,} \end{cases}$$

onde os coeficientes  $a_{ij}$  são obtidos de tabelas, em função de  $n$ .  $W$  é um valor compreendido entre zero e um, sendo necessário calcular o seu valor com três casa decimais, para se poder concluir sobre a normalidade da amostra. A hipótese nula não é rejeitada se se verificar a inequação:  $W > W_p(\alpha)$ , onde  $W_p(\alpha)$  é o valor crítico de  $W$  para um nível de significância  $\alpha$  e dimensão  $n$ . Ou de outra forma, a hipótese nula não é rejeitada a um nível de significância  $\alpha$  se o valor de  $W$  estiver compreendido no intervalo  $(W_{\alpha/2}, W_{1-\alpha/2})$ .

Os detalhes da aplicação dos outros testes de normalidade podem ser obtidos em livros de texto de estatística [131–133].

## A.4 Intervalos de confiança para a média

Consideremos uma série de observações, obtidas por um método e procedimento experimentais bem definidos, seguindo uma lei de distribuição Normal. Os parâmetros populacionais que caracterizam essa distribuição são estimados pela média ( $\bar{x}$ ) e pelo desvio padrão ( $s$ ) calculados sobre os dados experimentais, respectivamente, de acordo com as Equações (A.1) e (A.2). A questão que se coloca neste ponto é a de saber qual a confiança que deve ser colocada sobre esta estimativa. A resposta a esta questão conduz aos métodos de estimação por intervalo [133].

Os métodos de estimação por intervalo permitem, a partir da informação experimental disponível ( $n$ ,  $\bar{x}$ ,  $s$ ), definir um intervalo que, a uma probabilidade de  $(1 - \alpha)100\%$ , contém a média populacional ( $\mu$ ). Para amostras de pequena dimensão, como é comum encontrar na mecânica experimental, este intervalo é calculado recorrendo à distribuição  $t$  ou de Student [127, 131, 133]. Esta distribuição, simétrica e centrada em zero, toma uma forma diferente para cada valor do parâmetro  $\nu$  (conhecido por grau de liberdade) e tende para a distribuição Normal padronizada quando  $\nu \rightarrow \infty$ .

O desvio padrão pode ser convertido em intervalos de confiança sobre o valor da média de acordo com a seguinte expressão [127, 131, 133]

$$\pm I = t_{n-1, \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}, \quad (\text{A.11})$$

em que  $I$  é o intervalo de confiança para um determinado nível de significância  $\alpha$  e  $t$  é a constante da distribuição de Student função de  $\nu = n - 1$  e  $\alpha/2$ , obtidos por tabela.

Para uma variável aleatória Normal, o intervalo de confiança é, em geral, tomado simétrico em relação à média ( $t_{n-1, \alpha/2}$ ), designando-se por intervalo de confiança bilateral, por corresponder à situação mais conservadora [133].

O valor de  $\alpha$  representa, em média, a proporção de vezes em que o intervalo de confiança não contém o parâmetro que se pretende estimar, que neste caso é a média populacional ( $\mu$ ). O valor de  $t_{n-1, \alpha/2} s/\sqrt{n}$ , ou seja, a semi-amplitude do intervalo de confiança, corresponde ao erro máximo que se pode cometer na estimativa de  $\mu$ , a uma determinada confiança esperada,  $(1 - \alpha)100\%$ .

## A.5 Comparação das médias

É muitas vezes interessante verificar se a diferença entre os valores médios de uma variável aleatória, observados entre conjuntos de resultados experimentais (amostras), é estatisticamente significativa. Este estudo designa-se na estatística por teste de hipóteses. O procedimento básico associado a este teste é composto por quatro fases [133]: (i) definição das hipóteses; (ii) identificação da estatística do teste e caracterização da sua distribuição; (iii) definição da regra de decisão, com especificação do nível de significância do teste; (iv) cálculo da estatística de teste e tomada de decisão.

Neste ponto serão considerados os testes de comparação das médias entre: (i) duas amostras independentes de pequenas dimensões (teste  $t$ ); (ii) três ou mais amostras independentes de pequenas dimensões (“One way” ANOVA).

### A.5.1 Entre dois grupos

Consideremos-se duas amostras de pequena dimensão com distribuições Normais. O teste  $t$  para amostras independentes é usado para comparar a média de uma variável associada a uma amostra com o valor da média dessa mesma variável com a outra amostra. Antes de aplicar o teste é necessário verificar se a variância entre as duas amostras é ou não estatisticamente equivalente.

O teste  $F$  é usado para verificar a hipótese de homogeneidade entre variâncias. As hipóteses do teste  $F$  são definidas por

$$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$$

$$H_a : \sigma_1 < \sigma_2 \quad (\text{teste é unilateral à esquerda})$$

$$\sigma_1 > \sigma_2 \quad (\text{teste é unilateral à direita})$$

$$\sigma_1 \neq \sigma_2 \quad (\text{teste é bilateral}).$$

A hipótese nula é considerada verdadeira ao longo do teste até que haja evidência estatística clara apontando em sentido contrário. Se  $H_0$  for rejeitada, aceita-se como válida a  $H_a$ .

A estatística do teste  $F$  é definida por

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}, \tag{A.12}$$

em que  $S_1^2$  e  $S_2^2$  são as variâncias das amostras, identificadas pelos subscritos 1 e 2. Quanto maior for o desvio do valor  $F$  em relação à unidade, maior é a evidência de que as duas amostras têm variâncias distintas. A  $H_0$  é rejeitada sempre que forem verdadeiras as seguinte inequação,

$$F < F(1 - \alpha, n_1 - 1, n_2 - 1) \quad (\text{teste é unilateral à esquerda})$$

$$F > F(\alpha, n_1 - 1, n_2 - 1) \quad (\text{teste é unilateral à direita})$$

$$F < F(1 - \frac{\alpha}{2}, n_1 - 1, n_2 - 1) \quad (\text{teste é bilateral}).$$

A probabilidade  $\alpha$  de, no caso de  $H_0$  ser verdadeira, a estatística de teste pertencer à região de rejeição designa-se por nível de significância do teste. O nível de significância representa,

então, a probabilidade (ou risco) de se incorrer o erro de rejeitar  $H_0$  quando esta hipótese é verdadeira. Este erro é o que se designa por erro do tipo I [133]. Os valores mais frequentemente usados para  $\alpha$  são 0,05 e 0,01.

Numa primeira análise, apresenta-se o teste  $t$  admitindo a hipótese de que as variâncias entre duas amostras são homogêneas. As hipóteses para o teste  $t$  são

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_a: \mu_1 \neq \mu_2.$$

A estatística do teste  $t$  é definida por

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}, \quad (\text{A.13})$$

onde

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}. \quad (\text{A.14})$$

A decisão de rejeitar ou não a  $H_0$  fundamenta-se no valor que a estatística de teste toma (neste caso no valor de  $t$ ). A região de rejeição é definida pela inequação:  $t > t(\frac{\alpha}{2}, \nu)$ , em que  $t(\frac{\alpha}{2}, \nu)$  representa o valor crítico de  $t$  ao nível de significância  $\alpha$  e com grau de liberdade  $\nu = n_1 + n_2 - 2$ . Nestas condições é ainda interessante, determinar o grau com que os dados amostrais contradizem a hipótese nula. Esta quantificação é dada pelo valor de prova ( $P$ ) que corresponde à probabilidade de a estatística de teste tomar um valor igual ou mais extremo do que aquele que, de facto, é observado:  $P[t \geq t_{\text{observado}}] = a$ , em que  $a$  representa uma constante e retirar em tabela em função do valor de  $t$  e  $\alpha$  [133]. Sempre que o teste for bilateral, no cálculo de  $P$  devem levar-se em consideração ambas as caudas da distribuição da estatística de teste:  $P[t \leq -t_{\text{observado}} \text{ ou } t \geq t_{\text{observado}}] = 2a$ . Quanto menor for o valor de  $P$  maior será o grau com que a hipótese nula é contrariada.

Na hipótese em que as variâncias de duas amostras são heterogêneas o teste  $t$  continua válido, existindo todavia alterações na forma do seu cálculo. Assim, a estatística de teste  $t$  é, neste caso, definida por

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}}, \quad (\text{A.15})$$

em que os graus de liberdade do teste são calculados pela expressão

$$\nu = \frac{(n_1 - 1)(n_2 - 1)}{(n_2 - 1)c^2 + (1 - c)^2(n_1 - 1)}, \quad (\text{A.16})$$

com

$$c = \frac{s_1^2/n_1}{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}. \quad (\text{A.17})$$

O valor obtido pela Equação A.15 é frequentemente um número não inteiro. É prática comum arredondar o resultado obtido para o inteiro mais próximo. O teste  $t$  para amostras com variâncias heterogêneas é aplicado de forma equivalente ao procedimento usado para variâncias homogêneas.

Se o teste de normalidade falhar, testes não paramétricos devem ser usados nas análises atrás descritas. Desta forma, o teste  $t$  usado na comparação de médias de uma variável entre dois grupos é substituído pelo teste de Mann-Whitney. Mais detalhes sobre a implementação destes testes podem ser encontrados nas referências [131–133].

### A.5.2 Entre três ou mais grupos

Quando se pretende comparar as médias entre três ou mais amostras dever-se-à recorrer a análises de variância (ANOVA). Se o teste de normalidade falhar, testes não paramétricos devem ser usados nas análises atrás descritas. Desta forma, o teste ANOVA, de comparação de médias entre mais do que três amostras, é substituído pelo teste de Kruskal-Wallis. Mais detalhes sobre a implementação destes testes podem ser encontrados nas referências [131, 133].

# Referências

- [1] Kollman F.P.F. e W.A.Jr. Côté. *Principles of Wood Science and Technology - Solid Wood*. Springer-Verlag, Berlin, 1984.
- [2] Schniewind A.P. *Concise encyclopedia of wood and wood-based materials*. Pergamon Press, 1989.
- [3] Lewin M. e I.S. Goldstein. *Wood structure and composition*. International Fiber Science and Technology Series, Vol. 11, 1991.
- [4] Dinwoodie J.M. *Timber. Its nature and behaviour*. Van Nostrand Reinhold, 2 edition, 2000.
- [5] Gibson L.J. e M.F. Ashby. *Cellular solids. Structure and properties*. Cambridge University Press, 2 edition, 1997.
- [6] Daniel Guitard. *Méchanique du Matériau Bois et Composites*. Cepadues-Editions, 1987.
- [7] Cheung C.K. e H.C. Sorensen. Effect of axial loads on radial stress in curved beams. *Wood and Fiber Science*, 15(3):263–275, 1983.
- [8] Zalph B.L. e T.E. McLain. Strength of wood beams with fillet interior notches: a new model. *Wood and Fiber Science*, 24(2):204–215, 1992.
- [9] Bouchair A. e A. Vergne. An application of Tsai criterion as a plastic flow law for timber bolted modeling. *Wood Science and Technology*, 30(1):3–19, 1995.
- [10] Zandberg J.G. e F.W. Smith. Finite element fracture prediction for wood with knots and cross grain. *Wood and Fiber Science*, 20(1):97–106, 1988.

- [11] Pellicane P.J. e N. Franco. Modeling wood pole failure. Part 1: finite element stress analysis. *Wood Science and Technology*, 28(3):219–228, 1994.
- [12] NP 623. *Madeiras: ensaio de corte*. Norma Portuguesa, 1973.
- [13] prEN 408. *Timber structures - Structural timber and glued laminated timber - Determination of some physical and mechanical properties*. European Committee for Standardization, Office for Official Publications of the European Communities, Luxembourg, 2000.
- [14] ASTM D198-94. *Standard methods of static tests of lumber in structural sizes*. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA, USA, 1994.
- [15] ASTM D143-94. *Standard methods of testing small clear specimens of timber*. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA, USA, 1994.
- [16] Yoshihara H., Y. Kubojima, K. Nagaoka e M. Ohta. Measurement of the shear modulus of wood by static bending tests. *Journal of Wood Science*, 44:15–20, 1998.
- [17] Yoshihara H. e A. Fukuda. Influence of loading point on the static bending test of wood. *Journal of Wood Science*, 44:473–481, 1998.
- [18] Liu J.Y., R.J. Ross e D.R. Rammer. Improved arcan shear test for wood. *Proceedings of the International Wood Engineering Conference*, Ed. Gopu Vijaya A., 28-31 de Outubro, New Orleans, Vol.2: 85-90, 1996.
- [19] Rammer D.R. e L.A. Soltis. *Experimental shear strength of glued-laminated beams*. Res. Pap. FPL-RP-527, Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Product Laboratory, 1994.
- [20] Grupta R., L.R. Heck e T.H. Miller. Experimental evaluation of the torsion test for determining shear strength of structural lumber. *Journal of Testing and Evaluation, JTEVA*, 30(4):283–290, 2002.



- [21] Yoshihara H., H. Ohsaki, Y. Hubojima e M. Ohta. Applicability of the Iosipescu shear test on the measurement of the shear properties of wood. *Journal of Wood Science*, 45:24–29, 1999.
- [22] Iosipescu N. A new method of expressing and measuring the scaling ability of gasket materials. *Journal of Materials*, 2(3):567–580, 1967.
- [23] Walrath D.E. e D.F. Adams. The Iosipescu shear test as applied to composite materials. *Experimental Mechanics*, 23(1):105–110, 1983.
- [24] Walrath D.E. e D.F. Adams. *Analysis of the stress state in an Iosipescu shear test specimen*. Technical Report No. UWME-DR-301-102-1, Department of Mechanical Engineering, University of Wyoming, 1983.
- [25] Walrath D.E. e D.F. Adams. *Verification and application of the Iosipescu shear test Method*. Technical Report No. UWME-DR-401-103-1, Department of Mechanical Engineering, University of Wyoming, 1984.
- [26] Walrath D.E. e D.F. Adams. *Iosipescu shear properties of grafite fabric/epoxy composite laminates*. Technical Report No. UWME-DR-501-103-1, Department of Mechanical Engineering, University of Wyoming, 1985.
- [27] Adams D.F. e D.E. Walrath. Further development of the Iosipescu shear test method. *Experimental Mechanics*, 27(2):113–119, 1987.
- [28] Adams D.F. e D.E. Walrath. Current status of the Iosipescu shear test method. *Journal of Composite Materials*, 21:494–507, 1987.
- [29] Swanson S.R., M. Messick e G.R. Toombes. Comparison of torsion tube and Iosipescu in-plane shear test results for a carbon fibre-reinforced epoxy composite. *Composites*, 16(3):220–224, 1985.
- [30] Barnes J.A., M. Kumosa e D. Hull. Theoretical and experimental evaluation of the Iosipescu shear test. *Composites Science and Technology*, 28:251–268, 1987.

- [31] Pindera M.-J., G. Choksi, J.S. Hidde e C.T. Herakovich. A methodology for accurate shear characterization of unidirectional composites. *Journal of Composite Materials*, 21(12):1164–1184, 1987.
- [32] Kumosa M. e D. Hull. Mixed-mode fracture of composites using Iosipescu shear test. *International Journal of Fracture*, 35:83–102, 1987.
- [33] Pindera M.-J. Shear testing of fiber reinforced metal matrix composites. *Metal Matrix Composites, Analysis and Failure Modes ASTM STP 1032*, W. S. Johnson, Ed., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 19-42, 1989.
- [34] Beuth J.L. e C.T. Herakovich. Analysis of crack extension in anisotropic materials based on local normal stress. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 11:27–46, 1989.
- [35] Pindera M.-J., P. Ifju e D. Post. Iosipescu shear characterization of polymeric and metal matrix composites. *Experimental Mechanics*, 30(1):101–108, 1990.
- [36] Pindera M.-J. e C.T. Herakovich. Iosipescu shear characterization of polymeric and metal matrix composites. *Journal of Composite Materials*, 1990.
- [37] Pindera M.-J., C.T. Herakovich, W. Becker e J. Aboudi. Non linear response of unidirectional boron/aluminum. *Journal of Composite Materials*, 24:1–21, 1990.
- [38] Broughton W.R., M. Kumosa e D. Hull. Analysis of the Iosipescu shear test as applied to unidirectional carbon-fibre reinforced composites. *Composites Science and Technology*, 38(4):299–325, 1990.
- [39] Lee S. e M. Munro. Evaluation of testing techniques for the Iosipescu shear test for advanced composite materials. *Journal of Composite Materials*, 24:419–440, 1990.
- [40] Ho H., M.Y. Tsai, J. Morton e G.L. Farley. An experimental investigation of Iosipescu specimen for composite materials. *Experimental Mechanics*, 328-336, 1991.
- [41] Ho H., M.Y. Tsai, J. Morton e G.L. Farley. A comparison of three shear test methods for composite materials. *Composite - Design, Manufacture and Application, ICCM/VIII*, Eds. S.W. Tsai and G.S. Springer, pp. 1647-1652, 1991.

- [42] Morton J., H. Ho, M.Y. Tsai e G.L. Farley. An evaluation of the Iosipescu specimen for composite materials shear property measurement. *Journal of Composite Materials*, 26(5):708–750, 1992.
- [43] Sukumar N. e M. Kumosa. Application of the finite element iterative method to cracks and sharp notches in orthotropic media. *International Journal of Fracture*, 58:177–192, 1992.
- [44] Ho H., M.Y. Tsai, J. Morton e G.L. Farley. An experimental procedure for the Iosipescu composite specimen tested in the modified wyoming fixture. *Journal of Composite Technology and Research, JCTRER*, 15(1):52–58, 1993.
- [45] Ho H., M.Y. Tsai, J. Morton e G.L. Farley. Numerical analysis of the Iosipescu specimen for composite materials. *Composite Science and Technology*, 46:115–128, 1993.
- [46] Thielicke B., Maschke H.G. e U. Soltesz. Experimental and numerical investigations of the applicability of the Iosipescu-test for determining the interlaminar shear strength (ILSS) of a carbon-carbon composite. *6th European Conference on Composite Materials*, Eds. R. Naslain, J. Lamon e D. Doumeingts, September, Bordeaux, pp. 20-24, 1993.
- [47] Sukumar N. e M. Kumosa. Finite element analysis of axial splits in composite Iosipescu specimens. *International Journal of Fracture*, 62:55–85, 1993.
- [48] Blackketter D. e E.M. Odom. Accurate and precise fabrication of Iosipescu shear test specimens. *Journal of Testing and Evaluation, JTEVA*, 21(4):322–325, 1993.
- [49] Pierron F. e A. Vautrin. Accurate comparative determination of the in-plane shear modulus of T300/914 by the Iosipescu and 45° off-axis tests. *Composite Science and Technology*, 51:61–72, 1994.
- [50] Pierron F. *New Iosipescu fixture for the measurements of the in-plane shear modulus of laminated composites: design and experimental procedure*. Technical Report No. 940125, Ecole des Mines de Saint-Etienne, France, 1994.

- [51] Grédiac M., F. Pierron e A. Vautrin. The Iosipescu in-plane shear test applied to composites: a new approach based on displacement field processing. *Composite Science and Technology*, 51(3):409–417, 1994.
- [52] Ifju P.G. The shear gage: for reliable shear modulus measurements of composite materials. *Experimental Mechanics*, 34(4):369–378, 1994.
- [53] Ho H., J. Morton e G. L. Farley. Non-linear numerical analysis of the Iosipescu specimen for composite materials. *Composite Science and Technology*, 50:355–365, 1994.
- [54] Odom E.M., Blacketter D.M. e B.R. Suratno. Experimental and analytical investigation of the modified wyoming shear-test fixture. *Experimental Mechanics*, 34(1):10–15, 1994.
- [55] Conant N. *A new Iosipescu shear test fixture*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Idaho, 1994.
- [56] Adams D.F. e E.Q. Lewis. Experimental strain analysis of the Iosipescu shear test specimen. *Experimental Mechanics*, 35(4):352–360, 1995.
- [57] Bansal A. e M. Kumosa. Experimental and analytical studies of failure modes in Iosipescu specimens under biaxial loadings. *Journal of Composite Materials*, 29(3):334–358, 1995.
- [58] Conant N.R. e E.M. Odom. An improved Iosipescu shear test fixture. *Journal of Composite Technology and Research*, 17(1):50–55, 1995.
- [59] Pierron F., A. Vautrin e B. Harris. The Iosipescu in-plane shear test: validation on an isotropic material. *Experimental Mechanics*, 35(2):130–136, 1995.
- [60] Chiang Y.J. Robust design of the Iosipescu shear test specimen for composites. *Journal of Testing and Evaluation*, 24(1):1–11, 1996.
- [61] Pierron F. e A. Vautrin. Measurement of the in-plane shear strength of unidirectional composites with the Iosipescu test. *Composites Science and Technology*, 57(12):1653–1660, 1997.
- [62] Pierron F. e A. Vautrin. New ideas on the measurement of the in-plane shear strength of unidirectional composites. *Journal of Composite Materials*, 31(9):889–895, 1997.

- [63] Balakrishnan M.V., B. Basal e M. Kumosa. Biaxial testing of unidirectional carbon-epoxy composite using biaxial Iosipescu test fixture. *Journal of Composite Materials*, 31(5):486–508, 1997.
- [64] Pierron F. Saint-venant effects in the Iosipescu specimen. *Journal of Composite Materials*, 32(22):1986–2015, 1998.
- [65] Kumosa M. e Y. Han. Non-linear finite element analysis of Iosipescu specimens. *Composite Science and Technology*, 59:561–573, 1999.
- [66] Oh J.H., J.K. Kim, D.G. Lee e K.S. Jeong. Interlaminar shear behaviour of thick carbon/epoxy composite materials. *Journal of Composite Materials*, 33(22):2080–2115, 1999.
- [67] Odegard G. e M. Kumosa. Elasto-plastic analysis of the Iosipescu shear test. *Journal of Composite Materials*, 33(21):1981–2001, 19 99.
- [68] Odegard G., Searles K. e M. Kumosa. Critical examination of the Iosipescu shear test as applied to  $0^\circ$  unidirectional composite materials. *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 6:229–256, 1999.
- [69] Searles K., G. Odegard, M. Kumosa e M. Castelli. Failure investigation of graphite/polyimide fabric composites at room and elevated temperatures using the biaxial Iosipescu test. *Journal of Composite Materials*, 33(22):2038–2079, 1999.
- [70] Odegard G. e M. Kumosa. Determination of shear strength of unidirectional composite materials with the Iosipescu and  $10^\circ$  off-axis shear tests. *Composite Science and Technology*, 60:2917–2943, 2000.
- [71] Odegard G., K. Searles e M. Kumosa. Nonlinear analysis of wooden fabric-reinforced graphite/PMR-15 composite under shear-dominated biaxial loads. *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 7:129–152, 2000.
- [72] Tew B.W., E.M. Odom e J.D. Teel. Composite specimen bearing failure reduction in Iosipescu shear tests. *Experimental Mechanics*, 41(3):218–224, 2001.

- [73] Ghidossi P., M. El Mansori e F. Pierron. The cutting effect of composite coupons on their mechanical strengths. *Mécanique and Industries*, 3:361–378, 2002.
- [74] ASTM D 5379-93. *Test method for shear properties of composite materials by the V-notched beam method*. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA, USA, 1993.
- [75] Kubojima Y., H. Yoshihara, H. Ohsaki e M. Ohta. Accuracy of shear properties of wood obtained by simplified Iosipescu shear test. *Journal of Wood Science*, 46:279–283, 2000.
- [76] Liu J.Y. Shear test fixture design for orthotropic materials. *ICCE/97, Ed. David Hui*, pp. 553-554, 2000.
- [77] Liu J.Y. Effects of shear coupling on shear properties of wood. *Wood and Fiber Science*, 32(4):458–465, 2000.
- [78] Dumail J.-F., K. Olofsson e L. Salmén. An analysis of rolling shear of spruce wood by the Iosipescu method. *Holzforschung*, 54(4):420–426, 2000.
- [79] Dumail J.-F. e L. Salmén. Intra-ring variations in the rolling shear modulus of spruce wood. *Holzforschung*, 55(5):549–553, 2001.
- [80] Yoshihara H., H.Ohsaki, Y. Kubojima e M. Ohta. Comparisons of shear stress/shear strain relations of wood obtained by Iosipescu and torsion tests. *Wood and Fiber Science*, 33(2):275–283, 2001.
- [81] Pierron F. *L’essai de cisaillement plan d’Iosipescu: modélisation et méthodologie expérimentale pour les composites*. Tese de Doutorado, Universidade de Lyon I, 1994.
- [82] Louzada J.L. *Notas não editadas*.
- [83] Treacy M., J. Evertsen e A.N. Dhubháin. *A comparison of mechanical and physical wood properties of a range of Sitka Spruce provenances*. COFORD, National Council for Forest Research and Development, 2000.
- [84] Eurocode 5. *Design of timber structures*. 1995.

- [85] Robert J.M. *Mechanics of composite materials*. Hemisohere Publishing Corporation, 1975.
- [86] Tsai S.W. e H.H. Thomas. *Introduction to composite materials*. Technomic Publishing CO, 1980.
- [87] McCullough R.L. *Introduction to Anisotropic Elasticity*. Delaware Composites Design Encyclopedia, Vol. 2, Eds. L.A. Carlsson, J.W. Gillespie, Tchnomic Publishing Company, Lancaster, 1990.
- [88] Grédiac M. *Mesure des rigidités de flexion de stratifiés minces anisotropes à l'aide d'essais sur plaques*. Tese de Doutorado, Universidade Claude Bernand - Lyon I, 1989.
- [89] Grédiac M. The use of heterogeneous strain fields for the characterization of composite materials. *Composites Science and Technology*, 56:841–846, 1996.
- [90] Grédiac M. e F. Pierron. A T-shaped specimen for the direct characterization of orthotropic materials. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 41:293–309, 1998.
- [91] Sol H. *Identification of anisotropic plate rigidities using free vibration data*. Tese de Doutorado, Universidade Livre de Brussels, 1986.
- [92] Mota Soares C.M, M. Moreira de Freitas, A.L. Araujo e P. Pedersen. Identification of material properties of composite plate specimens. *Composite Structures*, 25:277–285, 1993.
- [93] Magorou L.L. *Identification de lois de comportement élastique et viscoélastique de panneaux structuraux à base de bois*. Tese de Doutorado, Universidade Bordeaux I, 2002.
- [94] Perkins R.W. *On the mechanical response of materials with cellular and finely layered internal structure*, Captulo 5. Theory and design of wood and fiber composites materials, Ed. Benjamin A. Jayne, 1972.

- [95] Arimitsu Y., K. Nishioka e T. Senda. A study of Saint-Venant's principle for composite materials by means of internal stress field. *Journal of Applied Mechanics*, 62:53–58, 1995.
- [96] Spigel B.S. *An experimental and analytical investigation of the Iosipescu shear test for composite materials*. Dissertação de Mestrado, Universidade Old Dominion, 1984.
- [97] Morais J.L. *Influência do meio ambiente no comportamento ao dano de estruturas em materiais compósitos*. Tese de Doutorado, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real, 1999.
- [98] Divos F., T. Tanaka, H. Nagao e H. Kato. Determination of shear modulus on construction size timber. *Wood Science and Technology*, 32:393–402, 1998.
- [99] Chui Y.H. Simultaneous evaluation of bending and shear moduli of wood and the influence of knots on these parameters. *Wood Science Technology*, 25:125–134, 1991.
- [100] Yoshihara H. e M. Ohta. Estimation of the shear strength of wood by uniaxial-tension tests of off-axis specimens. *Journal of Wood Science*, 46(2):159–163, 2000.
- [101] Liu J.Y. Analysis of off-axis tension test of wood specimens. *Wood and Fiber Science*, 34(2):205–211, 2002.
- [102] Garrido N. *Identificação do comportamento mecânico da madeira através do ensaio de tracção fora dos eixos de simetria material*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Portugal, Vila Real, (em curso).
- [103] Oliveira J.M. *Caracterização do comportamento ao corte da madeira usando o ensaio de Arcan*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Portugal, Vila Real, (em curso).
- [104] Kretschmann D.E. Effect of juvenile wood on shear parallel and compression perpendicular-to-grain strength for loblolly pine. *Timber Management Toward Wood Quality and End-Product Value, Proceedings of the CTIA/IUFRO International Wood Quality Workshop, Eds. S.Y. Zhang, R. Gosselin and C. Chauret, August 18-22, Quebec City, Canada*, 1997.



- [105] Dally J.W. e F.R. William. *Experimental stress analysis*. McGraw-Hill International Editions, 1991.
- [106] Liu J.Y., D.D. Flach, R.J. Ross e G.J. Lichtenberg. An improved shear test fixture using the Iosipescu specimen. *ASME Mechanical of Cellulosic Materials*, 85:139–147, 1999.
- [107] Chamis C.C. e J.H. Sinclair. Ten degree off-axis test for shear properties in fiber composites. *Experimental Mechanics*, 17:339–346, 1977.
- [108] Pindera M.-J. e C.T. Herakovick. Shear characterization of unidirectional off-axis composite specimens. *Experimental Mechanics*, 26:103–112, 1986.
- [109] Sun C.T. e Chung I. An oblique end-tab design for testing off-axis composite specimens. *Composites*, 24(8):619–623, 1993.
- [110] Pierron F. e A. Vautrin. The 10° off-axis tensile test: a critical approach. *Composites Science and Technology*, 56(4):483–488, 1996.
- [111] Kawai M., M. Morishita, H. Satoh, S. Tomura e K. Kemmochi. Effects of end-tab shape on strain field of unidirectional carbon/epoxy composite specimens subjected to off-axis tension. *Composites Part A*, 28A:267–275, 1997.
- [112] Sun C.T. e S.P. Berret. A new end tab design for off-axis tension test of composite materials. *Journal of Composite Materials*, 22:766–779, 1998.
- [113] Pierron F., E. Alloba, Y. Surrel e A. Vautrin. Whole-field assessment of the effects of boundary conditions on the strain field in off-axis tensile testing of unidirectional composites. *Composites Science and Technology*, 58:1939–1947, 1998.
- [114] Boehler J.P. e EL Aoufi L. Probleme de la realisation correcte des essais hors-axes. *3ème École d'Automne: Endommagement des Matériaux et Structures Composites*, 6-12 Octobre, Guéthary, Université de Bordeaux I.
- [115] Arcan M. A new method for the analysis of mechanical properties of composite materials. *International Conference of Experimental Mechanics*, Los Angeles, May, 1973.

- [116] Voloshin A. e M. Arcan. Failure of unidirectional fiber-reinforced materials – new methodology and results. *Experimental Mechanics*, 20(8):280–284, 1980.
- [117] Hung S.-C. e K.M. Liechi. An evaluation of the arcan specimen for determining the shear moduli of fiber-reinforced composites. *Experimental Mechanics*, 37(4):460–468, 1997.
- [118] Hung S.-C. e K.M. Liechi. Finite element analysis of the arcan specimen for fiber reinforced composites under pure shear and biaxial loading. *Journal of Composite Materials*, 33(4):1288–1317, 1999.
- [119] Liu J.Y. New shear strength test for solid wood. *Wood and Fiber Science*, 16(4):567–574, 1984.
- [120] D. R. Rammer e R. Hernandez. Moiré analysis of the modified Arcan shear specimen. *5th World Conference on Timber Engineering*, J. Natterer e J.-L. Sandoz Eds., Vol. 2, Montreux, Switzerland, August 17-20,1998.
- [121] Marcelo J.M., J.C. Xavier e J.L. Morais. Análise por elementos finitos do ensaio de Arcan aplicado à madeira de Pinus Pinaster Ait. *Livro de Actas do VII Congresso Nacional de Mecânica Aplicada e Computacional*, Vol. II, Universidade de Évora,14 a 16 de Abril, 2003.
- [122] Carvalho F.J e F.J. Ramos. *Identificação do comportamento mecânico da madeira através de ensaios de flexão*. Relatório da Disciplina de Projecto, Licenciatura em Engenharia Mecânica, UTAD, Vila Real, 2002.
- [123] Pereira J.L. *Comportamento mecânico da madeira em tracção nas direcções de simetria material*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Portugal, Vila Real, (em curso).
- [124] FPL. *Wood Handbook*. Technical Report FPL-GTR-113, U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 1999.
- [125] ABAQUS HKS Inc. *Theory and users manual*. V 6.2.1, 2001.

- [126] ANSYS University High option. *Users manual*. Swanson Analysis System, Inc., Philadelphia, PA, 2002.
- [127] Dally J.W. *Statistical analysis of experimental data*, Captulo 22. Handbook on experimental mechanics, Ed. Albert S. Kobayashi, Association of Experimental Mechanics, 1993.
- [128] Walton D.R e J.P. Armstrong. Taxonomic and gross anatomical influences on specific gravity-mechanical property relationships. *Wood and Fiber Science*, 18(3):413–420, 1986.
- [129] Zhang S.Y. Wood specific gravity-mechanical property relationship at species level. *Wood Science and Technology*, 31(3):181–191, 1997.
- [130] Xavier J.C., N.M. Garrido, J.M. Oliveira, J.L. Morais, P.P. Camanho e F. Pierron. A comparision between the Iosipescu and off-axis shear test methods for the characterization of Pinus Pinaster Ait. *Composites Part A, (aceite)*.
- [131] Hodgkinson J.M. *Mechanical testing of advanced fibre composites*. Woodhead Publishing Limited, 2000.
- [132] Neuilly M. *Modelling and estimation of measurement errors*. Lavoisier Publishing, 1999.
- [133] Guimarães R.C. e Cabral J.A. *Estatística*. McGraw-Hill Portugal, 1997.



# Índice remissivo

- Anisotropia, 1, 12, 211
- Critérios de rotura, 67, 91, 176–178, 189
- Densidade, 159, 167, 168, 172, 175, 181, 182, 185, 186, 193, 194, 197, 200, 202, 209
- Elasticidade anisotrópica, 17–28
- Ensaio de Arcan, 91–92, 196, 200
- Ensaio de Iosipescu, 43–85, 115–149, 163–205
- Ensaio de corte paralelo às fibras, 2, 38–39
- Ensaio de tracção fora dos eixos de simetria material, 86–91, 171, 176, 183, 189, 204, 207, 211
- Heterogeneidade, 1, 17, 30, 31, 47, 53, 54, 56, 63, 115, 116, 121, 124, 135, 149–151, 158, 172, 179, 181, 183, 190, 193, 208, 209, 211
- Método de secagem em estufa, 158
- Método de vão variável, 2, 32–38, 93–114
- Métodos de campo, 29, 212
- Massa volúmica, 158, 159
- Micromecânica, 212
- Princípio de Saint-Venant, 31, 36, 48, 60, 105, 106, 158, 167
- Simetria ortotrópica da madeira, 15
- Teor em água, 153, 157–159, 167–169, 175, 181, 182, 186, 193, 194, 200, 202, 209
- Teoria das Vigas de Euler-Bernoulli, 32, 98, 99, 111
- Teoria das Vigas de Timoshenko, 2, 32, 36, 100, 103, 105, 106, 112, 114, 207
- Variabilidade, 1, 5, 8, 13, 17, 30, 56, 59, 80, 84, 153, 155, 164, 168, 179, 194, 211, 214, 215